

## نظريه سلوك المستهلك

### التمرين الأول

مستهلك دخله 100 دج يخصصه لشراء سلعتين  $x$  و  $y$  ، الأسعار الإفرادية هي  $P_x = 5$  دج ،

$$UT = P_x \cdot x + P_y \cdot y$$

والمطلوب :

ما هي أفضل توليفة تمنح للمستهلك أقصى إشباع ممكن في حدود دخله ؟

### التمرين الثاني

مستهلك دخله 64 دج يخصص لشراء ثلاثة سلع  $x$  ،  $y$  ،  $z$  ، أسعارها الإفرادية هي على التوالي 2 دج لـ  $x$  و 4 دج لـ  $y$  و 1 دج لـ  $z$

والمطلوب : ما هي الكميات التي تعظم دالة المنفعة الكلية التالية :

### التمرين الثالث

لنفرض أن المستهلك لديه السلعتين  $x$  ،  $y$  ، سعر كل منهما هو  $P_x$  ،  $P_y$  على التوالي و

$$U = \log x + \log y$$

وأن دخله هو  $R$  ودالة منفعته هي :

تحديد منحنى الطلب على كل من السلعتين  $x$  ،  $y$  ، معبرا عنه بالمتغيرات  $P_x$  ،  $P_y$  ،  $R$  ،

### التمرين الرابع

الطالب زكرياء يهوى الكتب والأقراص المستعملة بحيث يخصص جميع دخله لشراء

3 كتب بسعر 20 دج للكتاب الواحد، وقرصين بـ 10 دج أسبوعيا وطلب منك ترشيده في التخلص عن كتاب واحد لصالح فرصفين.

1- ما هو خط ميزانية الطالب زكرياء؟

2- هل اختيار الطالب مثالي، بين ذلك بيانيا؟

في الأسبوع المولى تم تخفيض أسعار الكتب بنسبة 10% والطالب زكرياء أراد شراء 5 كتب و 3 أقراص، أدرس هذه التوليفة؟

3 الطالبة إيمان أخت زكرياء لها نفس ميول أخيها وقد خصصت ميزانية قدرها 800 دج سنويا لهذا الغرض حيث تشتري كل قرص بـ 10 دج وكل كتاب بـ 20 دج وكانت

$$UT = 10xy^2$$

## نظريه سلوك المستهلك

المطلوب حساب أقصى منفعة الطالبة إيمان وهل TMS الخاص بها يختلف عن TMS لأخيها زكرياء؟  
التمرين الخامس

مستهلك لديه دالتي المنفعة الكلية الدالة الأولى هي

$$U_1 = \log x_1 + 2 \log x_2$$

والدالة الثانية هي:

$$U_2 = x_1 x_2^2$$

:وله دالة الدخل

$$R = XP_x + YP_y$$

: والمطلوب

ما هي شروط تعظيم الدالتين؟.

## التمرين السادس

دينا دالة المنفعة الكلية  $UT = x_1^2 x_2 + 10$  وأسعار السلع الإفرادية  $P_{X1} = 2DA, P_{X2} = 4DA$  دخول المستهلك 50 دج المطلوب:

1-أوجد الميزانية المثلث للمستهلك؟

2-أحسب دالة الطلب على السلعتين؟

## التمرين السابع

لدينا دالة المنفعة الكلية  $UT = xy$  وأسعار السلع الإفرادية  $P_x = 40$  و  $P_y = 80$  والدخل 2400 . المطلوب :

1-احسب الكميات  $x$  و  $y$  التي تعظم دالة المنفعة الكلية؟

2-نفترض أن سعر السلعة الأولى انخفض إلى 10 دج ما اثر ذلك على دخول المستهلك؟

## التمرين الثامن

## نظريه سلوك المستهلك

لديك مبلغ من المال قدره 2000 دج خصصته لعطلتك السنوية سعر الرحلة للاستجمام

(T) 40 دج و 20 دج للمسرح (M) يوميا إذا فترضنا أن دالة المنفعة هي  $U = T^{1/3} M^{2/3}$  والمطلوب :

- 1- ما هي أحسن توليفة بين T و M
- 2- إذا ارتفع سعر رحلة الاستجمام إلى 80 دج كيف يكون اختيارك؟

## التمرين التاسع

محمد وزكرياء إخوة مولعين بكرة القدم و كرة السلة مع العلم أن سعر التذكرة مقابلة كرة القدم (x) 40 دج و سعر كرة السلة (y) 20 دج، ولدي كل منهما 240 دج يقرر محمد أن يوزع دخله بين المقابلات بحيث يحقق أقصى منفعة ممكنته فما هو؟ TMS

كما قرر زكرياء أن يحضر 4 مقابلات في كرة القدم و 4 مقابلات في كرة السلة، مع أنه يمكن له أن يضحي بمقابلتين في كرة القدم من أجل 3 مقابلات في كرة السلة بدون أن يتغير منفعته.

1- هل تعتقد أنه يوزع ميزانيته بشكل صحيح وإذا أراد إيجاد أقصى منفعة ممكنته فماذا يعمل؟

2- فما هي أقصى منفعة ممكنة لـ محمد إذا كانت دالة المنفعة هي  $y = 12x^2$ ؟

3- لنفترض أن سعر تذكرة مقابلة كرة القدم انخفض من 40 دج إلى 20 دج فما هي أقصى منفعة ممكناً لـ محمد؟

4- أوجد دالة الطلب لمحمد مقابلات كرة القدم إذا فترضنا أن دالة الطلب الخطية؟

## التمرين العاشر

الطالب محمد يهوى حضور مقابلات كرة القدم و المسرح وقد خصص منحته لهذه السنة لحضور 4 مقابلات كرة القدم بـ 60 دج سعر التذكرة 4 دج و 4 مسرحيات سعر التذكرة بـ 30 دج علما أن المنفعة الحدية لكل مقابلة كرة القدم و المسرح هي:

$$UmS = 6S^{1/2}T^{3/2}$$

$$UmT = 6S^{3/2}T^{1/2}$$

حيث S : عدد المقابلات في كرة القدم T : عدد المسرحيات

## نظريه سلوك المستهلك

والمطلوب:

- 1- ما هو المعدل الحدي للإحلال بين مقابلة كرة القدم والمسرحية في حالة حضور 4 مقابلات و 4 مسرحيات سنويًا؟
- 2- هل هذا الاختبار موفق للطالب محمد وفي حالة النفي بما تنصحه؟
- 3- في حالة أن الوزارة رفعت من قيمة المنحة إلى 600 دج في السنة وضع ذلك بيانياً تأثير قيد الميزانية وما هي عدد المقابلات والمسرحيات للحصول على أقصى منفعة ممكنة؟

### الحلول

#### الاجابة على التمرين الأول

نبحث عن قيد الميزانية أو دالة الدخل من العلاقة التالية:

$$R = xp_x + yp_y$$

نعرض قيمتها فتصبح دالة الدخل  $y = 100 - 2x - 5y$

لإيجاد أقصى إشباع ممكن نقوم بتعظيم دالة المنفعة تحت قيد الميزانية

$$\text{Max} = f(x, y)$$

$$R = xp_x + yp_y$$

$$L = xy + \lambda(100 - 2x - 5y)$$

ثم عدم المستقات الجزئية الأولى:

$$\frac{\delta L}{\delta x} = Y - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{y}{2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\delta L}{\delta Y} = x - 5\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{x}{5} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = 100 - 2x - 5y = 0 \dots\dots\dots (3)$$

من (1) و (2) نجد

$$Y \frac{5}{2} = x \Leftarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{2}$$

نعرض في المعادلة (3) نجد :

$$UT = 250$$

$$x = 25$$

$$y = 10.$$

## نظريّة سلوك المستهلك

## الاجابة على التمرين الثاني

**أولاً نبحث عن قيد الميزانية من العادلة**

$$R = xp_x + yp_y + zp_z$$

أيّان

$$64 = 2x_x + 4y + z$$

**من أجل تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية نستعمل طريقة لاغرانج:**

$$L = U(x, y, z) + \lambda(R - xpx - ypy - zpz)$$

وبعملية التعويض نحصل على ما يلي

$$L = x^2yz + \lambda(64 - 2x - 4y - z)$$

**باشتقاء الجزئي وجعل النتائج تساوي الصفر**

$$\frac{\delta L}{\delta x} = 64 - 2x - 4y - z = 0 \Rightarrow 64 = 2x + 4y + z.....(4)$$

**نحو من المعادلات (1) و (2) و (3)**

$$xyz = \frac{x^2 z}{4} = x^2 y \Rightarrow x = z, x = 4y$$

والتعبوض في المعاشرة (٤) نحد:

$$x = 16, z = 16, v = 4, U = 16384$$

### **الاجابة على التمرين الثالث**

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{y}} \Leftrightarrow \frac{P_x}{P_y} = \frac{x}{y} \cdot \frac{\text{الحديبة}}{\text{الحديبة}} \cdot \frac{\text{المنفعة}}{\text{المنفعة}}$$

## نظريه سلوك المستهلك

$$\frac{1}{x} P_y = \frac{1}{y} - P_x \Leftrightarrow$$

$$xP_x = yP_y \Leftrightarrow$$

$$x = y \frac{P_y}{P_x} \Leftrightarrow$$

$$R = xP_x + yP_y$$

نوع X في دالة الدخل

$$R = y \frac{P_y}{P_x} \cdot P_x + yP_y$$

$$y = \frac{R}{2P_y}, x = \frac{R}{2P_x}$$

العلاقتان الأخيرتان تمثلان دالة الطلب، و نلاحظ من هاتين الدالتين أنه كلما ارتفع الدخل فإن الطلب على السلعتين X, y سيرتفع و كلما انخفض سعر السلعة X فإن الطلب عليها سيرتفع، وكلما انخفض سعر السلعة y فإن الطلب عليها سيرتفع أيضا بالإضافة إلى ذلك فإن البضاعتين X, y مستقلتين عن بعضهما البعض.

## الإجابة على التمرين الرابع

1- خط ميزانية ذكرياء هي

$$R = xp_x + yp_y$$

نقوم بعملية التعويض فنحصل على

$$80 = 10x + 20y$$

حيث X ترمز إلى الأقراص ولا ترمز إلى الكتب

2- لاختيار الأمثل ندرس TMS (المعدل الحدي للإحلال(الاستبدال))

$$TMS = \frac{-\Delta y}{\Delta x} = \frac{Px}{Py}$$

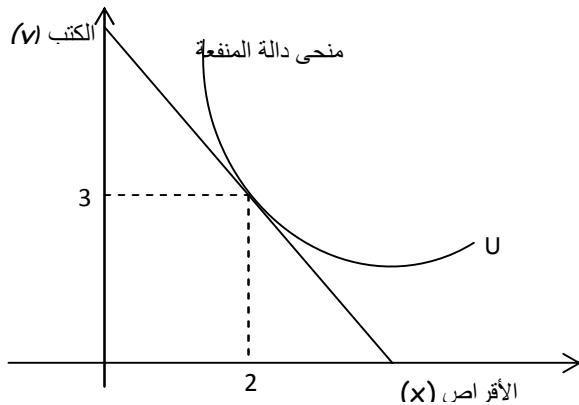
$$TMS = \frac{1}{2} = \frac{10}{20}$$

نقول أن الاختيار الذي قام به هو الاختيار الأمثل لأن :

$$TMS = \frac{Py}{Px}$$

نبين ذلك بيانيا

## نظريه سلوك المستهلك



عند انخفاض السعر  $P_y$  إلى 10 دج فإن

$$TMS = \frac{-\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{1} = \frac{10}{20}$$

3. هناك شرطان لتحقيق أقصى منفعة

$$80 = 10x + 20y$$

$$TMS = \frac{-\Delta y}{\Delta x} = \frac{Um \ arg_x}{Um \ arg_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$TMS = \frac{Um \ arg_x}{Um \ arg_y} = \frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{10y^2}{20xy} = \frac{0.5y}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{0.54}{x} = \frac{1}{2} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow x = y$$

حيث  $Um_{arg}$  هي المنفعة الحدية  
وبالرجوع إلى المعادلة السابقة نجد أن

$$800 = 10x + 20y$$

$$Y = X = 26.7$$

ومنه نجد أن نفس  $Tms$  للطلابين بـ  $\frac{1}{2}$

### الاجابة على التمرين الخامس

إن شروط تعظيم دالة المنفعة

$$MaxU I = \log x_1 + 2 \log x_2$$

تحت قيد الميزانية

$$R = xp_x + yp_y$$

بالنسبة للدالة الأولى نستخدم طريقة لاغرانج فنحصل على

$$L = \log x_1 + 2 \log x_2 + \lambda(r - xp_x - yp_y)$$

## نظريّة سلوك المستهلك

**نعدم المشتقات الجزئية الأولى فنحصل:**

من (1) و (2) نجد:

$$\frac{1}{p_1 x_1} = \frac{2}{p_2 x_2}$$

**بالتعويض في العادلة (3) نجد:**

$$x_1 = \frac{R}{3P_1}; x_2 = \frac{2P_{1X1}}{P_2} = \frac{2P_1(\frac{R}{3P_1})}{P_2} = \frac{2R}{3P_2}$$

## بالنسبة للدالة الثانية

$$MaxU_2 = x_1x_2^2$$

تحت قيد میزانیة الدخل

$$R = X P_x + Y P_y$$

## نستخدم طريقة المعدل الحدي للإحلال TMS

$$TMS = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{x_2^2}{2x_1x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_2}{2x_1x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$TMS = 2x_1 p_1 = x_2 p_2$$

### **بالتعويض في المعاشرة (٣) نجد**

$$x_2 = r \frac{2R}{3p_2}, \quad x_1 = \frac{R}{3p_1}$$

## ١- تعظيم دالة المنفعة

$$Max \quad U = x_1(x_2 - 1)$$

تحت قيد الميزانية

$$R = X P_{x1} + Y P_{x2}$$

- نستخدم طريقة لاغرانج فنحصل على

$$L = x_1(x_2 - 1) + \lambda(R - x_1 p_{x1} - x_2 p_{x2})$$

## نظريّة سلوك المستهلك

نعدم المشتقات الجزئية الأولى فنحصل:

$$\frac{\delta L}{\delta x} = R - XP_{x1} - YP_{x2} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

من (1) و (2) نحد:

$$\lambda = \frac{x_2 - 1}{p_1} = \frac{x_1}{p_2}$$

**بالتعويض في المعاشرة (٣) نجد :**

$$x_1 = \frac{R - p_2}{2p_1}, \quad x_2 = \frac{R + p_2}{2p_2}$$

2- في حالة أن  $R = P_1 = P_2 = 1$  نستخدم عملية التعويض فنحصل على النتائج التالية:

$$x_2 = \frac{3+1}{2} = 2 \text{ , } x_1 = \frac{3-1}{2} = 1$$

3. في حالة أن  $P_2 = 2$  نستخدم عملية التعويض فنحصل على النتائج التالية:

$$x_2 = \frac{3+2}{4} = \frac{5}{4}, \quad x_1 = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$$

## الاجابة على التمرين السادس

## ١- الميزانية المثلى للمستهلك هي

$$50 = 2x_1 + 4x_2$$

نريد تعظيم دالة المنفعة الكلية تحت قيد الدخل  
نشكل صيغة لغرانج فنحصل على:

$$L = x_1^2 x_2 + 10 + \lambda (50 - 2x - 4x_2)$$

**نعدم المعادلات الجزئية الأولى فنحصل على:**

## نظريّة سلوك المستهلك

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = 50 - 2x_1 - 4x_2 = 0 \Rightarrow 50 = 2x_1 + 4x_2 \dots\dots\dots(3)$$

$$x_1 = 4x_2 : \text{نجد: } (2)(1)$$

نجد في العدالة (3) نعوض

$$x_2 = \frac{50}{12}, x_1 = \frac{50}{3}, U = 1157.4$$

## حساب دالة الطلب على السلعتين:

$$\cdot \frac{Mux_1}{Px_1} = \frac{Mux_2}{Px_2} \Rightarrow \frac{Mux_1}{Mux_2} = \frac{Px_1}{Px_2}$$

$$R = Px_1(2x_2 \cdot \frac{Px_2}{Px_1}) + x_2 Px_2$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{R}{3Px}, x_1 = \frac{2R}{3Px}$$

وهي دوال الطلب على السلعتين.

## الإجابة على التمرين السابع

**لحساب الكميات  $x$  و  $y$  نقوم بإيجاد خط الميزانية أو دالة الدخل :**

$$2400 = 40x + 80y$$

**شكل صيغة "لاغرانج":**

$$L = xy + \lambda(2400 - 40x - 80y)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\delta L}{\delta x} = y - 40\lambda = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = x - 80\lambda = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = 40\lambda \\ x = 80\lambda \end{array} \Rightarrow \frac{x}{y} = 2$$

$$x = 2y : \text{منه نجد}$$

$$2400 - 40x - 80y = 0 \Rightarrow 2400 = 160y \Rightarrow y = 15$$

## نظريه سلوك المستهلك

ومنه نجد  $x = 30$  و  $U = 450$ .

2- عندما يتغير سعر السلعة هناك:  
أولاً: اثر التعويض

نفترض أن المنفعة الكلية لا تتغير  $y = \frac{U}{x} = \frac{450}{x}$  نعدم مشتق الدالة

$$y' = -\frac{450}{x^2}$$

ونقارن ذلك مع ميل خط الميزانية الذي يساوي النسبة ما بين السعرين :

$$x = 60 \Leftrightarrow -\frac{450}{x^2} = -\frac{10}{80}$$

النتيجة : عندما ينخفض سعر السلعة الأولى ترتفع الكمية المطلوبة من السلعة الثانية المنافسة لها مبدئيا.

ثانياً : اثر الدخل  
نفترض أن الدخل يبقى على حاله :

$$2400 = 10x + 80y \Rightarrow x = 240 - 8y$$

نشتق هذه الدالة ونعدمها :

$$U = xy = y(240 - 8y)$$

$$U' = 240 - 16y = 0 \Rightarrow (x = 120, y = 15)$$

ونحسب القيميات

$$U = 1800, y = 15, x = 120$$

## الإجابة على التمرين الثامن

- أحسن توليفات بين  $T$  و  $M$  تقوم بتعظيم دالة المنفعة تحت قيد ميزانيتك

$$\text{Max } U = T^{1/3}M^{2/3}$$

$$R = XP_x + YP_y \Rightarrow 2000 = 40T + 20M$$

$$TMS = \frac{P_t}{P_m} = \frac{Umgt}{Lmg_m}$$

$$TMS = \frac{\frac{\Delta U}{\Delta T}}{\frac{\Delta U}{\Delta M}} = \frac{\frac{1}{3}T^{(-2/3)}M^{2/3}}{\frac{2}{3}M^{(-1/3)}T^{2/3}} = \frac{40}{20}$$

$$TMS = \frac{1}{2} \times \frac{M}{T} = 2 \Leftrightarrow M = 4T$$

## نظريه سلوك المستهلك

بالتعميض في معادلة الدخل فتحصل على أحسن توليفة

$$40T + 20(4T) = 2000$$

$$120T = 2000$$

$$T = \frac{50}{3} = 16.7 \quad M = \frac{200}{3} = 66.7$$

2- في حال ارتفاع السعر و يصبح 80 دج تتبع نفس الطريقة الرياضية وبالتالي فان

$$TMS = \frac{P_T}{P_M} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \times \frac{M}{T} = \frac{80}{20} \\ = M = 8T$$

بالتعميض في معادلة الدخل فتحصل على النتيجة التالية

$$M = \frac{400}{6} \approx 66.7 \quad T = \frac{50}{6} \approx 8.33$$

### الإجابة على التمرين التاسع

لا يجاد أحسن اختيار ندرس المعدل الحدي للإحلال TMS

$$TMS = \frac{Px}{Py} = \frac{40}{20} = 2$$

$$TMS = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{3}{2}$$

$$TMS = \frac{Px}{Py} = 2$$

وبما أن  $TMS > \frac{Px}{Py}$  فمعنى أن ذكرياء لا يشبع حاجته وفي هذه الحالة عليه زيادة من

مشاهدة مقابلات كرة السلة والتقليل من مقابلات كرة القدم x

في هذه الحالة يكون المعدل الحدي للإحلال 2

$$TMS = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$Um_x = \frac{d_U}{d_x} = 24xy$$

$$Um_y = \frac{d_U}{d_y} = 24x^2$$

$$\frac{24xy}{12x^2} = 2 \Rightarrow 2y = x$$

و إذا كان  $y=x$  فعلى الطالب محمد أن يشاهد أكثر مقابلات كرة القدم بالمقارنة بمقابلات كرة السلة

## نظريه سلوك المستهلك

وبما أن قيد الميزانية في هذه الحالة  $240 = 40x + 20y$  نعرض  $x$  بـ  $y$  فنحصل على التالي ،  $240 = 40(y) + 20y \Rightarrow y = 4$

في حالة انخفاض سعر تذكرة كرة القدم من 40 دج إلى 20 دج فإن المنفعة القصوى لمحمد

$$\frac{Px}{Py} = 1$$

$$TMS = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{Px}{Py}$$

$$Um_x = \frac{d_U}{d_x} = 24xy$$

$$Um_y = \frac{d_U}{d_y} = 24x^2$$

$$\frac{24xy}{12x^2} = 1 \Rightarrow \frac{2y}{x} = 1 \Rightarrow x = 2y$$

وهي اختيارات الطالب محمد أي لابد أن يشاهد مرتين مقابلة كرة القدم لـ كل مقابلة في كرة السلة، لأن قيد الميزانية  $240 = 40x + 20y$  نعرض  $x$  بـ  $y$  فنحصل على التالي

$$240 = 40x + 20y$$

$$200 = 20(2y) + 20y$$

$$240 = 6y$$

$$y = 4$$

$$x = 8$$

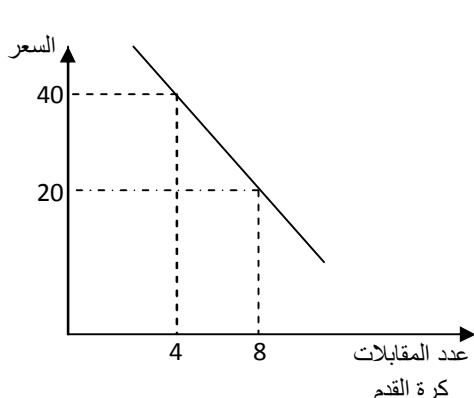
ومنه نستنتج ما يلي :

$$Px = 40$$

$$Qx = 4$$

$$Py = 20$$

$$Qy = 8$$



1. نعلم أن الخط السابق يكتب

$$Y = aX + b$$

أي أن  $a$  هو الانحدار

و  $b$  عدد ثابت  
إذا كانت

## نظريه سلوك المستهلك

$$a = \frac{(40 - 20)}{(4 - 8)} = -5$$

$$Y = 5X + b$$

من أجل إيجاد قيمة  $b$  لابد من اختيار أحد التوليفات (سعر الكمية ونوع كل منهم) بقيمهم. إذا أخذنا  $Y = 40$   $x = 4$  فنجد أن

$$40 = -5(4) + b = 60$$

$$b = 60$$

وتصبح دالة الطلب على الشكل التالي:  $P = -5Q + b$  ومنه  $Q = 12 - 0.2P$

### الإجابة على التمرين العاشر

المعدل الحدي للإحلال السنوي

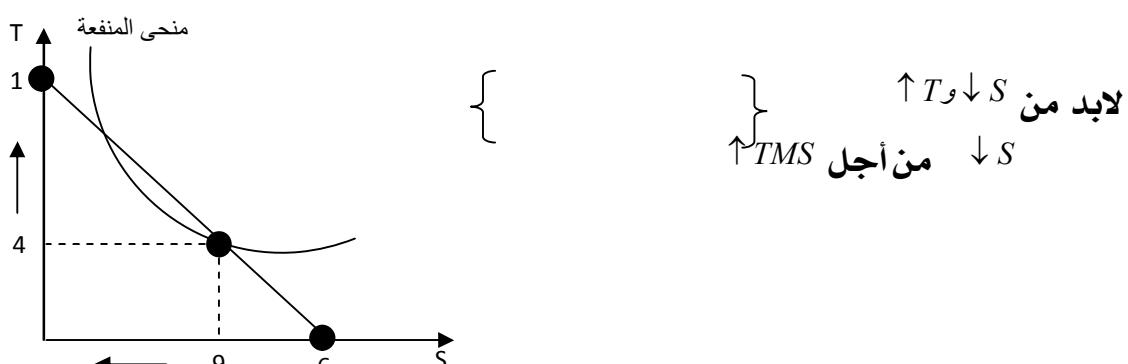
$$TMS = \frac{UM_S}{UM_T} = \frac{65^{1/2}}{65^{3/2}} \frac{T^{3/2}}{T^{1/2}} = \frac{T}{S} = \frac{4}{4} = 1$$

2- لمعرفة الاختيار الأمثل نحسب

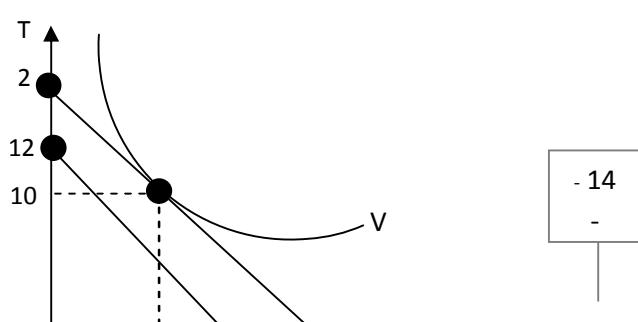
$$TMS = \frac{P_S}{P_T} = \frac{60}{30} = 2$$

$$TMS_{ST} = \frac{4}{4} = 1 < \frac{P_S}{P_T} = 2 \Rightarrow$$

ينفق على المقابلات أكثر من المساحات  $B = 24 + 2 = 36$   
والمنحى هو



3- في هذه الحالة قيد الميزانية يرتفع  $\frac{T}{S} = 2 \Rightarrow T = 2S$  يمثل ذلك بيانيا



## نظريه سلوك المستهلك

إن عدد المقابلات الرياضية و المساحيات التي تعطي أقصى منفعة ممكنتا هي:

$$T = 30 \quad S = 5 \quad 600 = 605 + 30T$$