وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة ابن خلدون – تيارت –
كلية العلوم الاقتصادية ، التجارية و علوم التسيير
قسم علوم المالية والمحاسبة

محاضرات في مقياس الرياضيات المالية

مطبوعة موجهة إلى طلبة السنة الثانية ليسانس نظام ل.م.د
كل التخصصات

إعداد الدكتور:عابد علي

السنة الجامعية: 2023/2022

قائمة المحتويات:

العمليات المالية قصيرة الأجل

أولا:الفائدة البسيطة

01-تعريف الفائدة: هي المبلغ المدفوع نضير استغلال النقود المقترضة خلال مدة زمنية معينة أو بوصفها المبلغ المتحصل عليه لقاء اقتراض النقود أو مقابل إيداعها لدى البنك والفائدة نوعان بسيطة ومركبة، فإذا احتسبت الفائدة على المبلغ الأصلي فقط فهي فائدة بسيطة أما إذا أضيفت الفائدة المتحصل عليها في نهاية كل فترة إلى المبلغ الأصلي لاحتساب الفائدة للفترة الموالية فنكون بصدد فائدة مركبة وعادة ما تحسب الفائدة البسيطة على القروض أو الاستثمارات قصيرة الأجل (أقل من سنة) في حين تحسب الفائدة المركبة على القروض أو الاستثمارات طويلة الأجل.

02-تعريف الفائدة البسيطة(I): يمكن تعريف الفائدة البسيطة بأنها العائد الذي يحصل عليه المستثمر نتيجة استثمار أمواله خلال مدة زمنية معينة، فإذا أودع شخص مبلغ من المال في احد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه فانه يحصل من البنك في نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذي أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ، وكذلك هي الأجر الذي يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنة في نهاية مدة زمنية معينة، فإذا اقترض شخص مبلغ من المال من احد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه، فانه يدفع إلى البنك في نهاية مدة القرض المبلغ الذي اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ.

والفائدة البسيطة ثابتة خلال الزمن مع ثبات المبلغ والمعدل بمعنى أن فائدة أي مبلغ تحسب على الأصل فقط، أي أن الفائدة لا تضاف إلى رأس المال ولا تعلى عليه عند حساب الفائدة الموالية.

ولحساب الفائدة البسيطة لمبلغ واحد أو عدة مبالغ فان هناك ثلاث عوامل تتحكم في حسابها هي:

-أصل المبلغ (C): وهو الأصل المستثمر أو المبلغ المقترض.

-معدل الفائدة (i): وهو مبلغ الفائدة الذي يدفع مقابل وحدة النقود عن مدة زمنية معينة.

-المدة الزمنية (n): وهي الفرق بين تاريخي الإيداع و السحب إذا تعلق الأمر بإيداع مبلغ نقدي أما إذا تعلق الأمر بالحصول على قرض فإنها الفرق بين تاريخي الاقتراض والسداد وعادة ما تكون n سنة واحدة أو جزء من السنة أو شهور أو أسابيع أو أيام.

والعلاقة بين مبلغ الفائدة (I) وكل من رأس المال (C) ومعدل الفائدة (i) والمدة الزمنية (n) علاقة طردية، بمعنى انه لو زاد احد العوامل الثلاث السابقة يمكن أن يؤدي إلى زيادة مقدار الفائدة وأي نقص في احدها يؤدي إلى نقص في الفائدة.

03-القانون الأساسي للفائدة البسيطة (I):تبعا لطبيعة العلاقة الطردية بين قيمة الفائدة والعوامل الثلاث المؤثرة فيها يمكن استنتاج القانون الأساسي للفائدة كما يلي:

الفائدة البسيطة= المبلغ المستثمر×معدل الفائدة×مدة الاستثمار $I=C\times i\times n=C\times\frac{t}{100}\times n$

ويلاحظ من المعادلة السابقة أنه يوجد بها أربعة مجاهيل هي (I,C,i,n)، بحيث إذا علم أي ثلاث مجاهيل منهم يمكن إيجاد المجهول الرابع وذلك على النحو التالي:

$$\begin{cases} n=\dfrac{100\times I}{t\times C} \\ C=\dfrac{100\times I}{t\times n} \\ t=\dfrac{100\times I}{C\times n} \end{cases}$$

مثال01: أودع شخص مبيغ 200.000 دج في بنك من أجل إستثماره بمعدل فائدة بسيطة 08% سنويا ولمدة 03 سنوات

المطلوب:

-أحسب الفائدة المستحقة على هذا المبلغ في نهاية المدة؟

الحل: لدينا من المعطيات $C=200.000, i=08\%, n=03$

بتطبيق العلاقة الأساسية للفائدة نجد

$$I=\frac{C\times t\times n}{100}\Rightarrow I=\frac{200.000\times 08\times 03}{100}=48000$$

مثال02:إقترض شخص مبلغ ما من أحد البنوك التجارية، لمدة 02 سنتين، بفائدة بسيطة بمعدل 06.50%، فإذا علمت أن الفائدة المستحقة عن السنتين هي 195.000 دج

المطلوب:أوجد أصل القرض؟

الحل: لدينا من المعطيات $I=195.000, i=06.50\%, n=02$

بتطبيق العلاقة الأساسية للفائدة نجد

$$I=\frac{C\times t\times n}{100}\Rightarrow C=\frac{100\times I}{t\times n}=\frac{100\times 195.000}{06.50\times 02}=1500000$$

مثال03:أودع شخص مبيغ من المال وقدره 80.000 دج في بنك تجاري لإستثماره بمعدل معين وفي نهاية 03 سنوات وجد أن الفائدة المستحقة على هذا المبلغ بلغت 12.000دج

المطلوب:

أوجد معدل الفائد البسيطة المستخدم ؟

الحل: لدينا من المعطيات $C = 80.000, I = 12000, n = 03$

بتطبيق العلاقة الأساسية للفائدة نجد

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} \Rightarrow t = \frac{100 \times I}{C \times n} = \frac{100 \times 12000}{80.000 \times 03} = 05$$

04-شروط تطبيق القانون الأساسي للفائدة البسيطة: يشترط لتطبيق القانون الأساسي للفائدة البسيطة أن تتحقق الشروط التالية:

أولا: يشترط أن يكون معدل الفائدة (i) سنوي فإذا كان معدل الفائدة البسيطة غير سنوي يجب تحويله إلى سنوي كالتالي:

-إذا كان المعدل المعطى بالتمرين لكل شهر (شهري) يتم ضرب المعدل في 12 لتحويله إلى معدل سنوي.

-إذا كان المعدل لكل شهرين(سدس سنة) يتم ضرب المعدل في 06 لتحويله إلى معدل سنوي.

-إذا كان المعدل لكل 03 أشهر (ربع سنوي) يتم ضرب المعدل في 04 لتحويله إلى معدل سنوي.

-إذا كان المعدل لكل 04 أشهر (ثلث سنوي) يتم ضرب المعدل في 03 لتحويله إلى معدل سنوي.

- إذا كان المعدل لكل 06 أشهر (نصف سنوي) يتم ضرب المعدل في 02 لتحويله إلى معدل سنوي.

وبصفة عامة يمكن تحويل المعدل غير سنوي إلى سنوي من خلال تطبيق القاعدة التالية:

المعدل السنوي= معدل الفترة الواحدة× عدد فترات السنة

مثال05: أوجد الفائدة البسيطة المستحقة لمبلغ 15.000 دج لمدة أربع سنوات إذا علمت أن معدل الفائدة الربع سنوي هو 03%

الحل: $C = 15.000, i_{1/4} = 03\%, n = 04$

نتبع إحدى الطريقيتين التاليتين

1-تحويل المعدل كي يتفق مع وحدة زمن المدة

المعدل السنوي= معدل الفترة الواحدة× عدد فترات السنة

المعدل السنوي=03%×04=12%

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} \Rightarrow I = \frac{15.000 \times 12 \times 04}{100} = 7200$$

2-تحويل المدة إلى فترات زمنية تتفق مع وحدة زمن المعدل

$$\overline{n} = n \times k \Rightarrow \overline{n} = 04 \times 04 = 16$$

$$I = \frac{C \times t \times \overline{n}}{100} \Rightarrow I = \frac{15.000 \times 03 \times 16}{100} = 7200$$

مثال06: أوجد الفائدة البسيطة لمبلغ 30.000 دج أستثمرت لمدة 20 شهرا،إذا علمت أن معدل الفائدة الثلث سنوي هو 04%

الحل: من معطيات المثال $C=30.000, i_{1/3}=04\%, m=20$

1-تحويل المدة إلى فترات زمنية تتفق مع وحدة زمن المعدل

لدينا المعدل الثلث سنوي هو 04 %

أي 05 فترات ثلث سنوية $n=\dfrac{20}{04}=05$

بتطبيق العلاقة الأساسية للفائدة البسيطة نجد

$$I=\frac{C\times t\times n}{100}\Rightarrow I=\frac{30.000\times 04\times 05}{100}=6000$$

2-تحويل وحدة زمن المعدل لكي تتفق مع وحدة زمن المدة

لدينا المدة الإجمالية هي 20 شهرا

المعدل الشهري هو $i=\dfrac{0.04}{04}=0.01$

بتطبيق العلاقة الأساسية للفائدة البسيطة نجد

$$I=\frac{C\times t\times n}{100}\Rightarrow I=\frac{30.000\times 01\times 20}{100}=6000$$

مثال07: إقترض تاجر مبلغ 350.000 دج من البنك لمدة 03 سنوات و 04 شهور بمعدل فائدة بسيطة 12 % سنويا

المطلوب:

أحسب الفائدة المستحقة عليه في نهاية مدة القرض؟

الحل: دينا من المعطيات $C=350.000, i=12\%, m=40$

بتطبيق العلاقة الأساسية للفائدة البسيطة نجد

$$I=\frac{C\times t\times n}{100}\Rightarrow I=\frac{350.000\times 12\times 40}{1200}=140.000$$

مثال08: أودع تاجر مبلغ 250.000 دج في حسابه الشخصي لدى أحد البنوك والذي يحسب فائدة بسيطة بمعدل 08% سنويا، فإذا بلغت الفائدة البسيطة المستحقة لهذا العميل في نهاية فترة زمنية محددة ماقيمته 30.000 دج

المطلوب:

أحسب مدة الإيداع

الحل: لدينا من المعطيات $C=250.000, i=08\%, I=30.000$

لدينا من العلاقة الأساسية للفائدة البسيطة

$$I = \frac{C \times t \times m}{1200} \Rightarrow m = \frac{1200 \times I}{C \times t} = \frac{1200 \times 30.000}{250.000 \times 08} = 18$$ شهرا

مثال09: أودع شخص في حسابه البنكي مبلغ قيمته 420.000 دج، لمدة 55 أسبوع ،مع العلم أن البنك يحسب فائدة بسيطة بمقدار 07% سنويا.

المطلوب:

حساب رصيد هذا الشخص بعد نهاية مدة الإيداع؟

الحل: لدينا من المعطيات $C = 420.000, i = 07\%, S = 55$

بتبيق العلاقة الأساسية للفائدة بالأسابيع نجد

$$I = \frac{C \times t \times S}{5200} \Rightarrow I = \frac{420.000 \times 07 \times 55}{5200} = 31096.15$$

ملاحظة: إذا لم يذكر في التمرين نوع المعدل يفترض انه معدل سنوي

ثانيا: يشترط أن تكون مدة الاستثمار أو الاقتراض (n) بالسنوات وإذا كانت المدة غير سنوية يجب تحويلها إلى سنوات كالتالي

-**إذا كانت المدة بالشهور(m):** إذا كانت مدة القرض أو الاستثمار بالأشهر الكاملة فيجب قسمة عدد هذه الأشهر على أشهر السنة الإجمالية (12 شهرا) حتى يمكن الوصول إلى كسر السنة الذي يستخدم للتعبير عن (n) في القانون الأساسي للفائدة البسيطة كما يلي:

$$I = C \times i \times n = C \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12} = \frac{C \times t \times m}{1200}$$

-إذا كانت المدة بالأسابيع (S): إذا كانت مدة القرض أو الاستثمار بالأسابيع الكاملة فيجب قسمة عدد هذه الأسابيع على أسابيع السنة الإجمالية (52 أسبوع) حتى يمكن الوصول إلى كسر السنة الذي يستخدم للتعبير عن (n) في القانون الأساسي للفائدة البسيطة كما يلي:

$$I = C \times i \times n = C \times \frac{t}{100} \times \frac{S}{52} = \frac{C \times t \times S}{5200}$$

-**إذا كانت المدة بالأيام (j):** إذا كانت مدة الاستثمار أو الاقتراض بالأيام فيجب قسمة هذه الأيام على عدد أيام السنة الفعلية أيا كان نوعها وذلك بهدف الوصول إلى كسر السنة الذي يستخدم للتعبير عن المدة (n) في القانون الأساسي للفائدة البسيطة وهنا نميز حالتين إما أن تكون الفائدة تجارية أو صحيحة.

-**الفائدة البسيطة التجارية (IC):** تقسم عدد الأيام على 360 يوم باعتبار 30 يوم لكل شهر وهي تحسب بالعلاقة التالية:

$$IC = C \times i \times n = C \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360} = \frac{C \times t \times j}{36000}$$

-**الفائدة البسيطة الصحيحة (IR):** ويطلق عليها عادة الفائدة البسيطة الحقيقية وتقسم عدد الأيام فيها إما على 365 يوم إذا كانت السنة بسيطة أو على 366 يوم إذا كانت السنة كبيسة وتعطى علاقتها كما يلي:

الفائدة الصحيحة بسنة بسيطة:
$$IR = C \times i \times n = C \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{365} = \frac{C \times t \times j}{36500}$$

الفائدة الصحيحة بسنة كبيسة:
$$IR = C \times i \times n = C \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{366} = \frac{C \times t \times j}{36600}$$

ملاحظات:

01-الفائدة التجارية IC اكبر دائما من الفائدة الصحيحة IR مع ثبات المبلغ المستثمر ومعدل الفائدة ومدة الاستثمار أو الاقتراض.

02-إذا لم يحدد في التمرين طريقة معينة لحساب الفائدة يتم استخدام طريقة الفائدة التجارية.

03-إذا ذكر نوع الفائدة المستخدمة ولتكن الصحيحة ولم يذكر ما إذا كانت بسنة بسيطة أو كبيسة فنعتبرها بسنة بسيطة.

04-إذا كانت مدة الاستثمار أو الاقتراض جزء منها يقع في سنة بسيطة والجزء الآخر يقع في سنة كبيسة أو العكس فان:

04-01:إذا كان المطلوب هو حساب الفائدة التجارية فان

$$IC = C \times i \times n = C \times \frac{t}{100} \times \left(\frac{j_1 + j_2}{360}\right) = \frac{C \times t \times (j_1 + j_2)}{36000}$$

J_1: عدد أيام الاستثمار أو الاقتراض التي تقع في السنة البسيطة أو العكس التي تقع في السنة الكبيسة.

J_2: عدد أيام الاستثمار أو الاقتراض التي تقع في السنة الكبيسة أو العكس التي تقع في السنة البسيطة.

04-02أذا كان المطلوب هو حساب الفائدة الصحيحة فإن

$$IR = C \times i \times n = C \times \frac{t}{100} \times \left(\frac{j_1}{365} + \frac{j_2}{366}\right)$$

أو

$$IR = C \times i \times n = C \times \frac{t}{100} \times \left(\frac{j_1}{366} + \frac{j_2}{365}\right)$$

05-تستخدم الفائدة التجارية والصحيحة عندما تكون المدة بالأيام فقط.

06-في حالة تحديد سنة الاستثمار أو الاقتراض بالتمرين وطلب صراحة حساب الفائدة الصحيحة يتم التحقق من كونها سنة بسيطة أم كبيسة من خلال قسمتها على الرقم 04 فإذا كان ناتج القسمة عدد غير صحيح إذن فهي سنة بسيطة ونقسم المدة على 365 يوم، أما إذا كان ناتج القسمة عدد صحيح إذن فهي سنة كبيسة ونقسم المدة على 366 يوم، أما في بداية القرن فنقسم على 400.

05-تحديد أيام الاستثمار أو الاقتراض: لحساب أيام الاستثمار أو الاقتراض نتبع إحدى الطريقتين التاليتين:

05-01الطريقة الأولى: في هذه الطريقة يتم إتباع الخطوات التالية

-يتم طرح يوم الإيداع من عدد أيام شهر الإيداع.

-نضيف عدد أيام الأشهر الفعلية التي تقع بين شهري الإيداع والسحب.

-نضيف آخر رقم في شهر السحب وبالتالي تنتج المدة المطلوبة.

مثال10:أحسب مدة الاستثمار لمبلغ مالي تم إيداعه في 2007/01/02 وتم السحب في 2007/07/15

الحل: بإتباع الخطوات السالفة الذكر تكون المدة كالتالي

$$j=(31-02)+28+31+30+31+30+15=194$$

05-02 الطريقة الثانية (طريقة الجداول): في هذه الطريقة يتم البحث عن ترتيب يوم الإيداع ويوم السحب من خلال جدول السنة البسيطة (جدول رقم 01) أو جدول السنة الكبيسة (جدول رقم02) وتحسب عدد أيام الاستثمار أو الاقتراض كما يلي:

-يؤخذ ترتيب تاريخ السحب (سنة بسيطة أو كبيسة) ويطرح من ترتيب تاريخ الإيداع (سنة بسيطة أو كبيسة) فينتج عدد أيام الاستثمار أو الاقتراض.

مثال11: نفس المثال السابق

مع ملاحظة أن سنة 2007 لا تقبل القسمة على 04 إذن فهي سنة بسيطة

-ترتيب 2007/07/15 هو 196 يوم

-ترتيب 2007/01/02 هو 02 يوم

مدة الاستثمار هي

$$j=196-02=194$$

06-المدة الصحيحة والمدة التقريبية: لحساب الفائدة البسيطة على مبلغ نقدي أودع في بنك في تاريخ معين (تاريخ الإيداع) وسحب في تاريخ لاحق (تاريخ السحب) أو مبلغ نقدي تم إقراضه في تاريخ معين

(تاريخ الإقراض) وسدد في تاريخ لاحق (تاريخ السداد) يقتضي الأمر ضرورة حساب المدة بالأيام من تاريخي الإيداع والسحب أو تاريخي الإقراض والسداد ويتم ذلك بإحدى الطريقتين التاليتين:

06-01الطريقة الصحيحة لحساب المدة: وفي هذه الطريقة تكون المدة هي عدد الأيام الفعلية ابتداء من اليوم التالي لتاريخ الإيداع أو الاقتراض حتى يوم السحب أو السداد أي أن المدة الصحيحة تشمل يوم السحب أو السداد وجميع الأيام الفعلية بين تاريخي الإيداع أو الاقتراض ولا تشمل يوم الإيداع أو الاقتراض ويمكن تبسيط عملية الحساب باستخدام الجدول رقم (01) للسنة البسيطة والجدول رقم (02) للسنة الكبيسة.

06-02-الطريقة التقريبية لحساب المدة: وتحسب المدة بافتراض أن عدد أيام كل شهر كامل ثلاثون يوما فقط بغض النظر عن عدد الأيام الفعلية لكل شهر.

مثال12: إذا كان تاريخ بدء الاستثمار هو 2007/02/07 وتاريخ حساب الفائدة هو 2007/05/17

المطلوب:أحسب المدة الصحيحة والمدة التقريبية؟

الحل:

-حساب المدة الصحيحة: نلاحظ أن سنة 2007 لا تقبل القسمة على 04 إذن فهي بسيطة وعليه نستخدم الجدول رقم (01)

ترتيب 2007/05/17 هو137 يوم

ترتيب 2007/02/07 هو 38 يوم

مدة الاستثمار هي $j=137-38=99$

أو باستخدام الطريقة الثانية $j=(28-07)+30+30+31+30+17=99$

-حساب المدة التقريبية: يتم طرح تاريخي الايداع والسحب

تاريخ حساب الفائدة هو 2007/05/17

تاريخ بدء الاستثمار هو 2007/02/07

المدة تساوي 00/03/10

إذن المدة التقريبية مع افتراض أن كل شهر به 30 يوم هي $j=03\times30+10=100$

07-طرق حساب الفائدة البسيطة عندما تكون المدة بالأيام: عندما تكون المدة بالأيام تحسب الفائدة من استثمار أي مبلغ أو اقتراضه على أساس الفائدة التجارية ويكون عدد الأيام هو 360 يوم أو قد تحسب على أساس الفائدة الصحيحة بسنة بسيطة إذا كان عدد الأيام هو 365 يوم أو الفائدة الصحيحة بسنة كبيسة إذا كان عدد الأيام هو 366 يوم، كما رأينا أيضا أن مدة المبلغ بالأيام قد تحسب على

أساس صحيح فتكون المدة في هذه الحالة هي إجمالي الأيام الفعلية للمبلغ من تاريخ الإيداع حتى تاريخ السحب وتسمى المدة في هذه الحالة بالمدة الصحيحة، وقد تحسب المدة بالطريقة التقريبية وذلك باعتبار أن كل شهر كامل به ثلاثون يوم والمدة بالأيام بهذه الطريقة تسمى المدة التقريبية، وبذلك فانه توجد أربعة طرق لحساب الفائدة البسيطة وهي:

-طريقة الفائدة التجارية للمدة الصحيحة.

-طريقة الفائدة التجارية للمدة التقريبية.

-طريقة الفائدة الصحيحة للمدة الصحيحة.

-طريقة الفائدة الصحيحة للمدة التقريبية.

ملاحظة:الطريقة الأولى هي الأكثر شيوعا في مجال البنوك ولذلك فإنها تسمى قاعدة الصيارفة وهي الطريقة التي ينبغي إتباعها ما لم ينص على خلاف ذلك.

08-العلاقة بين الفائدتين التجارية IC والصحيحة IR: توجد علاقة بين الفائدتين هي علاقة قسمة وفرق

08-01 علاقة النسبة بين الفائدتين: في هذه الحالة نميز بين السنة البسيطة والسنة الكبيسة كما يلي

08-01-01إذا كانت السنة بسيطة:

نعلم أن الفائدة التجارية تعطى بالعلاقة التالية

$$IC=\frac{C\times t\times j}{36000}\ldots\ldots\ldots\ldots(01)$$

كما نعلم أن الفائدة الصحيحة بسنة بسيطة هي

$$IR=\frac{C\times t\times j}{36500}\ldots\ldots\ldots\ldots(02)$$

بقسمة (01) على (02) نجد

$$\frac{IC}{IR}=\frac{\cancel{C}\times\cancel{t}\times\cancel{j}}{\cancel{36000}_{05}}\times\frac{\cancel{36500}_{05}}{\cancel{C}\times\cancel{t}\times\cancel{j}}=\frac{73}{72}$$

إذن

$$\boxed{\frac{IC}{IR}=\frac{73}{72}}$$

08-01-02إذا كانت السنة كبيسة:

نعلم أن الفائدة التجارية تعطى بالعلاقة التالية

$$IC=\frac{C\times t\times j}{36000}\ldots\ldots\ldots\ldots(01)$$

كما نعلم أن الفائدة الصحيحة بسنة كبيسة هي

$$IR=\frac{C\times t\times j}{36600}\ldots\ldots\ldots\ldots(02)$$

بقسمة (01) على (02) نجد

$$\frac{IC}{IR}=\frac{\cancel{C}\times\cancel{t}\times\cancel{j}}{\cancel{36000}_{06}}\times\frac{\cancel{36600}_{06}}{\cancel{C}\times\cancel{t}\times\cancel{j}}=\frac{61}{60}$$

إذن

$$\boxed{\frac{IC}{IR}=\frac{61}{60}}$$

08-02 علاقة الفرق بين الفائدتين:في حالة الفرق توجد أربعة معادلات، معادلتين في حالة السنة البسيطة ومعادلتين في حالة السنة الكبيسة

08-02-01إذا كانت السنة بسيطة

أ-الفرق بين الفائدتين بدلالة الفائدة الصحيحة: لدينا مما سبق $\frac{IC}{IR}=\frac{73}{72}$

إذن
$$IC-IR=\frac{73\times IR}{72}-IR\Rightarrow IC-IR=IR\left[\frac{73}{72}-01\right]\Rightarrow IC-IR=IR\left[\frac{01}{72}\right]$$

ب- الفرق بين الفائدتين بدلالة الفائدة التجارية: لدينا مما سبق $\frac{IC}{IR}=\frac{73}{72}$

إذن
$$IC-IR=IC-\frac{72\times IC}{73}\Rightarrow IC-IR=IC\left[01-\frac{72}{73}\right]\Rightarrow IC-IR=IC\left[\frac{01}{73}\right]$$

08-02-02 إذا كانت السنة كبيسة

أ-الفرق بين الفائدتين بدلالة الفائدة الصحيحة: لدينا مما سبق $\frac{IC}{IR}=\frac{61}{60}$

إذن
$$IC-IR=\frac{61\times IR}{60}-IR\Rightarrow IC-IR=IR\left[\frac{61}{60}-01\right]\Rightarrow IC-IR=IR\left[\frac{01}{60}\right]$$

ب- الفرق بين الفائدتين بدلالة الفائدة التجارية: لدينا مما سبق $\frac{IC}{IR}=\frac{61}{60}$

إذن
$$IC-IR=IC-\frac{60\times IC}{61}\Rightarrow IC-IR=IC\left[01-\frac{60}{61}\right]\Rightarrow IC-IR=IC\left[\frac{01}{61}\right]$$

09-الفائدة المسبقة والمعدل الفعلي للإيداع: قد يلجأ البنك إلى تقديم الفائدة مسبقا لصاحب رأس المال أي أن هذا الأخير (المودع) يتحصل على الفوائد في بداية فترة الإيداع أي يودع المبلغ مطروحا منه الفوائد وفي نهاية المدة يسحب رأس المال كاملا غير منقوص ونفس الشيء يقال للقروض.

09-01 طريقة حساب المعدل الفعلي للإيداع: لتكن لدينا الرموز التالية

t **:**معدل مسبق

$t^{/}$ **:**معدل فعلي

C : رأس المال المقترض أو المستثمر بمعدل فائدة مسبقة t

$C^{/}$: رأس المال المقترض أو المستثمر وهو يساوي
$$C^{/}=C-I\text{.................}(01)$$

ولدينا
$$IC=\frac{C\times t\times j}{36000}\text{...................}(02)$$
$$IC=\frac{C^{/}\times t^{/}\times j}{36000}\text{...................}(03)$$

بتعويض (01) في (03) نجد

$$IC=\frac{(C-IC)\times t^{/}\times j}{36000}\Rightarrow IC=\frac{\left(C-\frac{C\times t\times j}{36000}\right)\times t^{/}\times j}{36000}\Rightarrow IC=\frac{C\times\left(01-\frac{t\times j}{36000}\right)\times t^{/}\times j}{36000}..........(04)$$

نساوي بين (02) و(04) فنجد

$$(02)=(04)\Leftrightarrow\frac{\cancel{C}\times t\times\cancel{j}}{\cancel{36000}}=\frac{\cancel{C}\times\left(01-\frac{t\times j}{36000}\right)\times t^{/}\times\cancel{j}}{\cancel{36000}}\Rightarrow t^{/}=\frac{t}{01-\frac{t\times j}{36000}}$$

مثال13: يملك شخص 10000 دج ولديه الاختيار مابين توظيف هذا المبلغ خلال سنة في احد البنكين A وB شروط التوظيف في البنكين كالتالي:

البنك A: فائدة تدفع مسبقا بمعدل 10%

البنك B: فائدة بمعدل فعلي 11%

المطلوب: أي البنكين يختار؟

الحل:

نبحث أولا عن المعدل الفعلي للتوظيف في البنك A من خلال العلاقة السابقة

$$t^{/}=\frac{t}{01-\frac{t\times j}{36000}}\Rightarrow t^{/}=\frac{10}{01-\frac{10\times 360}{36000}}=11{,}11\%$$

إذن البنك A أكثر مردودية من البنك B

10-الجملة (A):تسمى كذلك القيمة المحصلة أو المكتسبة أو جملة رأس المال وهي القيمة الاسمية لمبلغ موظف مضافا إليها الفائدة المحصل عليها خلال مدة التوظيف أو الاستثمار ونرمز لها بالرمز A أو S

وتعطى العلاقة الأساسية لجملة رأس مال موظف خلال مدة زمنية معينة بالعلاقة التالية

$$A=C+I..................(01)$$
$$I=C\times i\times n...............(02)$$

بتعويض (02) في (01) نجد

$$A=C+I\Rightarrow A=C+C\times i\times n\Rightarrow A=C\times(01+i\times n)$$

مثال14: ما هي القيمة المحصلة لمبلغ مالي قدره 10.000 دج موظف بمعدل فائدة بسيطة قدره 09% وذلك خلال الفترة الممتدة من 2012/10/01 إلى غاية 2012/12/31

الحل: بما أن سنة 2012 تقبل القسمة على 04 إذن فهي كبيسة وبالتالي نستخدم الجدول رقم (02) ترتيب 2012/12/31 هو 366 يوم

ترتيب 2012/10/01 هو 275 يوم

مدة الاستثمار هي $j=366-275=91$

فائدة رأس المال هي $I=C\times i\times n\Rightarrow I=\frac{C\times t\times j}{36000}\Rightarrow I=\frac{10000\times 09\times 91}{36000}=2275$

جملة رأس المال هي $A=C+I\Rightarrow A=10.000+2275=102275$

كما يمكن إيجاد جملة رأس المال مباشرة باستخدام العلاقة التالية

$$A=C\times\left(01+i\times n\right)\Rightarrow A=C\times\left(01+\frac{t\times j}{36000}\right)\Rightarrow A=10.000\times\left(01+\frac{09\times 91}{36000}\right)=102275$$

11-المعدل الوسطي لعدة توظيفات: لتكن مجموعة من توظيفات لشخص واحد على أساس معدلات مختلفة وبمدد مختلفة في بنوك متعددة

$$C_1\rightarrow t_1\rightarrow j_1\rightarrow I_1=\frac{C_1\times t_1\times j_1}{36000}$$

$$C_2\rightarrow t_2\rightarrow j_2\rightarrow I_2=\frac{C_2\times t_2\times j_2}{36000}$$

. . . . .

. . . . .

. . . . .

. . . . .

$$C_K\rightarrow t_K\rightarrow j_K\rightarrow I_K=\frac{C_K\times t_K\times j_K}{36000}$$

بحيث

$$C_1\neq C_2\neq C_3\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots C_K$$
$$t_1\neq t_2\neq t_3\neq\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots t_K$$
$$j_1\neq j_2\neq j_3\neq\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots j_K$$

وعليه فان مجموع الفوائد هو

$$I_1+I_2+I_3+\ldots\ldots\ldots+I_K=\frac{C_1\times t_1\times j_1}{36000}+\frac{C_2\times t_2\times j_2}{36000}+\frac{C_3\times t_3\times j_3}{36000}+\ldots\ldots\ldots\ldots+\frac{C_K\times t_K\times j_K}{36000}$$

إذا عوضت التوظيفات الأولى بتوظيفات لها نفس المعدل بحيث تؤدي إلى نفس الفائدة الإجمالية فإن المعدل المشترك لهذه التوظيفات هو المعدل الوسطي $t^{/}$ لتلك التوظيفات.

$$\frac{C_1\times t_1\times j_1}{36000}+\frac{C_2\times t_2\times j_2}{36000}+\frac{C_3\times t_3\times j_3}{36000}+\ldots\ldots\ldots+\frac{C_K\times t_K\times j_K}{36000}=$$
$$\frac{C_1\times t^{/}\times j_1}{36000}+\frac{C_2\times t^{/}\times j_2}{36000}+\frac{C_3\times t^{/}\times j_3}{36000}+\ldots\ldots\ldots+\frac{C_K\times t^{/}\times j_K}{36000}$$

وبعد إجراء عملية التبسيط نجد

$$C_1\times t_1\times j_1+C_2\times t_2\times j_2+C_3\times t_3\times j_3+\dots\dots\dots+C_K\times t_K\times j_K=$$
$$C_1\times t^/\times j_1+C_2\times t^/\times j_2+C_3\times t^/\times j_3+\dots\dots\dots+C_K\times t^/\times j_K$$
$$\Rightarrow t^/=\frac{C_1\times t_1\times j_1+C_2\times t_2\times j_2+C_3\times t_3\times j_3+\dots\dots\dots+C_K\times t_K\times j_K}{C_1\times j_1+C_2\times j_2+C_3\times j_3+\dots\dots\dots+C_K\times j_K}$$

وتعطى بالصورة المختصرة كما يلي

$$t^/=\frac{\sum_{i=1}^{K}C_i\times t_i\times j_i}{\sum_{i=1}^{K}C_i\times j_i}$$

مثال15:احسب المعدل الوسطي للتوظيفات التالية

$$C_1=1000, t_1=05, j_1=40$$
$$C_2=3000, t_2=06, j_2=50$$
$$C_3=4000, t_3=07, j_3=60$$

الحل:

بتطبيق العلاقة السابقة نجد

$$t^/=\frac{\sum_{i=1}^{K}C_i\times t_i\times j_i}{\sum_{i=1}^{K}C_i\times j_i}\Rightarrow t^/=\frac{\sum_{i=1}^{3}C_i\times t_i\times j_i}{\sum_{i=1}^{3}C_i\times j_i}\Rightarrow$$
$$t^/=\frac{1000\times 05\times 40+3000\times 06\times 50+4000\times 07\times 60}{1000\times 40+3000\times 50+4000\times 60}=06.46$$

12-الفوائد المستحقة على عدة مبالغ غير متساوية بمعدلات ثابتة (طريقة النمر والقاسم)

(le Nombre et le Diviseur):لا تقصر العمليات المالية على إيداع أو اقتراض مبلغ واحد ولاكن يمكن إيداع أو اقتراض عدة مبالغ وكل مبلغ له المدة الخاصة به سواء كانت هذه المدة بالسنوات أو بالشهور أو بالأسابيع أو بالأيام فانه يمكن إيجاد الفائدة المستحقة على هذه المبالغ باستخدام طريقة النمر والقاسم، وتقتضي هذه الطريقة بأنه في حالة ثبات معدل الفائدة t لجميع المبالغ فانه يمكن حساب مجموع الفوائد على المبالغ بالخطوات التالية:

-نحسب النمر لكل مبلغ وهو مجموع ضرب كل مبلغ في مدته.

-تطبيق القانون التالي بعد ملاحظة أن يكون النمر والمعدل من نفس الوحدات الزمنية.

-إذا كانت المدة بالسنوات $\sum I=\sum C\times i\times n\Rightarrow\sum I=\frac{\sum C\times t\times n}{100}$

بقسمة البسط والمقام على t نجد

$$\sum I=\frac{\frac{\cancel{t}\sum C\times n}{\cancel{t}}}{\frac{100}{t}}=\frac{\sum C\times n}{\frac{100}{t}}=\frac{N}{D}$$

-إذا كانت المدة بالأشهر

$$\sum I=\sum C\times i\times n\Rightarrow\sum I=\frac{\sum C\times t\times m}{1200}$$

بقسمة البسط والمقام على t نجد

$$\sum I=\frac{\frac{\cancel{t}\sum C\times m}{\cancel{t}}}{\frac{1200}{t}}=\frac{\sum C\times m}{\frac{1200}{t}}=\frac{N}{D}$$

-إذا كانت المدة بالأسابيع

$$\sum I=\sum C\times i\times n\Rightarrow\sum I=\frac{\sum C\times t\times S}{5200}$$

بقسمة البسط والمقام على t نجد

$$\sum I=\frac{\frac{\cancel{t}\sum C\times S}{\cancel{t}}}{\frac{5200}{t}}=\frac{\sum C\times S}{\frac{5200}{t}}=\frac{N}{D}$$

-إذا كانت المدة بالأيام بفائدة تجارية

$$\sum I=\sum C\times i\times n\Rightarrow\sum I=\frac{\sum C\times t\times j}{36000}$$

بقسمة البسط والمقام على t نجد

$$\sum I=\frac{\frac{\cancel{t}\sum C\times j}{\cancel{t}}}{\frac{36000}{t}}=\frac{\sum C\times j}{\frac{36000}{t}}=\frac{N}{D}$$

-إذا كانت المدة بالأيام بفائدة صحيحة وبسنة بسيطة

$$\sum I=\sum C\times i\times n\Rightarrow\sum I=\frac{\sum C\times t\times j}{36500}$$

بقسمة البسط والمقام على t نجد

$$\sum I=\frac{\frac{\cancel{t}\sum C\times j}{\cancel{t}}}{\frac{36500}{t}}=\frac{\sum C\times j}{\frac{36500}{t}}=\frac{N}{D}$$

-إذا كانت المدة بالأيام بفائدة صحيحة وبسنة كبيسة

$$\sum I=\sum C\times i\times n\Rightarrow\sum I=\frac{\sum C\times t\times j}{36600}$$

بقسمة البسط والمقام على t نجد

$$\sum I=\frac{\frac{\cancel{t}\sum C\times j}{\cancel{t}}}{\frac{36600}{t}}=\frac{\sum C\times j}{\frac{36600}{t}}=\frac{N}{D}$$

مثال16: استثمر احد الأشخاص المبالغ التالية بمعدل فائدة بسيطة 08% سنويا وبمدد مختلفة كما هو موضح أدناه

-مبلغ 20000 دج بتاريخ 2000/04/18

-مبلغ38600 دج بتاريخ 2000/05/15

-مبلغ42500 دج بتاريخ 2000/07/18

-مبلغ 50000 دج بتاريخ 2000/09/25

المطلوب:

-أحسب إجمالي الفوائد المتحصل عليها بتاريخ 2000/12/28 باستخدام طريقة النمر والقاسم؟

الحل:

نلاحظ أن سنة 2000 تقبل القسمة على 04 بالتالي نستخدم الجدول رقم 02

ترتيب 2000/04/18 هو 109يوم

ترتيب 2000/05/15 هو 136 يوم

ترتيب 2000/07/18 هو 200 يوم

ترتيب 2000/09/25 هو 269 يوم

ترتيب 2000/12/28 هو 363 يوم

إذن

$$j_1 = 363 - 109 = 254$$
$$j_2 = 363 - 136 = 227$$
$$j_3 = 363 - 200 = 163$$
$$j_4 = 363 - 269 = 94$$

نحسب مجموع الفوائد باستخدام علاقة المدة بالأيام للفائدة التجارية

$$\sum I = \frac{\dfrac{\cancel{t}\sum C \times j}{\cancel{t}}}{\dfrac{36000}{t}} = \frac{\sum C \times j}{\dfrac{36000}{t}} = \frac{N}{D} \Rightarrow$$

$$\sum I = \frac{\sum(20000 \times 254 + 38600 \times 227 + 42500 \times 163 + 50000 \times 94)}{\dfrac{36000}{08}} = \frac{25469700}{4500}$$

$$\sum I = 5660$$

13-جملة عدة مبالغ:قد يودع شخص عدة مبالغ في احد البنوك كما قد يقترض عدة مبالغ على أن يسحبها في وقت معين وجملة هذه المبالغ هي

$$\sum A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots\dots\dots\dots + A_n$$
$$\sum A = (C_1 + I_1) + (C_2 + I_2) + (C_3 + I_3) + \dots\dots\dots\dots + (C_n + I_n)$$

14-جملة الدفعات: وهي حالة خاصة من جملة عدة مبالغ وتختلف عنها في

-المبالغ متساوية.

-معدل الفائدة المطبق ثابت t.

-الفترة الزمنية منتظمة.

وهي طريقة من خلالها لا يدفع المدين المبلغ المقترض مرة واحدة مع الفوائد المستحقة في تاريخ الاستحقاق بل يتفق مع دائنه على تسديد الدين على شكل دفعات تسدد بصفة دورية أو يدفع الفوائد فقط على أقساط في نهاية كل فترة زمنية ويدفع الدين الأصلي في ميعاد استحقاقه.

14-01 الدفعات المتساوية: الدفعات المتساوية هي مبالغ متساوية يتم دفعها أو سدادها على فترات زمنية منتظمة، فإذا كانت الدفعات تدفع آخر كل فترة زمنية تسمى دفعات عادية أو دفعات السداد مثال على ذلك الاشتراكات أو الرواتب أو الإيجار أو البيع بالتقسيط، أما إذا كانت الدفعات تدفع أول كل فترة زمنية فتسمى دفعات فورية أو دفعات الاستثمار.

في حال عدم تحديد نوع الدفعة فنتعامل معها على أنها دفعة عادية.

14-02 حساب فوائد وجملة الدفعات المتساوية: يمكن حساب فوائد الدفعات على اعتبار أنها عدة مبالغ كل منها يستثمر أو يقترض لمدة تقل عن الدفعة السابقة لها مباشرة بفترة زمنية واحدة وثابتة.

فإذا أردنا حساب فوائد و جملة دفعة متساوية فان قيمة الفوائد المستحقة عن استثمار مبالغ الدفعات تتوقف على مايلي:

-مبلغ الدفعة متساوي وسوف نرمز له بالرمز C

- عدد الدفعات وسوف نرمز لها بالرمز $n^{/}$.

وعدد الدفعات يحسب بالعلاقة التالية **عدد الدفعات = $\dfrac{\text{المدة الإجمالية للدفعات}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}}$**

-معدل الفائدة وسوف نرمز له بالرمز i

-أما جملة الدفعات فسوف نرمز لها بالرمز A وبالتالي يمكن إيجاد جملة الدفعات باستخدام القانون التالي

جملة الدفعات= مجموع مبالغ الدفعات+ مجموع فوائدها

=مبلغ الدفعة× عدد الدفعات+مبلغ الدفعة×المعدل×مجموع مدد الدفعات

$$A=\sum C+\sum I\Rightarrow$$

$$A=n\times C+\sum\left(C_1\times i\times n_1+C_2\times i\times n_2+C_3\times i\times n_3+............+C_n\times i\times n_n\right)\Rightarrow$$

وبما أن مبالغ الدفعة متساوية أي $C_1=C_2=C_3=C_4=C_5=............=C_n=C$

إذن تصبح العلاقة السابقة كما يلي: $A=n\times C+C\times i\sum\left(n_1+n_2+n_3+............+n_n\right)$

من العلاقة الأخيرة نلاحظ أن مجموع المدد هو متتالية حسابية حدها الأول هو n_1 وحدها الأخير هو n_n وأساسها هو $R=n_2-n_1=n_3-n_2=............=n_n-n_{n-1}$

بالتعويض في علاقة المجموع تعطى جملة الدفعات بالعلاقة الرياضية التالية

$$A = n\times C + C\times i\times\frac{n}{2}\times\left(n_1 + n_n\right)$$

-إذا كانت المدة بالسنوات فان العلاقة هي

$$A = n\times C + C\times i\times\frac{n}{2}\times\left(n_1 + n_n\right) \Rightarrow A = n\times C + \frac{C\times t\times n}{200}\times\left(n_1 + n_n\right)$$

-إذا كانت المدة بالأشهر فان العلاقة هي

$$A = n\times C + C\times i\times\frac{n}{2}\times\left(n_1 + n_n\right) \Rightarrow A = n\times C + \frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12} + \frac{m_n}{12}\right)$$

-إذا كانت المدة بالأسابيع فان العلاقة هي

$$A = n\times C + C\times i\times\frac{n}{2}\times\left(n_1 + n_n\right) \Rightarrow A = n\times C + \frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{S_1}{52} + \frac{S_n}{52}\right)$$

-إذا كانت المدة بالأيام فان العلاقة هي

$$A = n\times C + C\times i\times\frac{n}{2}\times\left(n_1 + n_n\right) \Rightarrow A = n\times C + \frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{j_1}{360} + \frac{j_n}{360}\right)$$

14-03 الدفعات الفورية والعادية: لدينا مما سبق العلاقة العامة لمجموع الدفعات المتساوية ولتحديد الحد الأول والأخير لهذه العلاقة بالنسبة للدفعات الفورية والعادية يمكن توضيحها من خلال التالي

14-03-01 الدفعات الفورية: لدينا مما سبق العلاقة العامة للدفعات المتساوي والتي تعطى بالعلاقة التالية

$$A = n\times C + C\times i\times\frac{n}{2}\times\left(n_1 + n_n\right)$$

يحسب الحد الأول والأخير للدفعات الفورية كما يلي:

n_1: المدة كلها(بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)

n_n: هي مدة الدفعة الواحدة (بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)

14-03-02 الدفعات العادية: لدينا مما سبق العلاقة العامة للدفعات المتساوي والتي تعطى بالعلاقة التالية

$$A = n\times C + C\times i\times\frac{n}{2}\times\left(n_1 + n_n\right)$$

يحسب الحد الأول والأخير للدفعات الفورية كما يلي:

n_1: المدة كلها(بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)-مدة استثمار أو سداد الدفعة الواحدة

n_n: هي صفر دائما

مثال17: إستثمر شخص مبلغ 4000 دج أول كل شهر لمدة سنة بمعدل فائدة بسيطة 05%

المطلوب:اوجد مجموع الفوائد والجملة المستحقة في نهاية السنة؟

الحل: بما أن الاستثمار أول كل شهر فهي دفعة فورية وتتم كل أول شهر وبالتالي يتم تطبيق العلاقة التالية

$$A=n\times C+\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)$$

ولدينا من معطيات المثال $C=4000, i=05\%, n=\frac{12}{01}=12$

–إيجاد مجموع الفوائد: مجموع الفوائد يحسب من خلال العلاقة التالية

$$\sum I=\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)$$

لتطبيق العلاقة السابقة نحدد أولا الحد الأول والخير كما يلي

$m_1=12$ شهرا، $m_n=01$ شهرا

إذن $$\sum I=\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)\Rightarrow\sum I=\frac{4000\times 05\times 12}{200}\times\left(\frac{12}{12}+\frac{01}{12}\right)=1300$$

جملة الدفعات الفورية هي $A=n\times C+\sum I\Rightarrow A=12\times 4000+1300=49300$

مثال18:أودع شخص مبلغ 2000 دج في نهاية كل شهر ولمدة سنة في احد البنوك بمعدل فائدة بسيطة 06% سنويا

المطلوب:أحسب مجموع الفوائد والجملة المستحقة في نهاية السنة؟

الحل: بما أن الشخص يودع في نهاية كل شهر فهي دفعة عادية (دفعة سداد) يتم تطبيق العلاقة التالية

$$A=n\times C+\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)$$

ولدينا من معطيات المثال $C=2000, i=06\%, n=\frac{12}{01}=12$

–إيجاد مجموع الفوائد: مجموع الفوائد يحسب من خلال العلاقة التالية

$$\sum I=\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)$$

لتطبيق العلاقة السابقة نحدد أولا الحد الأول والخير كما يلي

$m_1=12-01=11$ شهرا، $m_n=0$

إذن $$\sum I=\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)\Rightarrow\sum I=\frac{2000\times 06\times 12}{200}\times\left(\frac{11}{12}+0\right)=660$$

جملة الدفعات العادية هي $A=n\times C+\sum I\Rightarrow A=12\times 2000+660=24660$

مثال19: احسب مجموع الفوائد والجملة لدفعات فورية مبلغها 2700 دج وفترتها الزمنية 20 يوم ومدتها الإجمالية 200 يوم بمعدل فائدة بسيطة 14% سنويا

الحل:

الدفعة فورية و بالأيام وبالتالي نستخدم العلاقة التالية

$$A = n \times C + \frac{C \times t \times n}{200} \times \left(\frac{j_1}{360} + \frac{j_n}{360} \right)$$

ولدينا من معطيات المثال $C = 2700, i = 14\%, n = \frac{200}{20} = 10$

-إيجاد مجموع الفوائد: مجموع الفوائد يحسب من خلال العلاقة التالية

$$\sum I = \frac{C \times t \times n}{200} \times \left(\frac{j_1}{360} + \frac{j_n}{360} \right)$$

لتطبيق العلاقة السابقة نحدد أولا الحد الأول والخير كما يلي

$j_1 = 200$ يوم، $j_n = 20$ يوم

إذن $\sum I = \frac{C \times t \times n}{200} \times \left(\frac{j_1}{360} + \frac{j_n}{360} \right) \Rightarrow \sum I = \frac{2700 \times 14 \times 10}{200} \times \left(\frac{200}{360} + \frac{20}{360} \right) = 1155$

جملة الدفعات الفورية هي $A = n \times C + \sum I \Rightarrow A = 10 \times 2700 + 1155 = 28155$

مثال20: اوجد مجموع الفوائد وجملة الدفاعات العادية مبلغها 3000 دج وفترتها الزمنية 10 أيام ومدتها90 يوم إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو 12%؟

الحل:

الدفعة عادية و بالأيام وبالتالي نستخدم العلاقة التالية

$$A = n \times C + \frac{C \times t \times n}{200} \times \left(\frac{j_1}{360} + \frac{j_n}{360} \right)$$

ولدينا من معطيات المثال $C = 3000, i = 12\%, n = \frac{90}{10} = 09$

-إيجاد مجموع الفوائد: مجموع الفوائد يحسب من خلال العلاقة التالية

$$\sum I = \frac{C \times t \times n}{200} \times \left(\frac{j_1}{360} + \frac{j_n}{360} \right)$$

لتطبيق العلاقة السابقة نحدد أولا الحد الأول والخير كما يلي

$j_1 = 90-10=80$ يوم، $j_n = 0$ يوم

إذن $$\sum I=\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{j_1}{360}+\frac{j_n}{360}\right)\Rightarrow\sum I=\frac{3000\times12\times09}{200}\times\left(\frac{80}{360}+0\right)=360$$

جملة الدفعات العادية هي $$A=n\times C+\sum I\Rightarrow A=09\times3000+360=27360$$

ثانيا:خصم الديون في الأجل القصير

بعد التطرق إلى مفهوم الفائدة البسطة والجملة و مختلف العلاقات الرياضية بين الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الحقيقية والدفعات العادية وغير العادية.

وفي هذا الجزء المتبقي من العمليات المالية في الأجل القصير سوف نتطرق إلى العناصر التالية:

أولا: خصم الديون في الأجل القصير (الخصم التجاري والخصم الحقيقي)

ثانيا:العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي.

ثالثا: معدل الخصم الصحيح المكافئ لمعدل الخصم التجاري (العلاقة بين معدل الخصم ومعدل الفائدة)

رابعا:العمليات المالية المتعلقة بالبنك (إجمالي الخصومات) (AGIO)

خامسا:القيمة الحالية للدفعات

سادسا:تكافؤ رؤوس الأموال

سابعا:تسوية الديون في الأجل القصير

أولا-خصم الديون في الأجل القصير(الخصم التجاري والخصم الحقيقي)

مقدمة:ذا كان هناك دين يستحق السداد بعد مدة معينة فمبلغ هذا الدين في نهاية تلك المدة يسمى بالقيمة الاسمية (VN)، فإذا أردنا سداد القيمة الاسمية قبل ميعاد استحقاقها فان المبلغ الذي يتم سداده في هذه الحالة سيقل عن القيمة الاسمية ويسمى المبلغ الأقل المدفوع في التاريخ السابق المبكر لسداد الدين بالقيمة الحالية(VA) و الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية لهذا الدين يسمى بالخصم، كما أن الخصم يسمى أحيانا بالقطع وتعرف المدة من تاريخ الخصم أو القطع حتى تاريخ الاستحقاق باسم مدة الخصم في حين يطلق على القيمة التي يدفعها البنك للدائن بعد الخصم باسم القيمة الحالية للورقة أما قيمة الدين الأصلي فتسمى بالقيمة الاسمية.

مما تقدم يمكن الوصول إلى المفاهيم التالية:

1-القيمة الاسمية(VN): وهي قيمة المبلغ المقترض أو المستثمر في تاريخ السداد أو الاستحقاق وهي بمثابة جملة المبلغ (A) ويرمز لها بالرمز(VN).

2-القيمة الحالية(VA):وهي قيمة المبلغ في تاريخ الاقتراض أو الإيداع أو في أي وقت قبل تاريخ الاستحقاق وهي بمثابة المبلغ الأصلي (C) ويرمز لها بالرمز(VA) ونميز فيها حالتين هما

2-1القيمة الحالية التجارية (VAC):هي الفرق بين القيمة الاسمية والخصم التجاري (EC) وهذا الفرق إذا استثمر بالفائدة البسيطة لمدة معينة فان قيمته في نهاية المدة تساوي القيمة الاسمية ويرمز لها بالرمز (VAC) وهو يحسب تبعا للعلاقة التالية

$VAC=VN-EC$..................................(1)

2-2القيمة الحالية الصحيحة (VAR):وهي الفرق بين القيمة الاسمية والخصم الصحيح وهذا الفرق إذا استثمر بالفائدة البسيطة لمدة معينة وبمعدل معين فان قيمته في نهاية المدة تساوي القيمة الاسمية ويرمز له بالرمز(VAR) وهو يحسب تبعا للعلاقة التالية

$VAR=VN-ER$..................................(2)

ملاحظة: القيمة الحالية الصحيحة اكبر من القيمة الحالية التجارية $VAR > VAC$

سوف يتم توضيح المعادلة السابقة لاحقا بعد التطرق إلى مفهوم الخصم التجاري والخصم الحقيقي.

3-الخصم (E): وهو قيمة الفائدة التي تعود على المدين نتيجة سداد الدين في أي تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق أو هو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية وهو بمثابة الفائدة والخصم وإما أن يكون خصم تجاري EC أو خصم حقيقي ER.

1-3الخصم التجاري (EC): وهو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية التجارية أو هو فائدة القيمة الاسمية لذلك الدين عن مدة الخصم وبمعدل الفائدة أو معدل الخصم المتفق عليه وهو يحسب وفق العلاقة التالية:

الخصم التجاري=القيمة الاسمية×معدل الخصم×مدة الخصم

$$EC = VN \times i \times n ....(3)$$

فإذا كانت المدة بالسنوات فإنها تحسب تبعا للعلاقة التالية

$$EC = VN \times i \times n = VN \times \frac{t}{100} \times n ....(4)$$

فإذا كانت المدة بالأشهر فإنها تحسب تبعا للعلاقة التالية

$$EC = VN \times i \times n = VN \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12} ....(5)$$

أما إذا كانت المدة بالأسابيع فإنها تحسب تبعا للعلاقة التالية

$$EC = VN \times i \times n = VN \times \frac{t}{100} \times \frac{s}{52} ....(6)$$

أما إذا كانت المدة بالأيام فإنها تحسب بالطريقة الصحيحة ثم يحسب الخصم التجاري على أساس أن السنة بها 360 يوم تبعا للعلاقة التالية

$$EC = VN \times i \times n = VN \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360} ....(7)$$

ويسمى الفرق بين القيمة الاسمية والخصم التجاري بالقيمة الحالية التجارية وهو يحسب تبعا للعلاقة التالية:

$$EC = VN - VAC \Leftrightarrow VAC = VN - EC............................(8)$$

وبتعويض العلاقة رقم (4) في العلاقة رقم (8) نستنتج العلاقة التالية:

$$VAC = VN - EC = VN - VN \times i \times n = VN(1 - i \times n)..........................(9)$$

يسمى الخصم التجاري بالخصم المصرفي أو الخصم الخارجي لأنه يستخدم عادة بواسطة البنوك في خصم الأوراق التجارية، والمعدل المستخدم في حساب الخصم التجاري يسمى معدل الخصم بينما يسمى المعدل المستخدم في حساب الخصم الصحيح بمعدل الفائدة.

مثال01: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 8000 دج تستحق السداد يوم 15 اكتوبر 2006، خصمت يوم 20 ماي 2006 بمعدل خصم 12% سنويا

المطلوب: إيجاد كل من

1-الخصم 2-القيمة الحالية التجارية

الحل: لدينا من المعطيات VN=8000، i=12%

نحسب أولا مدة الخصم من تاريخ الاستحقاق إلى تاريخ الخصم أو القطع مع ملاحظة أن 2006 لا تقبل القسمة على 4 إذن فالسنة بسيطة وبالتالي نستخدم الجدول رقم 1

ترتيب 15 اكتوبر 2006 هو 288

ترتيب 20 ماي 2006 هو 140

إذن مدة الخصم هي يوم j=288-140=148

1-حساب الخصم التجاري

$$EC = VN \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360} \Rightarrow EC = 8000 \times \frac{12}{100} \times \frac{148}{360} = 394,67$$

2-حساب القيمة الحالية: بتطبيق العلاقة رقم 08 نجد

$$VAC = VN - EC \Rightarrow VAC = 8000 - 394.67 = 7605.33$$

3-2الخصم الحقيقي (ER):هو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة أو هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة عن مدة الخصم وبمعدل الفائدة المتفق عليه وهو يحسب وفق العلاقة التالية: **الخصم الحقيقي=القيمة الحالية الصحيحة×معدل الخصم×مدة الخصم**

$$ER = VAR \times i \times n...................(10)$$

فإذا كانت المدة بالسنوات فإنها تحسب تبعا للعلاقة التالية

$$ER = VAR \times i \times n = VAR \times \frac{t}{100} \times n ....(11)$$

فإذا كانت المدة بالأشهر فإنها تحسب تبعا للعلاقة التالية

$$ER = VAR \times i \times n = VAR \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12} ....(12)$$

أما إذا كانت المدة بالأسابيع فإنها تحسب تبعا للعلاقة التالية

$$ER = VAR \times i \times n = VAR \times \frac{t}{100} \times \frac{s}{52} ....(13)$$

أما إذا كانت المدة بالأيام فإنها تحسب بالطريقة الصحيحة ثم يحسب الخصم الحقيقي على أساس أن السنة بها 360 يوم تبعا للعلاقة التالية

$$ER = VAR \times i \times n = VAR \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360} ....(14)$$

ويسمى الفرق بين القيمة الاسمية والخصم الحقيقي بالقيمة الحالية الحقيقية وهو يحب تبعا للعلاقة التالية

$$ER = VN - VAR \Leftrightarrow VAR = VN - ER ....(15)$$

وبتعويض العلاقة رقم 10 في العلاقة رقم 15 نستنتج العلاقة التالية

$$VAR = VN - ER = VN - VAR \times i \times n \Rightarrow VAR + VAR \times i \times n = VN$$

$$\Rightarrow VAR(1 + i \times n) = VN \Rightarrow VAR = \frac{VN}{(1 + i \times n)} ....(16)$$

وبتعويض العلاقة 16 في العلاقة رقم 15 نستنتج العلاقة التالية:

$$ER = VN - VAR = VN - \frac{VN}{(1+i\times n)} \Rightarrow ER = VN\left(1 - \frac{1}{(1+i\times n)}\right) ....(17)$$

ملاحظات:

1-إذا لم يذكر في التمرين نوع الخصم تجاري أو حقيقي يفترض انه خصم تجاري.

2-دائما الخصم التجاري اكبر من الخصم الحقيقي والسبب في ذلك أن الأول يحسب على أساس القيمة الاسمية والثاني يحسب على أساس القيمة الحالية، وبما أن القيمة الاسمية اكبر دائما من القيمة الحالية إذن يكون الخصم التجاري دائما اكبر من الخصم الحقيقي $VN > VA \Rightarrow EC > ER$

3-تتوقف القيمة الحالية الناتجة على نوع الخصم المطروح من القيمة الاسمية فإذا كان الخصم المطروح خصم صحيح كانت القيمة الحالية الناتجة قيمة حالية صحيحة، أما إذا كان الخصم المطروح خصم تجاري فان القيمة الحالية الناتجة هي قيمة حالية تجارية.

4- القيمة الحالية الصحيحة (VAR) اكبر من القيمة الحالية التجارية (VAC) وذلك لان الخصم الصحيح (ER) اقل من الخصم التجاري (EC) $EC > ER \Leftrightarrow VAC < VAR$

5-في مسائل الخصم دائما عدد أيام السنة هو 360 يوم

6-إذا كانت المدة بالأيام فيتم تحويلها إلى مدة سنوية وذلك بقسمة المدة بالأيام على 360 يوم سواء كان الخصم تجاري او صحيح ، أما إذا كانت المدة بالأسابيع فنقسمها على 52، أما إذا كانت المدة بالأشهر فنقسمها على 12.

مثال 02: شخص مدين بمبلغ 25000دج تستحق السداد في 2004/12/01 فإذا كان معدل الخصم هو 06%سنويا

المطلوب: اوجد التالي

1-القيمة الحالية الصحيحة لذلك الدين في 2004/09/01.

2-قيمة الخصم الصحيح.

الحل:

i=06%،VN=25000

1-إيجاد القيمة الحالية الصحيحة لهذا الدين بتاريخ 2004/09/01

نحسب أولا مدة الخصم m=01/12/2004−01/09/2004=03

وبالتعويض في العلاقة رقم 16 نجد

$$VAR=\frac{VN}{(1+i\times n)}=\frac{VN}{\left(1+\frac{t\times m}{1200}\right)}=\frac{25000}{\left(1+\frac{06\times 03}{1200}\right)}=24630,54$$

2-حساب قيمة الخصم الصحيح: انطلاقا من العلاقة رقم 15 نجد

$$ER=VN-VAR=25000-24630,54=369,46$$

4-تاريخ الخصم :هو التاريخ الذي يتم فيه خصم الدين اي تحديد قيمته الحالية وهو يسبق تاريخ الاستحقاق.

5-تاريخ الاستحقاق: وهو التاريخ الذي يستحق فيه القيمة الاسمية للدين وهو تاريخ لاحق لتاريخ الخصم.

6-مدة الخصم: وهي المدة التي تقع بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق ويمكن أن تكون بالسنوات أو بالأشهر أو بالأسابيع أو بالأيام.

ثانيا: تحليل العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح

يشمل التحليل علاقات الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح وكذلك النسبة بين الخصمين، وذلك على النحو التالي

1-2 علاقة النسبة بين الخصم التجاري EC والخصم الحقيقي ER

لدينا مما سبق

$$EC = VN \times i \times n ....(1)$$
$$ER = VAR \times i \times n ....(2)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{EC}{ER} = \frac{VN \times \cancel{i} \times \cancel{n}}{VAR \times \cancel{i} \times \cancel{n}} = \frac{VN}{VAR} ....(3)$$

وعليه يمكن استنتاج الخصم التجاري بدلالة الخصم الحقيقي أو العكس كما يلي

$$EC = \frac{VN}{VAR} \times ER ....(4)$$
$$\vee$$
$$ER = \frac{VAR}{VN} \times EC ....(5)$$

كما يمكن استنتاج علاقة أخرى هي كالتالي

لدينا مما سبق

$$VAR = \frac{VN}{(1 + i \times n)} ....(6)$$

بتعويض (06) في (3) نجد

$$\frac{EC}{ER} = \frac{VN}{VAR} = \frac{\cancel{VN}}{\frac{\cancel{VN}}{(1+i\times n)}} = (1+i\times n)$$

2-2 علاقة الفرق بين الخصم التجاري EC والخصم الحقيقي ER

لدينا مما سبق

$$EC = VN \times i \times n ....(1)$$
$$ER = VAR \times i \times n ....(2)$$

بطرح (1) من (2) نجد

$$EC - ER = VN \times i \times n - VAR \times i \times n = (VN - VAR) \times i \times n ....(3)$$

كما نعلم من جهة أخرى أن

$$ER = VN - VAR ....(4)$$

بتعويض (4) في (3) نجد

$$EC - ER = ER \times i \times n ....(5)$$

ومن جهة أخرى نعلم أيضا أن

$$EC = VN \times i \times n \Rightarrow \frac{EC}{VN} = i \times n ....(6)$$

بتعويض (6) في (5) نتحصل على معادلة الفرق

$$EC - ER = \frac{ER \times EC}{VN} ....(7)$$

-كما يمكننا استنتاج علاقة أخرى للفرق بدلالة المدة ومعدل الخصم كما يلي:

انطلاقا من العلاقة رقم 7

$$EC - ER = \frac{ER \times EC}{VN} = \frac{(\cancel{VN} \times i \times n)(VAR \times i \times n)}{\cancel{VN}} = \frac{i^2 \times n^2 \times VN}{1 + i \times n} ....(8)$$

مثال03:شخص مدين للبنك بمبلغ 40.500 دج يستحق السداد في نهاية السنة فإذا علمت أن نسبة الخصم التجاري إلى الخصم الصحيح يساوي1.20 دج وان معدل الفائدة يساوي معدل الخصم

المطلوب: احسب التالي

1-القيمة الحالية الصحيحة وقيمة الخصم الصحيح ؟

2- قيمة الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية ؟

3-معدل الخصم المستخدم؟

الحل: لدينا من معطيات المثال $VN=40.500, \frac{EC}{ER}=1.20$

1-حساب القيمة الحالية الصحيحة و قيمة الخصم الصحيح

-حساب القيمة الحالية الصحيحة: لدينا مما سبق ومن المعادلة رقم 3

$$\frac{EC}{ER}=\frac{VN}{VAR}\Rightarrow 1.20=\frac{40.500}{VAR}\Rightarrow VAR=\frac{40.500}{1.20}=33750$$

-حساب قيمة الخصم الصحيح : لحساب قيمة الخصم الصحيح نستعين بالمعادلة رقم 15

$$ER=VN-VAR\Rightarrow ER=40.500-33750=6750$$

2-حساب قيمة الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية

-حساب قيمة الخصم التجاري: لدينا مما سبق

$$\frac{EC}{ER}=1.20\Rightarrow \frac{EC}{6750}=1.20\Rightarrow EC=6750\times 1.20=8100$$

-حساب القيمة الحالية التجارية: لدينا مما سبق ومن المعادلة رقم 8

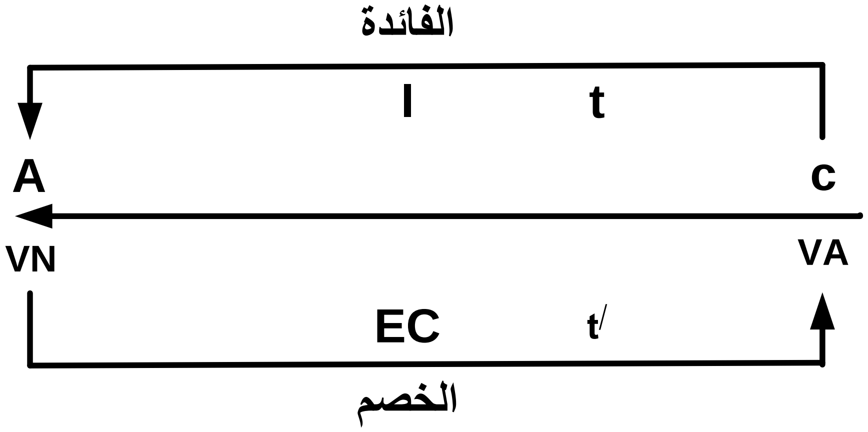
$$VAC=VN-EC\Rightarrow VAC=40500-8100=32400$$

3- حساب معدل الخصم المستخدم: لحساب معدل الخصم المستخدم نستعين إما بعلاقة الخصم التجاري أو الخصم الحقيقي أي

$$\begin{cases}EC=VN\times i\times n\\ ER=VAR\times i\times n\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}i=\dfrac{EC}{VN\times n}\\ i=\dfrac{ER}{VAR\times n}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}i=\dfrac{8100}{40500\times 1}=0.2\\ i=\dfrac{6750}{33750\times 1}=0.2\end{cases}$$

ثالثا: معدل الخصم الصحيح المكافئ لمعدل الخصم التجاري (العلاقة بين معدل الخصم ومعدل الفائدة)

في بعض الحالات نحتاج لحساب معدل الفائدة البسيطة المكافئ لمعدل الخصم البسيط، كما قد نحتاج لحساب معدا الخصم البسيط المكافئ لمعدل الفائدة البسيط، ومن اجل التوضيح جيدا نستعين بالمخطط التالي:



من خلال الشكل التالي يتضح أن معدل الخصم E هو نسبة مئوية من القيمة الاسمية VN ، بينما معدل الفائدة I هو نسبة مئوية من القيمة الحالية VA وبالتالي إذا كانت VN ترمز للقيمة الاسمية لدين أو ورقة تجارية يراد خصمها قبل موعد استحقاقها بمدة n وكانت $t^{/}$ ترمز لمعدل الخصم التجاري و VAR ترمز للقيمة الحالية الصحيحة و t ترمز لمعدل الخصم الصحيح أو معدل الفائدة، ومن اجل إيجاد العلاقة بين معدل الفائدة ومعدل الخصم نساوي الأصل في حالة الفائدة البسيطة بالقيمة الحالية في حالة الخصم كما يلي:

لدينا مما سبق

$$EC = VN \times \frac{t'}{100} \times n.......................(1)$$

$$ER = VAR \times \frac{t}{100} \times n = \frac{VN}{1+\frac{t}{100}\times n} \times \frac{t}{100} \times n..........(2)$$

فإذا كانت $t^{/}=t$ يكون EC>ER ومن ثم يكون VAR> VAC

ولأغراض المقارنة فانه يطلب أحيانا تحديد معدل الفائدة t الذي يجعل قيمة الخصم الصحيح تساوي قيمة الخصم التجاري ومن ثم فان القيمة الحالية الصحيحة تساوي القيمة الحالية التجارية، ومن البديهي فان t التي تحقق ذلك التساوي سوف تكون اكبر من $t^{/}$ ، ويقال بان معدل الخصم الصحيح أو معدل الفائدة t يكافئ معدل الخصم التجاري $t^{/}$ إذا كان المعدلان يؤديان إلى نفس القيمة الحالية للقيمة الاسمية أي أن تكافئ $t^{/}$ إذا كانت VAR=VAC وهذا يقتضي أن يكون EC=ER

وللحصول على قيمة t التي تكافئ $t^{/}$ فانه بمساواة 1 و2 نجد

$$EC = ER \Rightarrow VN \times \frac{t'}{100} \times n = \frac{VN}{1+\frac{t}{100}\times n} \times \frac{t}{100} \times n$$

$$\Rightarrow t' = \frac{t}{1+\frac{t}{100}\times n}................(3)$$

–ولإيجاد معدل الفائدة بمعرفة معدل الخصم نقوم بضرب طرفي المعادلة رقم 3 في $\left(1+\frac{t}{100}\times n\right)$ نتحصل على ما يلي:

$$t'=\frac{t}{1+\frac{t}{100}\times n}\Rightarrow\left(1+\frac{t}{100}\times n\right)t'=\cancel{\left(1+\frac{t}{100}\times n\right)}\left(\frac{t}{\cancel{1+\frac{t}{100}\times n}}\right)$$

$$\Rightarrow t'+\frac{t\times t'}{100}\times n=t\Rightarrow t'=t-\frac{t\times t'}{100}\times n\Rightarrow t'=t\left(1-\frac{t'\times n}{100}\right)$$

$$\Rightarrow t=\frac{t'}{\left(1-\frac{t'\times n}{100}\right)}\text{..........................}(4)$$

مثال04: خصم بنك مبلغ 20000 دج لمدة سنة على أساس معدل خصم 12 %

المطلوب: اوجد معدل الفائدة المكافئ؟

الحل: بتطبيق العلاقة رقم 4 نجد

$$t=\frac{t'}{\left(1-\frac{t'\times n}{100}\right)}\Rightarrow t=\frac{12}{\left(1-\frac{12\times 1}{100}\right)}=13.63$$

نلاحظ أن معدل الفائدة المكافئ اكبر من معدل الخصم.

مثال05: للحصول على معدل فائدة بسيط سنوي هو 11% في 06 أشهر

المطلوب: ما هو معدل الخصم المكافئ؟

الحل: بتطبيق العلاقة رقم 3 نجد

$$t'=\frac{t}{1+\frac{t}{100}\times n}\Rightarrow t'=\frac{11}{1+\frac{11\times 06}{1200}}=10.43$$

نلاحظ أن معدل الخصم المكافئ اقل من معدل الفائدة البسيط.

رابعا:العمليات المالية المتعلقة بالبنك (إجمالي الخصومات) (AGIO)

مقدمة: عندما يقوم البنك بخصم أو (قطع) ورقة تجارية قبل ميعاد استحقاقها فان البنك يستقطع مبلغ من القيمة الاسمية للورقة التجارية، ويتوقف ذلك المبلغ المستقطع على تلك القيمة الاسمية وهو ما أطلق عليه بالخصم التجاري كما يتأثر مقدار الخصم بمدة الخصم فيزيد بطول هذه المدة ويقل بقصرها ، أيضا يتأثر مبلغ الخصم بمعدل الخصم فيزيد بزيادته ويقل بنقصانه، ويسمى الفرق بين القيمة الاسمية للورقة التجارية ومقدار الخصم عليها بالقيمة الحالية للورقة التجارية لكن البنك عادة لا يكتفي بخصم

مبلغ الخصم السابق فقط عند قطع الأوراق التجارية و لا كن هناك عناصر أخرى يستقطعها البنك والتي تسمى في مجموعها بالأجيو.

04-01تعريف الأجيوAGIO: إذا قدم الدائن كمبيالة أو سند إلى احد البنوك للحصول على قيمتها نقدا قبل ميعاد استحقاقها، فان البنك يحل محل الدائن في الحصول على القيمة الاسمية للورقة التجارية من المدين في تاريخ استحقاقها، في نظير أن يقوم **بخصم** مبلغ معين من الدائن نظير دفع قيمة هذه الورقة قبل ميعاد استحقاقها، هذا بالإضافة إلى الحصول على **عمولة** معينة متفق عليها من القيمة الاسمية وتسمى **عمولة البنك**، وكذلك **مصروفات تحصيل** على القيمة الاسمية للورقة التجارية ولا تدخل المدة أو معدل الخصم في الاعتبار، والجدير بالذكر أن قيمة كل من عمولة البنك ومصاريف التحصيل تحسب كنسبة مئوية من القيمة الاسمية للورقة التجارية، وبناء على ذلك فان مصاريف الخصم أو الأجيو تتكون من **الخصم التجاري وعمولة البنك ومصاريف التحصيل** و **الرسم على القيمة المضافة** وتعطى علاقتها كالتالي:

مصاريف الخصم الإجمالي (الأجيو) قبل فرض الضريبة= الخصم التجاري+العمولات+مصاريف التحصيل

AGIO(HT)=EC+Commission+Depance

أما إذا فرضت ضريبةTVA فيحسب الاجيو بالعلاقة التالية

مصاريف الخصم الإجمالي (الأجيو) بعد فرض الضريبة= الخصم التجاري+عمولة البنك+مصاريف التحصيل+الرسوم

AGIO(TTC)=EC+Commission+ Depance+ TVA

وفيما يلي شرح لجميع عناصر المعادلة السابقة:

-**الخصم التجاري(EC)**:يحسب هذا الخصم على القيمة الاسمية للورقة التجارية وبمعدل خصم معين ومدة معينة يطلق عليها مدة الخصم (الفرق بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ القطع) ويحسب البنك الخصم التجاري نظرا لزيادة قيمته عن الخصم الصحيح وهذا لصالح البنك ويتم حسابه تبعا للعلاقة التالية:

الخصم التجاري (EC)= القيمة الاسمية×المدة×النسبة $$EC = VN \times n \times i = \frac{VN \times t \times j}{36000}$$

-**العمولات(Commission)**:وتتمثل في مجموعة من العمولات هي كما يلي

-**عمولات مرتبطة بالزمن** :مثل عمولة التظهير وه عمولة مرتبطة بالزمن، تطبق نتيجة وجود عدة مظهرين للورقة التجارية التي على البنك الرجوع إليهم عند رفض المسحوب عليه تسديد قيمة الورقة وتحب عمولة التظهير بالعلاقة التالية

عمولة التظهير= القيمة الاسمية×المدة×المعدل $COM = VN \times n \times i' = \frac{VN \times t' \times j}{36000}$

-**عمولات غير مرتبطة بالزمن:**وهي نسبة مئوية تطبق على القيمة الاسمية للورقة التجارية أو الكمبيالة مثل عمولة تحويل المكان وعمولة القبول وعمولة التوظيف وعمولة اللائحة....الخ، وهي تحسب تبعا للعلاقة التالية:

عمولة القبول أو عمولة التوظيف= القيمة الاسمية×المعدل $COM = VN \times i'' = \frac{VN \times t''}{100}$

-**مصاريف التحصيل(Depance)**:بالإضافة إلى العمولة فقد يتقاضى البنك أيضا مصاريف تحصيل عن بعض أو كل الأوراق التجارية المقدمة، والمفروض أن مصاريف التحصيل تكون قاصرة على الأوراق التجارية المسحوبة على أشخاص في مناطق ليس للبنك فرع بها مما يضطره إلى إرسال مندوب لتحصيل هذه الأوراق و تتوقف مصاريف التحصيل على القيمة الاسمية ونسبة هذه المصاريف من القيمة الاسمية (نسبة في الألف) وأحيانا يذكر أن مصاريف التحصيل تحسب بحد أدنى وهذا نظرا لان هناك بعض الأوراق التجارية قيمتها الاسمية صغيرة ففي هذه الحالة يتم حساب مصاريف التحصيل كالأتي:

مصاريف التحصيل= القيمة الاسمية× نسبة مصاريف التحصيل $DEP = VN \times i''' = \frac{VN \times t'''}{100}$

وتتوقف مصاريف التحصيل على إحدى الحالات الثلاث التالية:

-إذا كانت مصاريف التحصيل المحسوبة مساوية للحد الأدنى يكتب كما هو.

-إذا كانت مصاريف التحصيل المحسوبة اقل من الحد الأدنى يكتب الحد الأدنى نفسه

-إذا كانت مصاريف التحصيل المحسوبة أكبر من الحد الأدنى تكتب القيمة الأكبر(المحسوبة)

-**الرسوم:** هي رسوم تطبق على النشاطات المالية مثل الرسوم على القيمة المضافة TVA، كنسبة مئوية تطبق على مجموع العمولات غير المرتبطة بالزمن والعمولات الثابتة(مصاريف التحصيل)

02-04 القيمة الصافية(valeur nette): ويسمى أيضا بصافي المستحق للعميل ويحسب عن طريق جمع الخصومات السابق شرحها وتطرح من القيمة الاسمية فينتج صافي المستحق للعميل أو القيمة الصافية للورقة التجارية، وتحسب تبعا للعلاقة التالية:

القيمة الصافية أو صافي المستحق للعميل بعد فرض الضريبة=القيمة الاسمية-إجمالي الخصومات (الاجيو) بعد فرض الضريبة

valeur nette(TTC)=Valeur Nominale-AGIO(TTC)

كما يمكن القيمة الصافية قبل فرض الضريبة وتحسب وفقا للعلاقة التالية:

القيمة الصافية أو صافي المستحق للعميل قبل فرض الضريبة=القيمة الاسمية-إجمالي الخصومات (الاجيو) قبل فرض الضريبة

valeur nette(HT)=Valeur Nominale−AGIO(HT)

ملاحظة: صافي القيمة الحالية أو ما يحصل عليه المستفيد يكون اقل من القيمة الحالية للورقة التجارية.

04-03 مهلة السداد: أحيانا يكون من شروط البنك أن يضيف مهلة سداد يوم واحد أو عدة أيام تم الاتفاق عليها وهذه المدة تضاف إلى مدة الخصم الأصلية وهذا يدي إلى زيادة المدة وبالتالي زيادة الخصم الذي يحصل عليه البنك

04-04معدل الخصم الجمالي(المعدل الحقيقي): نظرا لحصول البنك على الخصم التجاري والعمولة ومصاريف التحصيل، فان معدل الخصم الإجمالي يمثل المعدل العام الذي يحققه البنك نتيجة خصم الورقة التجارية، ويكون معدل الخصم الإجمالي الذي يحققه البنك اكبر من معدل الخصم المستخدم والذي يسمى بمعدل الخصم الاسمي.

كما يمكن حساب معدل الخصم الإجمالي قبل وبعد فرض الضريبة وفقع للعلاقتين التاليتين:

04-04-01 معدل الخصم الإجمالي قبل فرض الضريبة: يمكن حساب هذا المعدل باستخدام العلاقة التالية

إجمالي الخصومات قبل فرض الضريبة=القيمة الاسمية×معدل الخصم الإجمالي×المدة بدون مهلة

معدل الخصم الإجمالي = إجمالي الخصومات قبل فرض الضريبة / القيمة الاسمية ×المدة بدون مهلة

$$AGIO(HT)=\frac{VN\times t_r\times j}{36000}\Rightarrow t_r=\frac{AGIO(HT)\times 36000}{VN\times j}$$

بحيث **j:**هي المدة بدون مهلة (Durée réelle)

04-04-02 معدل الخصم الإجمالي بعد فرض الضريبة: يمكن حساب هذا المعدل باستخدام العلاقة التالية

إجمالي الخصومات بعد فرض الضريبة=القيمة الاسمية×معدل الخصم الإجمالي×المدة بدون مهلة

معدل الخصم الإجمالي = إجمالي الخصومات بعد فرض الضريبة / القيمة الاسمية ×المدة بدون مهلة

$$AGIO(TTC)=\frac{VN\times t_r\times j}{36000}\Rightarrow t_r=\frac{AGIO(TTC)\times 36000}{VN\times j}$$

بحيث **j:**هي المدة بدون مهلة (Durée réelle)

05-معدل تكلفة العملية بالنسبة للبنك والزبون: يمكن حساب معدل تكلفة العملية بالنسبة للبنك والزبون كما يلي

05-01 معدل تكلفة العملية بالنسبة للبنك(t_b): في حالة عملية الخصم يتصرف البنك كما لو انه وظف مبلغا من المال قيمته**valeur nette(HT)** ، للحصول في تاريخ الاستحقاق على مبلغ من المال قدره **VN** وهو القيمة الاسمية للورقة التجارية، وهو يحسب وفق العلاقة التالية:

إجمالي الخصومات قبل فرض الضريبة=القيمة الصافية قبل فرض الضريبة×معدل تكلفة العملية بالنسبة للبنك×المدة بدون مهلة

$$\text{معدل تكلفة العملية بالنسبة للبنك} = \frac{\text{إجمالي الخصومات قبل فرض الضريبة}}{\text{القيمة الصافية قبل فرض الضريبة}\times\text{المدة بدون مهلة}}$$

$$AGIO(HT)=\frac{Vnette(HT)\times t_b\times j}{36000}\Rightarrow t_b=\frac{AGIO(HT)\times 36000}{Vnette(HT)\times j}$$

بحيث **j:**هي المدة بدون مهلة (Durée réelle)

05-02 معدل تكلفة العملية بالنسبة للزبون(t_c):إن رأس المال المقترض فعلا من طرف الزبون هو القيمة الاسمية مطروح منها الخصم الإجمالي (الخصم التجاري والعمولات والرسم)، وهو يحسب وفق العلاقة التالية:

إجمالي الخصومات بعد فرض الضريبة=القيمة الصافية بعد فرض الضريبة×معدل تكلفة العملية بالنسبة للزبون×المدة بدون مهلة

$$\text{معدل تكلفة العملية بالنسبة للزبون} = \frac{\text{إجمالي الخصومات بعد فرض الضريبة}}{\text{القيمة الصافية بعد فرض الضريبة}\times\text{المدة بدون مهلة}}$$

$$AGIO(TTC)=\frac{Vnette(TTC)\times t_c\times j}{36000}\Rightarrow t_c=\frac{AGIO(TTC)\times 36000}{Vnette(TTC)\times j}$$

بحيث **j:**هي المدة بدون مهلة (Durée réelle)

مثال06: تاريخ 2010/07/15 قدمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 86000 دج للخصم، حيث أنها تستحق في 2010/10/01 وفق الشروط التالية:

-معدل الخصم 08%، عمولة التظهير 0.5%، عمولة تحويل المكان $\frac{1}{8}$%، مصاريف التحصيل 0.50 % بحد أدنى 200دج، الرسم على القيمة المضافة 19% يطبق على عمولة تحويل المكان ومصاريف التحصيل.

يقدم البنك مهلة يومين للسداد.

المطلوب: احسب مايلي:

1-مصاريف الخصم الإجمالي (AGIO)؟

2-القيمة الصافية للورقة التجارية؟

3-معدل الخصم الإجمالي؟

4-معدل تكلفة العملية بالنسبة للبنك والزبون؟

الحل: لدينا من معطيات التمرين

قبل حساب قيمة الأجيو وبقية المطالب الأخرى نستخرج أولا مدة الخصم

-مدة الخصم: بما أن السنة 2010 هي سنة بسيطة إذن نستخدم الجدول رقم 01

ترتيب 2010/10/01 هو 274

ترتيب 2010/07/15 هو 196

إذن مدة الخصم هي $2\ \ j = 274 - 196 = 78$

وبما أن البنك يقدم مهلة يومين للسداد إذن تصبح مدة الخصم الجديدة هي

$$j' = j + 02 \Rightarrow j' = 78 + 02 = 80$$

1-حساب مصاريف الخصم الإجمالي:لدينا مما سبق

مصاريف الخصم الإجمالي (الأجيو)= الخصم التجاري+عمولة البنك+مصاريف التحصيل+الرسوم

نستخرج عناصر المعادلة عنصر بعنصر كما يلي:

-الخصم التجاري: $$EC = \frac{VN \times t' \times j'}{36000} \Rightarrow EC = \frac{86000 \times 08 \times 80}{36000} = 1529$$

-عمولة التظهير: $$Com_1 = \frac{VN \times t'' \times j'}{36000} \Rightarrow Com_1 = \frac{86000 \times 0.50 \times 80}{36000} = 96$$

-عمولة تحويل المكان: $$Com_2 = \frac{VN \times t'''}{100} \Rightarrow Com_2 = \frac{86000 \times 1/8}{100} = 107.50$$

-مصاريف التحصيل: $$DEP = \frac{VN \times t''''}{100} \Rightarrow DEP = \frac{86000 \times 0.50}{100} = 430$$

-الرسم على القيمة المضافة: $TVA=\frac{(Com_2+DEP)\times 19}{100} \Rightarrow TVA=\frac{(107.50+430)\times 19}{100}=102.125$

الأجيو قبل فرض الضريبة =2162.50=430+107.50+96+1529

إذن $AGIO(HT)=2162.50$

الأجيو بعد فرض الضريبة=الأجيو قبل فرض الضريبة+مقدار الرسم على الضريبة

=2264.625=102.125+2162.50 دج

إذن $AGIO(TTC)=2264.625$

2-حساب القيمة الصافية للورقة التجارية: لحساب القيمة الصافية التجارية سوف نحسبها قبل وبعد فرض الضريبة

-القيمة الصافية قبل فرض الضريبة=القيمة الاسمية- الاجيو قبل فرض الضريبة

=83837.50=2162.50-86000 دج

إذن $Vnette(HT)=VN-AGIO(HT) \Rightarrow Vnette(HT)=86000-2162.50=83837.50DA$

-القيمة الصافية بعد فرض الضريبة=القيمة الاسمية- الاجيو بعد فرض الضريبة

= 83735.375=2264.625-86000 دج

إذن $Vnette(TTC)=VN-AGIO(TTC) \Rightarrow Vnette(HT)=86000-2264.625=83735.375DA$

3-حساب معدل الخصم الإجمالي: هو الأخر يحسب قبل وبعد فرض الضريبة

-معدل الخصم الإجمالي قبل فرض الضريبة: لدينا مما سبق

$$AGIO(HT)=\frac{VN\times t_r\times j}{36000} \Rightarrow t_r=\frac{AGIO(HT)\times 36000}{VN\times j} \Rightarrow t_r=\frac{2162.50\times 36000}{86000\times 78}=11.60$$

-معدل الخصم الإجمالي بعد فرض الضريبة: لدينا مما سبق

$$AGIO(TTC)=\frac{VN\times t_r\times j}{36000} \Rightarrow t_r=\frac{AGIO(TTC)\times 36000}{VN\times j} \Rightarrow t_r=\frac{2264.625\times 36000}{86000\times 78}=12.15$$

4-معدل تكلفة العملية بالنسبة للبنك والزبون

- معدل تكلفة العملية بالنسبة للبنك: لدينا مما سبق

$$AGIO(HT)=\frac{Vnette(HT)\times t_b\times j}{36000} \Rightarrow t_b=\frac{AGIO(HT)\times 36000}{Vnette(HT)\times j}$$

$$\Rightarrow t_b=\frac{2162.50\times 36000}{83837.50\times 78}=11.90$$

- معدل تكلفة العملية بالنسبة للزبون: لدينا مما سبق

$$AGIO(TTC)=\frac{Vnette(TTC)\times t_c\times j}{36000}\Rightarrow t_c=\frac{AGIO(TTC)\times 36000}{Vnette(TTC)\times j}$$

$$\Rightarrow t_c=\frac{2264.625\times 36000}{83735.375\times 78}=12.48$$

خامسا:القيمة الحالية للدفعات

القيمة الحالية للدفعات هي عبارة عن مجموع القيمة الحالية للدفعة الأولى والقيمة الحالية للدفعة الثانية والقيمة الحالية للدفعة الثالثة......وهكذا وصولا إلى القيمة الحالية للدفعة الأخيرة.

ومن خلال ماسبق من دراسنا للخصم يمكن حساب القيمة الحالية بطريقتين هما القيمة الحالية التجارية والقيمة الحالية الصحيحة.

05-01القيمة الحالية التجارية للدفعات: عادة ماتستخدم القيمة الحالية التجارية في الحياة العملية، حيث يتعين اولا تحديد الخصم التجاري في ضوء معلومية القيمة الإسمية ثم نقوم بطرح هذا الخصم من القيمة الإسمية نحصل على القيمة الحالية التجارية، ويمكن تقسيم القيمة الحالية التجارية للدفعات إلى نوعين هما:

القيمة الحالية التجارية للدفعات الفورية والقيمة الحالية التجارية للدفعات العادية

نعلم مما سبق أن $VAC=VN-EC=VN(1-i\times n)$

القيمة الحالية التجارية= القيمة الإسمية-الخصم التجاري

القيمة الحالية التجارية للدفعات=مجموع مبالغ الدفعات-مجموع الخصومات

=مبلغ الدفعة× عدد الدفعات-مبلغ الدفعة×المعدل×مجموع مدد الدفعات

$$VAC=\sum C-\sum EC\Rightarrow$$

$$VAC=n\times C-\sum(C_1\times i\times n_1+C_2\times i\times n_2+C_3\times i\times n_3+............+C_n\times i\times n_n)\Rightarrow$$

وبما أن مبالغ الدفعة متساوية أي $C_1=C_2=C_3=C_4=C_5=............=C_n=C$

إذن تصبح العلاقة السابقة كما يلي: $VAC=n\times C-C\times i\sum(n_1+n_2+n_3+............+n_n)$

من العلاقة الأخيرة نلاحظ أن مجموع المدد هو متتالية حسابية حدها الأول هو n_1 وحدها الأخير هو n_n

وأساسها هو $R=n_2-n_1=n_3-n_2=............=n_n-n_{n-1}$

بالتعويض في علاقة القيمة الحالية التجارية للدفعات نتحصل على العلاقة الرياضية التالية

$$\boxed{VAC=n\times C-C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)}$$

-إذا كانت المدة بالسنوات فان العلاقة هي

$$\boxed{VAC=n\times C-C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)\Rightarrow VAC=n\times C-\frac{C\times t\times n}{200}\times(n_1+n_n)}$$

-إذا كانت المدة بالأشهر فان العلاقة هي

$$VAC=n\times C-C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)\Rightarrow VAC=n\times C-\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)$$

-إذا كانت المدة بالأسابيع فان العلاقة هي

$$VAC=n\times C-C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)\Rightarrow VAC=n\times C-\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{S_1}{52}+\frac{S_n}{52}\right)$$

-إذا كانت المدة بالأيام فان العلاقة هي

$$VAC=n\times C-C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)\Rightarrow VAC=n\times C-\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{j_1}{360}+\frac{j_n}{360}\right)$$

05-01-01 القيمة الحالية التجارية للدفعات الفورية: لدينا مما سبق العلاقة العامة للقيمة الحالية التجارية للدفعات المتساوية والتي تعطى بالعلاقة التالية $VAC=n\times C-C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)$

يحسب الحد الأول والأخير للقيمة الحالية التجارية للدفعات الفورية كما يلي:

n_1 : هي صفر دائما.

n_n : المدة كلها(بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)-فترة زمنية واحدة

05-01-02 القيمة الحالية التجارية للدفعات العادية: لدينا مما سبق العلاقة العامة للقيمة الحالية التجارية للدفعات المتساوية والتي تعطى بالعلاقة التالية $VAC=n\times C-C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)$

يحسب الحد الأول والأخير للدفعات الفورية كما يلي:

n_1 : هي مدة الدفعة الواحدة (بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)

n_n : المدة كلها(بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)

مثال07:أحسب القيمة الحالية التجارية لدفعة ربع سنوية مبلغها4500دج ومدتها ثلاث سنوات ونصف، فإذا كان معدل الخصم التجاري يساوي08% سنويا.

المطلوب:أحسب التالي

1-القيمة الحالية التجارية للدفعات الفورية.

2-القيمة الحالية التجارية للدفعات العادية.

الحل: لدينا من معطيات المثال $C_{1/4}=4500, i=08\%, n=\frac{42}{03}=14$

1-حساب القيمة الحالية التجارية للدفعات الفورية

بتطبيق علاقة القيمة الحالية التجارية للدفعات نجد $VAC=n\times C-\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)$

نحدد أولا الحد الأول والأخير كما يلي $m_1=0$ شهرا، $m_n=42-01=41$ شهرا

$$VAC=n\times C-\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)\Rightarrow VAC=14\times4500-\frac{4500\times08\times14}{200}\times\left(\frac{0}{12}+\frac{41}{12}\right)=54390$$

2-حساب القيمة الحالية التجارية للدفعات العادية

بتطبيق علاقة القيمة الحالية التجارية للدفعات نجد $VAC=n\times C-\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)$

نحدد أولا الحد الأول والأخير كما يلي $m_1=03$ أشهر ، $m_n=42$ شهرا

$$VAC=n\times C-\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)\Rightarrow VAC=14\times4500-\frac{4500\times08\times14}{200}\times\left(\frac{01}{12}+\frac{42}{12}\right)=53970$$

05-02 القيمة الحالية الحقيقية للدفعات: من مفهوم القيمة الحالية الحقيقية لمبلغ تبين لنا أنها تلك القيمة التي إذا ما إستثمرت بمعدل فائدة أو الخصم المتفق عليه لأصبحت جملتها في تاريخ الإستحقاق تساوي القيمة الإسمية.

والقيمة الحالية الحقيقية هي القيمة الإسمية مطروح منها الخصم الحقيقي.

ويمكن تقسيم القيمة الحالية الحقيقية للدفعات إلى نوعين هما:

القيمة الحالية الحقيقية للدفعات الفورية والقيمة الحالية الحقيقية للدفعات العادية

نعلم مما سبق أن $VAR=VN-ER\Rightarrow VAR=\frac{VN}{(1+i\times n)}$

القيمة الحالية الصحيحة= القيمة الإسمية-الخصم الحقيقي

القيمة الحالية الصحيحة للدفعات= جملة الدفعات / (1+المعدل×المدة)

ونعلم مما سبق أن جملة الدفعات هي $A=n\times C+C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)$

إذن تعطى العلاقة العامة للقيمة الحالية الصحيحة للدفعات كمايلي $VAR=\frac{n\times C+C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)}{(1+i\times n)}$

-إذا كانت المدة بالسنوات فإن العلاقة هي

$$VAR=\frac{n\times C+C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)}{(1+i\times n)}\Rightarrow VAR=\frac{n\times C+\frac{C\times t\times n}{200}\times(n_1+n_n)}{\left(1+\frac{t\times n}{100}\right)}$$

-إذا كانت المدة بالأشهر فان العلاقة هي

$$VAR=\frac{n\times C+C\times i\times\frac{n}{2}\times(n_1+n_n)}{(1+i\times n)}\Rightarrow VAR=\frac{n\times C+\frac{C\times t\times n}{200}\times\left(\frac{m_1}{12}+\frac{m_n}{12}\right)}{\left(1+\frac{t\times m}{1200}\right)}$$

-إذا كانت المدة بالأسابيع فان العلاقة هي

$$VAR=\frac{n\times C+C\times i\times \frac{n}{2}\times (n_1+n_n)}{(1+i\times n)}\Rightarrow VAR=\frac{n\times C+\frac{C\times t\times n}{200}\times \left(\frac{S_1}{52}+\frac{S_n}{52}\right)}{\left(1+\frac{t\times S}{5200}\right)}$$

-إذا كانت المدة بالأيام فان العلاقة هي

-إذا كانت السنة بسيطة

$$VAR=\frac{n\times C+C\times i\times \frac{n}{2}\times (n_1+n_n)}{(1+i\times n)}\Rightarrow VAR=\frac{n\times C+\frac{C\times t\times n}{200}\times \left(\frac{j_1}{365}+\frac{j_n}{365}\right)}{\left(1+\frac{t\times j}{36500}\right)}$$

-إذا كانت السنة كبيسة

$$VAR=\frac{n\times C+C\times i\times \frac{n}{2}\times (n_1+n_n)}{(1+i\times n)}\Rightarrow VAR=\frac{n\times C+\frac{C\times t\times n}{200}\times \left(\frac{j_1}{366}+\frac{j_n}{366}\right)}{\left(1+\frac{t\times j}{36600}\right)}$$

05-02-01 القيمة الحالية الحقيقية للدفعات الفورية: لدينا مما سبق العلاقة العامة للقيمة الحالية الحقيقية للدفعات المتساوية والتي تعطى بالعلاقة التالية

$$VAR=\frac{n\times C+C\times i\times \frac{n}{2}\times (n_1+n_n)}{(1+i\times n)}$$

يحسب الحد الأول والأخير للقيمة الحالية الحقيقية للدفعات الفورية كما يلي:

n_1: هي مدة الدفعة الواحدة (بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)

n_n: المدة كلها(بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)

05-02-02 القيمة الحالية الحقيقية للدفعات العادية: لدينا مما سبق العلاقة العامة للقيمة الحالية الحقيقية للدفعات المتساوية والتي تعطى بالعلاقة التالية

$$VAR=\frac{n\times C+C\times i\times \frac{n}{2}\times (n_1+n_n)}{(1+i\times n)}$$

يحسب الحد الأول والأخير للدفعات العادية كما يلي:

n_1: هي صفر دائما.

n_n: المدة كلها(بالسنوات أو الأشهر أو الأسابيع أو الأيام)-فترة زمنية واحدة

مثال08: أحسب القيمة الحالية الحقيقية لدفعة ثلث سنوية مبلغها6000دج ومدتها سنتين وثمانية أشهر، فإذا كان معدل الفائدة يساوي06% سنويا.

المطلوب:أحسب التالي

1-القيمة الحالية الحقيقية للدفعات الفورية.

2-القيمة الحالية الحقيقية للدفعات العادية.

الحل: لدينا من معطيات المثال $C_{1/3} = 6000, i = 06\%, n = \frac{32}{04} = 08$

1-حساب القيمة الحالية الحقيقية للدفعات الفورية

بتطبيق علاقة القيمة الحالية الحقيقية للدفعات الفورية نجد

$$VAR = \frac{n \times C + C \times i \times \frac{n}{2} \times \left(\frac{m_1}{12} + \frac{m_n}{12}\right)}{\left(1 + \frac{t \times m}{1200}\right)}$$

نحدد أولا الحد الأول والأخير كما يلي $m_1 = 32$ شهرا، $m_n = 04$ شهرا

$$VAR = \frac{n \times C + \frac{C \times t \times n}{200} \times \left(\frac{m_1}{12} + \frac{m_n}{12}\right)}{\left(1 + \frac{t \times m}{1200}\right)} \Rightarrow VAR = \frac{08 \times 6000 + 6000 \times \frac{06 \times 08}{200} \times \left(\frac{0}{12} + \frac{28}{12}\right)}{\left(1 + \frac{06 \times 32}{1200}\right)} = 45103$$

2-حساب القيمة الحالية الحقيقية للدفعات العادية

بتطبيق علاقة القيمة الحالية التجارية للدفعات الفورية نجد

$$VAR = \frac{n \times C + C \times i \times \frac{n}{2} \times \left(\frac{m_1}{12} + \frac{m_n}{12}\right)}{\left(1 + \frac{t \times m}{1200}\right)}$$

نحدد أولا الحد الأول والأخير كما يلي $m_1 = 0$ شهرا، $m_n = 32 - 04 = 28$ شهرا

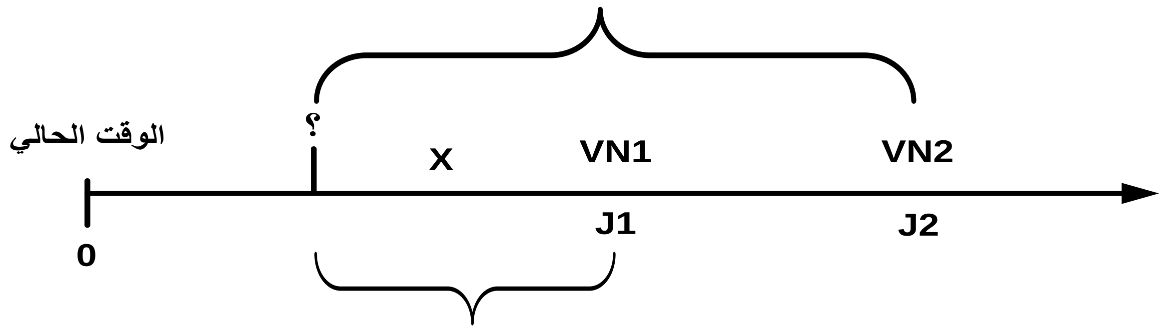
$$VAR = \frac{n \times C + \frac{C \times t \times n}{200} \times \left(\frac{m_1}{12} + \frac{m_n}{12}\right)}{\left(1 + \frac{t \times m}{1200}\right)} \Rightarrow VAR = \frac{08 \times 6000 + 6000 \times \frac{06 \times 08}{200} \times \left(\frac{0}{12} + \frac{28}{12}\right)}{\left(1 + \frac{06 \times 32}{1200}\right)} = 44276$$

سادسا:تكافؤ الأوراق التجارية

تعد عمليات تكافؤ الأوراق التجارية في الواقع تطبيقات عن نظرية الخصم، ونقصد بتكافؤ ورقتين تجاريتين أن تتساوى **قيمتيهما الحالية** في تاريخ محدد يسمى بتاريخ التكافؤ وباستعمال معدلات خصم متساوية، وقد يتم التكافؤ بالخصم التجاري أو الخصم الحقيقي، كما انه يمكن القيام بتكافؤ ورقة أو أكثر، أو ورقة ومبلغ مالي مع ورقة أخرى أو أكثر مع احترام الشرطين الهامين في ذلك وهما حساب القيمة في نفس التاريخ وباستعمال نفس معدل الخصم للعناصر المتكافئة.

06-01التحديد الجبري لتكافؤ ورقتين تجاريتين: لتكن لدينا ورقتين تجاريتين قيمتيها الاسميتين $VN1$ و VN_2 ويستحقان بعد مدة زمنية n_1 و n_2 على التوالي، نقول أن الورقتين التجاريتين متكافئتين إذا وجد

تاريخ **X** تكون فيه القيمتان الحاليتان للوقتين التجاريتين متساويتين والشكل الموالي يوضح طريقة تحديد تاريخ التكافؤ



من خلال الشكل يمكن تحديد تاريخ التكافؤ حيث أن هذا التاريخ يقع قبل القيمة الاسمية للورقة الأولى بمقدار $j_1 - X$ ويقع قبل القيمة الاسمية للورقة الثانية $j_2 - X$ وعليه فان تاريخ التكافؤ يعطى بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{VAC_1 = VAC_2 \Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times(j_1-X)}{36000}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times(j_2-X)}{36000}\right)}$$

كما يمكن إعطاؤه بالعلاقة التالية

$$\mathrm{VAC_1 = VAC_2 \Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times(j_1)}{36000}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times(j_1+\Delta j)}{36000}\right)}$$

مثال09:ورقتان تجاريتان خصمتا بمعدل خصم تجاري 06% حيث أن القيمة الاسمية للورقة الأولى هو29700دج وتستحق بتاريخ 2018/08/16 و أن القيمة الاسمية للورقة الثانية هو 29850 دج، وتستحق بتاريخ 2018/09/15

المطلوب:

1-تحديد تاريخ التكافؤ؟00

الحل:

الطريقة الأولى

ترتيب 2018/08/16 هو 228 يوم

ترتيب 2018/09/15 هو 258 يوم

بتطبيق العلاقة السابقة نجد

$$\mathrm{VAC_1 = VAC_2 \Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times(j_1-X)}{36000}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times(j_2-X)}{36000}\right)}$$

$$\Rightarrow 29700\left(01-\frac{06\times(228-X)}{36000}\right)=29850\left(01-\frac{06\times(258-X)}{36000}\right)$$

وبعد عملية النشر والتحليل نجد

$$29700-1128.60+04.95X=29850-1283.55+04.975X\Rightarrow 04.95=0.025X$$
$$\Rightarrow X=198$$

أي أن التكافؤ يحدث عند 198 يوم وبالجوع إلى الجدول رقم 01 والبحث عن نقطة التقاطع ل198 نجدها 2018/07/17 وبالتالي فان التكافؤ يقع بعد 30 يوم من الورقة الأولى 228−198=30 يوم ويقع بعد 60 يوم من الورقة الثانية 258−198=60 يوم

وبالتالي فتاريخ التكافؤ هو 2018/07/17

الطريقة الثانية

$$VAC_1=VAC_2\Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times(j_1-X)}{36000}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times(j_2-X)}{36000}\right)$$
$$\Rightarrow 29700\left(01-\frac{06\times(j_1)}{36000}\right)=29850\left(01-\frac{06\times(j_1+\Delta j)}{36000}\right)$$
$$\Rightarrow 29700\left(01-\frac{06\times(j_1)}{36000}\right)=29850\left(01-\frac{06\times(j_1+30)}{36000}\right)$$
$$\Rightarrow 29700-04.95j_1=29850-04.975j_1-149.25$$
$$\Rightarrow 0.75=0.025j_1\Rightarrow j_1=30$$

06-02 التكافؤ بين ورقتين: قد يستخدم في هذه العملية الخصم التجاري أو الخصم الحقيقي

06-02-01 بالخصم التجاري: باعتبار ورقتين تجاريتين ذات قيم اسمية VN_1 و VN_2 وذات مدتين n_1 و n_2 على التوالي فنقول أنهما متكافئتين عند تساوي قيمتيهما الحالية VAC_1 و VAC_2 مع نفس المعدل بحيث:

$$VAC_1=VAC_2\Rightarrow VN_1-EC_1=VN_2-EC_2\Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times n_1}{100}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times n_2}{100}\right)$$

-أما إذ كانت المدة بالأشهر

$$VAC_1=VAC_2\Rightarrow VN_1-EC_1=VN_2-EC_2\Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times m_1}{1200}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times m_2}{1200}\right)$$

-أما إذا كنت المدة بالأسابيع

$$VAC_1=VAC_2\Rightarrow VN_1-EC_1=VN_2-EC_2\Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times S_1}{5200}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times S_2}{5200}\right)$$

-أما إذا كانت المدة بالأيام

$$VAC_1 = VAC_2 \Rightarrow VN_1 - EC_1 = VN_2 - EC_2 \Rightarrow VN_1\left(01 - \frac{t\times j_1}{36000}\right) = VN_2\left(01 - \frac{t\times j_2}{36000}\right)$$

06-02-02 بالخصم الحقيقي: باعتبار ورقتين تجاريتين ذات قيم اسمية VN_1 و VN_2 وذات مدتين n_1 و n_2 على التوالي فنقول أنهما متكافئتين عند تساوي قيمتيهما الحالية VAR_1وVAR_2 مع نفس المعدل بحيث:

$$VAR_1 = VAR_2 \Rightarrow VN_1 - ER_1 = VN_2 - ER_2 \Rightarrow \frac{VN_1}{\left(01 + \frac{t\times n_1}{100}\right)} = \frac{VN_2}{\left(01 + \frac{t\times n_2}{100}\right)}$$

-أما إذ كانت المدة بالأشهر

$$VAR_1 = VAR_2 \Rightarrow VN_1 - ER_1 = VN_2 - ER_2 \Rightarrow \frac{VN_1}{\left(01 + \frac{t\times m_1}{1200}\right)} = \frac{VN_2}{\left(01 + \frac{t\times m_2}{1200}\right)}$$

-أما إذا كنت المدة بالأسابيع

$$VAR_1 = VAR_2 \Rightarrow VN_1 - ER_1 = VN_2 - ER_2 \Rightarrow \frac{VN_1}{\left(01 + \frac{t\times S_1}{5200}\right)} = \frac{VN_2}{\left(01 + \frac{t\times S_2}{5200}\right)}$$

-أما إذا كانت المدة بالأيام وبسنة بسيطة

$$VAR_1 = VAR_2 \Rightarrow VN_1 - ER_1 = VN_2 - ER_2 \Rightarrow \frac{VN_1}{\left(01 + \frac{t\times j_1}{36500}\right)} = \frac{VN_2}{\left(01 + \frac{t\times j_2}{36500}\right)}$$

-أما إذا كانت المدة بالأيام وبسنة كبيسة

$$VAR_1 = VAR_2 \Rightarrow VN_1 - ER_1 = VN_2 - ER_2 \Rightarrow \frac{VN_1}{\left(01 + \frac{t\times j_1}{36600}\right)} = \frac{VN_2}{\left(01 + \frac{t\times j_2}{36600}\right)}$$

مثال10: شخص مدين لشخص آخر بمبلغ 50000 دج يستحق في 31 ماي 2018 (الدين على شكل ورقة تجارية)وفي16ماي2018 طلب المدين أن يعوض الورقة السابقة بأخرى تستحق في30 جوان2018.

المطلوب:

1-أحسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة مع العلم أن معدل الخصم التجاري هو 08%؟

الحل:

تاريخ التكافؤ هو 2018/05/16

المدة الزمنية للورقة الأولى هي $j_1 = 151 - 136 = 15$

المدة الزمنية للورقة الثانية هي $j_2 = 181 - 136 = 45$

التكافؤ بين الورقتين التجاريتين يعني تساوي قيمتيهما الحاليتين التجاريتين، وبتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$VAC_1 = VAC_2 \Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times j_1}{36000}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times j_2}{36000}\right)$$

$$\Rightarrow 50000\left(01-\frac{08\times 15}{36000}\right)=VN_2\left(01-\frac{08\times 45}{36000}\right)\Rightarrow 49833.33=0.99\times VN_2$$

$$\Rightarrow VN_2 = 50337$$

مثال11: اتفق مدين مع دائنة على استبدال سند قيمته الاسمية 10000 دج يستحق الأداء بعد 25 يوم بسند آخر يستحق الأداء بعد 60 يوم

المطلوب:

احسب القيمة الاسمية للسند الجديد إذا علمت أن:

1-عملية التبديل تقوم على أساس الحل التجاري وبمعدل خصم 08%؟

2-عملية التبديل تقوم على أساس الحل الحقيقي وبمعدل فائدة 09%؟

الحل:

1-حساب القيمة الاسمية للسند الجديد بالحل التجاري وبمعدل خصم 08%

بتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$VAC_1 = VAC_2 \Rightarrow VN_1\left(01-\frac{t\times j_1}{36000}\right)=VN_2\left(01-\frac{t\times j_2}{36000}\right)$$

$$\Rightarrow 10000\left(01-\frac{08\times 25}{36000}\right)=VN_2\left(01-\frac{08\times 60}{36000}\right)\Rightarrow 9944.44=0.986\times VN_2$$

$$\Rightarrow VN_2 = 10079$$

2-حساب القيمة الاسمية للسند الجديد بالحل الحقيقي وبمعدل فائدة 09%

بتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$VAR_1 = VAR_2 \Rightarrow \frac{VN_1}{\left(01+\frac{t\times j_1}{36500}\right)}=\frac{VN_2}{\left(01+\frac{t\times j_2}{36500}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{10000}{\left(01+\frac{09\times 25}{36500}\right)}=\frac{VN_2}{\left(01+\frac{09\times 60}{36500}\right)}\Rightarrow 9939=0.985\times VN_2 \Rightarrow VN_2 = 10086$$

03-06 تكافؤ ورقة تجارية مع عدة أوراق تجارية: إذا كانت ورقة تجارية متكافئة مع مجموعة من أوراق تجارية في تاريخ ما، فان التكافؤ لا يمكن أن يتحقق في تاريخ آخر باستثناء حالة تساوي القيمة الاسمية للورقة الوحيدة مع مجموع القيم الاسمية للأوراق الأخرى.

لتكن الورقة التجارية ذات القيمة الاسمية VN متكافئة مع مجموعة من الأوراق التجارية الأخرى ذات القيم الاسمية VN_1،VN_2،VN_3،.............،VN_n،إذا خصمت تلك الأوراق التجارية في تاريخ معين وبنفس المعدل وكانت القيمة الحالية للورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الحالية للأوراق التجارية الأخرى.

القيمة الحالية للورقة المكافئة= مجموع القيم الحالية للأوراق الأخرى

06-03-01 بالخصم التجاري: تعطى العلاقة كالتالي

$$VAC = VAC_1 + VAC_2 + VAC_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + VAC_n$$

$$VN\left(01-\frac{t\times j}{36000}\right) = VN_1\left(01-\frac{t\times j_1}{36000}\right)+VN_2\left(01-\frac{t\times j_2}{36000}\right)+VN_3\left(01-\frac{t\times j_3}{36000}\right)+\ldots\ldots+VN_n\left(01-\frac{t\times j_n}{36000}\right)$$

06-03-03 بالخصم الحقيقي: تعطى العلاقة اما بسنة بسيطة او سنة كبيسة كالتالي

أ-بسنة بسيطة

$$VAR = VAR_1 + VAR_2 + VAR_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + VAR_n$$

$$\frac{VN}{\left(01+\frac{t\times j}{36500}\right)} = \frac{VN_1}{\left(01+\frac{t\times j_1}{36500}\right)}+\frac{VN_2}{\left(01+\frac{t\times j_2}{36500}\right)}+\frac{VN_3}{\left(01+\frac{t\times j_3}{36500}\right)}+\ldots\ldots+\frac{VN_n}{\left(01+\frac{t\times j_n}{36500}\right)}$$

ب-بسنة كبيسة

$$VAR = VAR_1 + VAR_2 + VAR_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + VAR_n$$

$$\frac{VN}{\left(01+\frac{t\times j}{36600}\right)} = \frac{VN_1}{\left(01+\frac{t\times j_1}{36600}\right)}+\frac{VN_2}{\left(01+\frac{t\times j_2}{36600}\right)}+\frac{VN_3}{\left(01+\frac{t\times j_3}{36600}\right)}+\ldots\ldots+\frac{VN_n}{\left(01+\frac{t\times j_n}{36600}\right)}$$

مثال 12: تاجر مدين بثلاث اوراق تجارية حسب المعطات التالية:

-الورقة الأولى: قيمتها الاسمية 43000 دج وتاريخ استحقاقها 26 جويلية.

-الورقة الثانية: قيمتها الاسمية 26000 دج وتاريخ استحقاقها 24 اوت.

-الورقة الثالثة: قيمتها الاسمية 30000 دج وتاريخ استحقاقها 18 سبتمبر.

تقدم هذا التاجر إلى دائنة بتاريخ 20جوان ليعوض الأوراق السابقة بورقة وحيدة تستحق في 31 وت.

المطلوب:

احسب القيمة الاسمية لهذه الورقة إذا علمت أن معدل الخصم التجاري هو 08%؟

الحل:

نبحث أولا عن المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق كل ورقة تجارية

ترتيب تاريخ التكافؤ الذي هو 20 جوان: 171 يوم

ترتيب الورقة الأولى 26 جويلية هو:207 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 207-171=36 يوم

ترتيب الورقة الثانية 24 أوت هو:236 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 236-171=65 يوم

ترتيب الورقة الثالثة 18 سبتمبر هو:261 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 261-171=90 يوم

ترتيب الورقة الجديدة 31 أوت هو : 243 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 243−171=72 يوم

لإيجاد القيمة الاسمية للورقة المعوضة نستعين بالعلاقة السابقة:

$$VAC = VAC_1 + VAC_2 + VAC_3$$

$$\Rightarrow VN\left(01-\frac{t\times j}{36000}\right) = VN_1\left(01-\frac{t\times j_1}{36000}\right) + VN_2\left(01-\frac{t\times j_2}{36000}\right) + VN_3\left(01-\frac{t\times j_3}{36000}\right)$$

$$\Rightarrow VN\left(01-\frac{08\times 72}{36000}\right) = 43000\left(01-\frac{08\times 36}{36000}\right) + 26000\left(01-\frac{08\times 65}{36000}\right) + 30000\left(01-\frac{08\times 90}{36000}\right)$$

$$\Rightarrow 0.984\times VN = 97680.44 \Rightarrow VN = 99269$$

قيمة الورقة الاسمية المعوضة هي 99269 دج.

04−06 تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع عدة أوراق تجارية: نقول عن التكافؤ بين مجموعتين من الأوراق التجارية حيث تكون مجموعة من الأوراق التجارية مكافئة لمجموعة أخرى وبمعدل خصم واحد وفي تاريخ معين، إذا كان مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى يساوي مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية.

مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى = مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية

01−04−06 بالخصم التجاري: تعطى معادلة تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى من الأوراق التجارية بالخصم التجاري وفق المعادلة التالية

$$\sum_{i=1}^{n} VAC_i = \sum_{i=1}^{n} VAC_i'$$

$$\left(VAC_1 + VAC_2 + VAC_3 + \dots\dots\dots + VAC_n\right) = \left(VAC_1' + VAC_2' + VAC_3' + \dots\dots\dots + VAC_n'\right)$$

02−04−06 بالخصم الحقيقي: : تعطى معادلة تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى من الأوراق التجارية بالخصم الحقيقي وفق المعادلة التالية

$$\sum_{i=1}^{n} VAR_i = \sum_{i=1}^{n} VAR_i'$$

$$\left(VAR_1 + VAR_2 + VAR_3 + \dots\dots\dots + VAR_n\right) = \left(VAR_1' + VAR_2' + VAR_3' + \dots\dots\dots + VAR_n'\right)$$

مثال13: في05 جوان 2016 تم تعويض ثلاث سندات تجارية قيمها الاسمية على التوالي 28400 دج ،35600 دج،56200 دج، وتستحق الدفع بعد 35 يوم،42 يوم،64 يوم على التوالي بسندين قيمتهما الاسمية على الترتيب 37400 دج، VN_2 وتستحق الدفع بعد 72 يوم و88 يوم، وبمعدل خصم تجاري 06%.

المطلوب:

−أحسب القيمة الاسمية للسند الثاني؟

الحل:

بتطبيق علاقة التكافؤ السابقة نجد:

$$\sum_{i=1}^{2} VAC_i = \sum_{i=1}^{3} VAC_i'$$

$$\left(VAC_1 + VAC_2\right) = \left(VAC_1' + VAC_2' + VAC_3'\right) \Rightarrow$$

$$37400\left(01-\frac{06\times72}{36000}\right)+VN_2\left(01-\frac{06\times88}{36000}\right)=28400\left(01-\frac{06\times35}{36000}\right)+36500\left(01-\frac{06\times42}{36000}\right)+56200\left(01-\frac{06\times64}{36000}\right)$$

$$\Rightarrow 36951.20 + 0.9853\times VN_2 = 120079.3667$$

$$\Rightarrow 0.9853\times VN_2 = 83128.166 \Rightarrow VN_2 = 84366$$

6-05 الاستحقاق المشترك والمتوسط

06-05-01 الاستحقاق المشترك: يتمثل مفهوم الاستحقاق المشترك في البحث عن القيمة الاسمية و تاريخ استحقاق الورقة الوحيدة المعوضة لورقتين تجاريتين أو أكثر، ذات مبالغ مختلفة وتواريخ استحقاق مختلفة أيضا.

مثال06: تاجر بحوزته الأوراق التجارية التالية:

-الورقة الأولى: قيمتها الاسمية هي 15000 دج تستحق في 10جويلية 2012.

- الورقة الثانية: قيمتها الاسمية هي 18000 دج تستحق في 10 أوت 2012.

- الورقة الثالثة: قيمتها الاسمية هي 30000 دج تستحق في 05 سبتمبر 2012.

وفي 05 جوان 2012 اتفق مع دائنه على استبدال الأوراق الثلاث السابقة بورقة وحيدة قيمتها الاسمية 63000 دج

المطلوب:

1-احسب تاريخ استحقاق هذه الورقة إذا علمت أن معدل الخصم التجاري هو 09%؟

الحل:

نبحث عن المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق كل وق تجارية

ترتيب تاريخ التكافؤ الذي هو 05 جوان2012: 157 يوم

ترتيب الورقة الأولى 10 جويلية 2012 هو:192 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 192-157=35

ترتيب الورقة الثانية 10 أوت2012 هو:223 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 223-157=66

ترتيب الورقة الثالثة 05 سبتمبر2012 هو:261 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 261-157=104

بتطبيق العلاقة الأساسية للتكافؤ نجد:

$$VAC = VAC_1 + VAC_2 + VAC_3$$

$$\Rightarrow VN\left(01-\frac{t\times j}{36000}\right)=VN_1\left(01-\frac{t\times j_1}{36000}\right)+VN_2\left(01-\frac{t\times j_2}{36000}\right)+VN_3\left(01-\frac{t\times j_3}{36000}\right)$$

$$\Rightarrow 63000\left(01-\frac{09\times j}{36000}\right)=15000\left(01-\frac{09\times 35}{36000}\right)+18000\left(01-\frac{09\times 66}{36000}\right)+30000\left(01-\frac{09\times 104}{36000}\right)$$

$$\Rightarrow\left(01-\frac{09\times j}{36000}\right)=\frac{15000\left(01-\frac{09\times 35}{36000}\right)+18000\left(01-\frac{09\times 66}{36000}\right)+30000\left(01-\frac{09\times 104}{36000}\right)}{63000}$$

$$\Rightarrow\left(01-\frac{09\times j}{36000}\right)=0.98808\Rightarrow j=77$$

إذن تاريخ استحقاق الورقة هو 77 يوم بعد تاريخ التكافؤ أي في 21 أوت 2012.

02-05-06الاستحقاق المتوسط: الاستحقاق المتوسط لمجموعة من الأوراق التجارية هو الاستحقاق المشترك أو الموحد لهذه الأوراق في حالة ما إذا كانت القيمة الاسمية للورقة الوحيدة المعوضة تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق المعوضة بحيث يحسب وفق العلاقة التالية:

$$VN=\sum_{i=1}^{k}VN_i=\left(VN_1+VN_2+VN_3+........+VN_n\right)\Leftrightarrow VAC=\left(VAC_1+VAC_2+VAC_3+.........+VAC_k\right)$$

$$\Rightarrow VN\left(01-\frac{t\times j}{36000}\right)=VN_1\left(01-\frac{t\times j_1}{36000}\right)+VN_2\left(01-\frac{t\times j_2}{36000}\right)+VN_3\left(01-\frac{t\times j_3}{36000}\right)+....+VN_k\left(01-\frac{t\times j_k}{36000}\right)$$

$$\Rightarrow j=\frac{VN_1\times j_1+VN_2\times j_2+VN_3\times j_3+...............+VN_k\times t_k}{VN}$$

مثال07: تاجر مدين بثلاث أوراق تجارية كالتالي:

-الورقة الأولى قيمتها الاسمية 43000 دج وتستحق في 26 جويلية 2015.

- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 26000 دج وتستحق في 24 أوت 2015.

-الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 30000 دج وتستحق في 18 سبتمبر 2015.

تقدم إلى دائنه بتاريخ 20 جوان 2015 لتعويض بورقة وحيدة لمجموع قيمها الاسمية.

المطلوب:

1-احسب تاريخ الاستحقاق المتوسط لهذه الورقة التجارية؟

الحل:

نبحث عن المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق كل وق تجارية

ترتيب تاريخ التكافؤ الذي هو 20 جوان2015: 171 يوم

ترتيب الورقة الأولى 26 جويلية 2015 هو:207 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 207-171=36

ترتيب الورقة الثانية 24 أوت2015 هو:236 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 236-171=65

ترتيب الورقة الثالثة 18 سبتمبر2015 هو:261 يوم وبالتالي فالمدة الفاصلة بينهما هي 261-171=90

بتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$j=\frac{VN_1\times j_1+VN_2\times j_2+VN_3\times j_3}{VN}\Rightarrow j=\frac{43000\times 36+26000\times 65+30000\times 90}{(43000+26000+30000)}$$

$$\Rightarrow \frac{5938000}{99000}=60$$

إذن تاريخ الاستحقاق المتوسط سيكون بعد 60 يوم من تاريخ التكافؤ أي في 19 أوت 2015

سابعا:تسوية الديون في الأجل القصير

أحيانا يتفق المدين والدائن على تغيير ميعاد سدد دين له تاريخ استحقاق معين وذلك بتقديم أو بتأخير ميعاد سداد ذلك الدين عن تاريخ استحقاقه ومن الطبيعي فان ذلك يترتب عليه تغيير قيمة المبلغ الواجب سداده في ذلك التاريخ الجديد للسداد، وكما نعلم من الدروس السابقة (الفائدة والخصم) فانه إذا كان تاريخ السداد المتفق عليه لاحق لتاريخ استحقاق الدين فان المدين يسدد جملة الدين أي يسدد أصل الدين وفائدته عن المدة من تاريخ الاستحقاق حتى تاريخ السداد وبالمعدل المتفق عليه بين الدائن والمدين ويسمى ذلك تسوية الدين بفائدة، أما إذا كان تاريخ السداد المتفق عليه يسبق تاريخ استحقاق الدين فانه يتم خصم جزء من الدين ويسدد المدين القيمة الحالية للدين ويسمى ذلك بتسوية الدين بخصم. وفي مجال تسوية الديون يطلق على التاريخ الذي يتم فيه الاتفاق أو التسوية أو التعديل بتاريخ التسوية، كما يطلق على الديون المستحقة على المدين قبل عملية التعديل أو الاتفاق بالديون قبل التسوية أو الديون قبل التعديل أو الديون القديمة كما يطلق على الديون التي يتم الاتفاق على سدادها بالديون بعد التسوية أو الديون بعد التعديل أو الديون الجديدة، ويلاحظ أن عملية تسوية الديون تكون بين طرفين وحتى تتحقق العدالة بين الطرفين فانه يتم تطبيق القاعدة الأساسية في تسوية الديون وهي:

قيمة الديون قبل التسوية في أي تاريخ = قيمة الديون بعد التسوية في نفس التاريخ

و قيمة الديون هنا تتمثل في ثلاث حالات هي: قيمة الدين نفسه أو القيمة الحالية للدين أو جملة الدين، وكل حالة من الحالات الثلاث تتوقف على تاريخ التسوية وسوف نعرض الحالات الثلاث التالية

❖ **الحالة الأولى تسوية الديون عند اقرب تاريخ:** أن يكون تاريخ التسوية سابق لجميع تواريخ استحقاق الديون ففي هذه الحالة فان معادلة التسوية تأخذ الشكل التالي

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

وأحيانا يرغب المدين في سدد مبلغ نقدي عند الاتفاق ففي هذه الحالة فان المعادلة تأخذ الشكل التالي

القيمة الحالية للديون قبل التسوية– المبلغ النقدي = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

لتصبح المعادلة في شكلها النهائي كما يلي

الباقي من قيمة الديون القديمة في تاريخ التسوية = قيمة الديون الجديدة في تاريخ التسوية

❖**الحالة الثانية تسوية الديون عند ابعد تاريخ:** أن يكون تاريخ التسوية لاحق لجميع تواريخ استحقاق الديون ففي هذه الحالة فان معادلة التسوية تأخذ الصورة التالية:

جملة الديون قبل التسوية = جملة الديون بعد التسوية

❖**الحالة الثالثة تسوية الديون عند تاريخ وسط:** أن يكون تاريخ التسوية لاحق لبعض تواريخ الاستحقاق وسابق للبعض الآخر ففي هذه الحالة فان معادلة التسوية تأخذ الشكل التالي

قيمة الديون قبل التسوية = قيمة الديون بعد التسوية

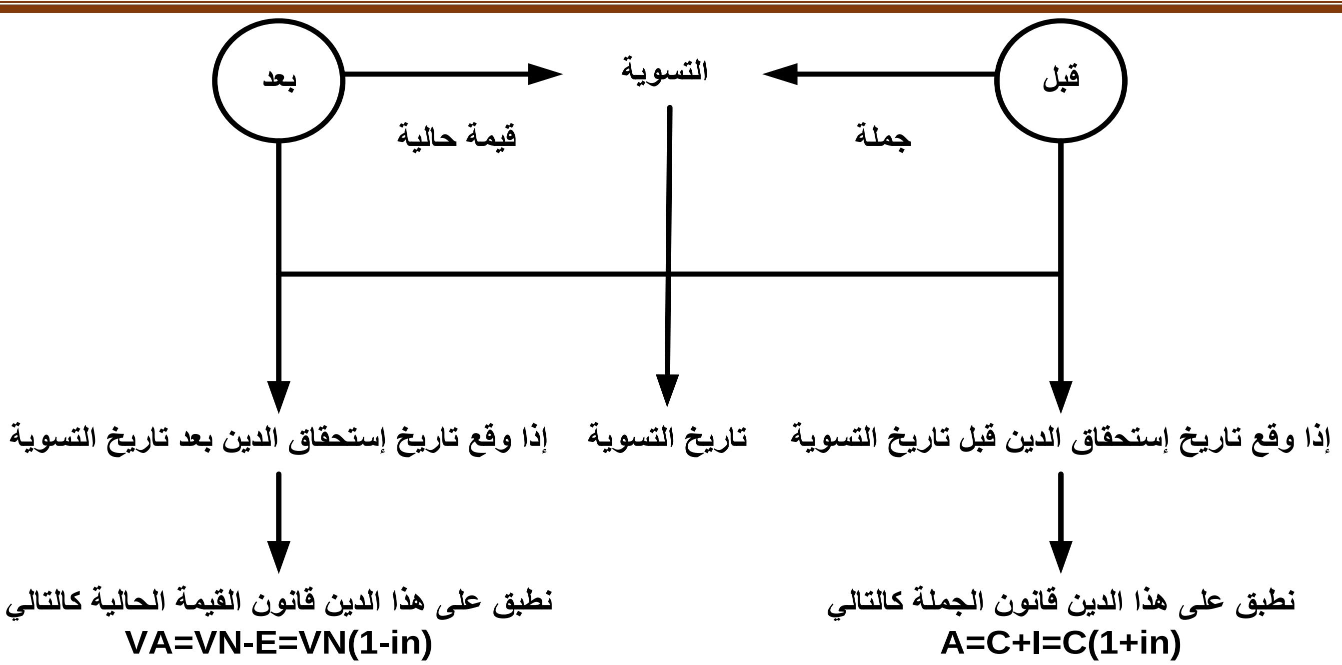
قيمة الديون قبل التسوية	قيمة الديون بعد التسوية
القيمة الحالية للديون التي تقع بعد تاريخ التسوية	**القيمة الحالية للديون التي تقع بعد تاريخ التسوية**
+	+
جملة الديون التي تقع قبل تاريخ التسوية	**جملة الديون التي تقع قبل تاريخ التسوية**

وحتى لا يضار أي طرف من أطراف التعاقد المدين والدائن من إحداث التعديلات المشار إليها سابقا، فانه يجب أن تتعادل مجموع قم الديون الأصلية (القديمة) مع مقادير الديون المعدلة (الجديدة) في تاريخ محدد وهو تاريخ التسوية أو الاستبدال أو تسوية الديون وبناء على ماتقدم فان عملية التسوية تعتمد على المقارنة بين كل من:

-تاريخ استحقاق كل دين على حده.

-تاريخ التسوية.

والشكل التالي يوضح طبيعة القوانين المستخدمة وفقا لأسس التسوية السابق ذكرها



وفيما يلي مثال عام للحالات التي تم شرحها

مثال08: شخص مدين بالمبالغ التالية

-20000 دج تستحق السداد بعد 05 أشهر من ألان.

-30000 دج تستحق السداد بعد 07 أشهر من الآن.

-40000 دج تستحق السداد بعد 09 أشهر من الآن.

-35000 دج تستحق السداد بعد 11 شهرا من الآن.

فإذا اتفق المدين مع الدائن على أن يدفع له مبلغ 50000 دج فورا ويحرر بالباقي كمبيالتين متساويتي القيمة تستحق الأولى بعد 08 أشهر من الآن، وتستحق الثانية بعد 10 أشهر من الآن، وان معدل الخصم والفائدة المستخدم هو 08% سنويا.

المطلوب: إيجاد قيمة كل من الكمبيالتين في الحالات التالية

1-باعتبار تاريخ التسوية يكون عند اقرب تاريخ؟

2- باعتبار تاريخ التسوية يكون عند أبعد تاريخ؟

3- باعتبار تاريخ التسوية يكون عند تاريخ وسط ؟

الحل:

1-إيجاد قيمة الكمبيالتين باعتبار تاريخ التسوية عند اقرب تاريخ

-باستخدام معادلة القيمة الحالية

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

-إيجاد القيمة الحالية للديون القديمة:

القيمة الحالية للدين الأول:

$$VAC_1 = VN_1(01-in) = VN_1(01-\frac{t\times m_1}{1200}) = 20000(01-\frac{08\times 05}{1200}) = 19333.34$$

القيمة الحالية للدين الثاني:

$$VAC_2 = VN_2(01-in) = VN_2(01-\frac{t\times m_2}{1200}) = 30000(01-\frac{08\times 07}{1200}) = 28600$$

القيمة الحالية للدين الثالث:

$$VAC_3 = VN_3(01-in) = VN_3(01-\frac{t\times m_3}{1200}) = 40000(01-\frac{08\times 09}{1200}) = 37600$$

القيمة الحالية للدين الرابع:

$$VAC_4 = VN_4(01-in) = VN_4(01-\frac{t\times m_4}{1200}) = 35000(01-\frac{08\times 11}{1200}) = 32433.34$$

إذن مجموع القيم الحالية للديون القديمة هو

$$\sum VAC = 19333.34 + 28600 + 37600 + 32433.34 = 117967$$

-إيجاد قيمة الديون الجديدة

قيمة الدين الأول هو 50000 دج

القيمة الحالية للدين الثاني:

$$VAC_2 = VN_2(01-in) = VN_2(01-\frac{t\times m_2}{1200}) = VN_2(01-\frac{08\times 08}{1200}) = 0.947\times VN_2$$

القيمة الحالية للدين الثالث:

$$VAC_3 = VN_3(01-in) = VN_3(01-\frac{t\times m_3}{1200}) = VN_3(01-\frac{08\times 10}{1200}) = 0.933\times VN_3$$

وبما أن $VN_2 = VN_3 = VN$

إذن مجموع القيم الحالية للديون الجديدة هو $VN\times 1.88+50000$

وبتطبيق العلاقة السابقة: **القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية**

$$117967 = 50000 + 01.88\times VN \Rightarrow 117967 - 50000 = 01.88\times VN \Rightarrow 67967 = 01.88\times VN$$

$$\Rightarrow VN = \frac{67967}{01.88} = 36153$$

إذن قيمة كل كمبيالة هو 36153 دج

2-إيجاد قيمة الكمبيالتين باعتبار تاريخ التسوية عند أبعد تاريخ

بإستخدام معادلة الجملة

جملة الديون قبل التسوية = جملة الديون بعد التسوية

تحسب الجملة ف نهاية 11 شهرا من الآن بالنسبة لجميع القيم، حيث أن هذا التاريخ هو نهاية الدين ذي الأطول مدة وهو تاريخ الدين الرابع القديم.

-إيجاد جملة الديون القديمة

جملة الدين الأول: $A_1=VN_1(01+in)=VN_1\left(01+\frac{t\times m_1}{1200}\right)=20000\left(01+\frac{06\times 08}{1200}\right)=20800$

جملة الدين الثاني: $A_2=VN_2(01+in)=VN_2\left(01+\frac{t\times m_2}{1200}\right)=30000\left(01+\frac{04\times 08}{1200}\right)=30800$

جملة الدين الثالث: $A_3=VN_3(01+in)=VN_3\left(01+\frac{t\times m_3}{1200}\right)=40000\left(01+\frac{02\times 08}{1200}\right)=40533.34$

جملة الدين الرابع: 35000 دج (تاريخ التسوية)

إذن مجموع جملة الديون القديمة قبل التسوية هو:

$$\sum A=20800+30800+40533.34+35000=127133.34$$

-إيجاد جملة الديون الجديدة

جملة الدين الأول: $A_1=VN_1(01+in)=VN_1\left(01+\frac{t\times m_1}{1200}\right)=VN_1\left(01+\frac{08\times 03}{1200}\right)=01.02\times VN_1$

جملة الدين الثاني: $A_2=VN_2(01+in)=VN_2\left(01+\frac{t\times m_2}{1200}\right)=VN_2\left(01+\frac{08\times 01}{1200}\right)=01.0067\times VN_2$

جملة الدين الثالث: $A_3=VN_3(01+in)=VN_3\left(01+\frac{t\times m_3}{1200}\right)=50000\left(01+\frac{11\times 08}{1200}\right)=53666.67$

وبما أن $VN_2=VN_3=VN$

إذن مجموع جملة الديون الجديدة هو: VN×02.0267+53666.67

وبتطبيق العلاقة السابقة: **جملة الديون قبل التسوية = جملة الديون بعد التسوية**

$$127133.34=53666.67+02.0267\times VN\Rightarrow 129467-53666.67=02.0267\times VN\Rightarrow$$

$$73466.67=02.0267\times VN\Rightarrow VN=\frac{73466.67}{02.0267}=36249.40$$

إذن قيمة كل كمبيالة هو 36249.40 دج

3-إيجاد قيمة الكمبيالتين باعتبار تاريخ التسوية يكون عند تاريخ وسط

بإستخدام المعادلة السابقة

قيمة الديون قبل التسوية = قيمة الديون بعد التسوية

القيمة الحالية للديون التي تقع بعد تاريخ التسوية
+
جملة الديون التي تقع قبل تاريخ التسوية

القيمة الحالية للديون التي تقع بعد تاريخ التسوية
+
جملة الديون التي تقع قبل تاريخ التسوية

تكون معادلة القيمة في حالة استخدام تاريخ استحقاق الدين الثالث القديم أساسا للتسوية كما يلي:

–قيمة الديون القديمة قبل التسوية

جملة الدين الأول: $A_1 = VN_1(01+in) = VN_1\left(01+\frac{t\times m_1}{1200}\right) = 20000\left(01+\frac{04\times 08}{1200}\right) = 20533.34$

جملة الدين الثاني: $A_2 = VN_2(01+in) = VN_1\left(01+\frac{t\times m_2}{1200}\right) = 30000\left(01+\frac{02\times 08}{1200}\right) = 30400$

جملة الدين الثالث: 40000 دج (تاريخ التسوية)

القيمة الحالية للدين الرابع :

$$VAC_4 = VN_4(01-in) = VN_4(01-\frac{t\times m_4}{1200}) = 35000(01-\frac{08\times 02}{1200}) = 34533.34$$

إذن قيمة الديون قبل التسوية هو: $20533.34+30400+40000+34533.34=125467$

–قيمة الديون الجديدة بعد التسوية

جملة الدين الأول:

$$A_1 = VN_1(01+in) = VN_1\left(01+\frac{t\times m_1}{1200}\right) = 50000\left(01+\frac{09\times 08}{1200}\right) = 53000$$

جملة الدين الثاني:

$$A_2 = VN_2(01+in) = VN_2\left(01+\frac{t\times m_2}{1200}\right) = VN_2\left(01+\frac{01\times 08}{1200}\right) = 01.0067\times VN_2$$

القيمة الحالية للدين الثالث:

$$VAC_3 = VN_3(01-in) = VN_3(01-\frac{t\times m_3}{1200}) = VN_3(01-\frac{08\times 01}{1200}) = 0.993\times VN_3$$

وبما أن $VN_2 = VN_3 = VN$

إذن مجموع جملة الديون الجديدة هو: $VN\times 02+53000$

وبتطبيق العلاقة السابقة نجد القيمة الاسمية لكل كمبيالة

$$125467 = 53000 + 02\times VN \Rightarrow 125467 - 53000 = 02\times VN$$

$$\Rightarrow 72467 = 02\times VN \Rightarrow VN = \frac{72467}{02} = 36234$$

إذن قيمة كل كمبيالة هو 36234 دج

ملاحظة 01: كان يجب أن تكون قيمة كل من الكمبيالتين متساوية بالنسبة للطرق الثلاث المستخدمة، إلا أن الفروق التي ظهرت كانت لعملات التقريب في الكسور المستخدمة.

ملاحظة 02: يمكن الوصول إلى نفس النتائج في الحالة الثالثة إذا اعتبرنا أن الدين الثاني هو تاريخ التسوية

العمليات المالية طويلة الأجل

مقدمة: في المحور السابق (الفائدة البسيطة) رأينا أن هذه الفائدة تحسب دائما على أصل المبلغ و لا تستثمر معه وبذلك فان الفائدة البسيطة لمبلغ تظل ثابتة لكل وحدة زمنية طالما لم يتغير أصل المبلغ المستثمر أو معدل الفائدة.

وفي حالة استخدام الفائدة المركبة فانه في نهاية كل وحدة زمنية تضاف فائدة تلك الفترة إلى المبلغ المستثمر في بدايتها وتستثمر معه في الوحدة الزمنية التالية وهذا يؤدي إلى تزايد المبلغ المستثمر مع بداية كل وحدة زمنية جديدة وأيضا إلى زيادة الفائدة المحسوبة عن أي وحدة زمنية عن الفائدة المحسوبة عن الوحدة الزمنية السابقة لها.

وتجد الإشارة إلى أن الوحدة الزمنية المستخدمة قد تكون سنة أو جزء من السنة.

وفي هذا المحور المتعلق بالعملات المالية في الأجل الطويل سوف نناقش النقاط التالية:

01-مفهوم الفائدة المركبة والقانون الأساسي للفائدة والجملة بالفائدة المركبة.

02-العلاقة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة.

03-طرق حساب الجملة بالفائدة المركبة.

04-المعدل الحقيقي السنوي وغير السنوي والعلاقة بينهما

05-المعدل الاسمي السنوي وغير السنوي.

06-العلاقة بين المعدل الحقيقي والمعدل الاسمي.

أولا:الفائدة المركبة

01-تعريف الفائدة المركبة: يعتمد مفهوم الفائدة المركبة على حساب الفائدة لوحدة زمنية معينة، ثم إضافة الفائدة الناتجة في نهاية تلك الوحدة الزمنية إلى أصل المبلغ في نهاية هذه الوحدة الزمنية فتدخل الفترة الثانية بأصل مستثمر جديد قيمته اكبر من قيمة الأصل في الفترة السابقة بمقدار فائدة الفترة السابقة، ثم تحسب له فوائد في الفترة الثانية ومن هنا يأتي صفة الفائدة المركبة، إن الفائدة في نهاية كل وحدة زمنية سوف تعتبر جزءا من رأس المال المستثمر الذي على أساسه تحسب الفائدة للوحدة الزمنية التالية مباشرة وهكذا، وهذا يعني أن الفوائد تتراكم مع تزايد الوحدات الزمنية.

02-العوامل التي تؤثر في حساب الفائدة المركبة: هناك ثلاث عناصر أساسية تؤثر في حساب الفائدة المركبة وهي:

-**المبلغ المستثمر (C):** ويقصد به أصل القرض أو رأس المال أو أصل المبلغ المستثمر.

-**معدل الفائدة المركبة (i):** ويقصد به عائد وحدة النقود عن وحدة الزمن.

-المدة (n): ويقصد به مدة إستثمار الأصل أو زمن الإقتراض.

03-القانون الأساسي للجملة والفائدة بفائدة مركبة: يمكن الوصول إلى القانون الأساسي للفائدة والجملة كما يلي

03-01القانون الأساسي للجملة : من أجل الوصول إلى القانون الأساسي الذي من خلاله يمكن حساب الفائدة المركبة لمبلغ أوجملة مبلغ أو جملة عدة مبالغ أو جملة الدفعات أوغير ذلك من التطبيقات العملية للفائدة المركبة، نستخدم الرموز التالية:

C:أصل المبلغ المستثمر أو أصل القرض.

i:معدل الفائدة (سنوي،نصف سنوي،...،ربع سنوي،...إلخ)

n:مدة الإستثمار أو القرض بوحدات الزمن التي تتفق مع نظام المعدل المستخدم.

A:جملة المبلغ بالفائدة المركبة.

I:الفائدة المركبة.

نفرض ان أصل المبلغ هو C، ومعدل الفائدة الحقيقي هو i، والمدة الزمنية n

فائدة السنة الأولى هي $I_1 = C\times i\times n \Rightarrow I_1 = C\times i\times 1$

جملة المبلغ في نهاية السنة الأولى هو $A_1 = C + I_1 = C + C\times i\times 1 = C(1+i)$

فائدة السنة الثانية هي $I_2 = C(1+i)\times i\times n \Rightarrow C(1+i)\times i\times 1$

جملة المبلغ في نهاية السنة الثانية هي $A_2 = C(1+i) + C(1+i)\times i\times 1 = C(1+i)^2$

فائدة السنة الثالثة هي $I_3 = C(1+i)^2\times i\times n \Rightarrow C(1+i)^2\times i\times 1$

جملة المبلغ في نهاية السنة الثالثة هي $A_3 = C(1+i)^2 + C(1+i)^2\times i\times 1 = C(1+i)^3$

فائدة السنة n هي $I_n = C(1+i)^{n-1}\times i\times n \Rightarrow_n = C(1+i)^{n-1}\times i\times 1$

جملة المبلغ في نهاية السنة n هي $A_n = C(1+i)^{n-1} + C(1+i)^{n-1}\times i\times 1 = C(1+i)^n$

وبالتالي فإن قانون الجملة لمبلغ (C) وبمعدل فائدة مركب حقيقي (i) ولمدة زمنية (n) هو:

$$\boxed{A_n = C(1+i)^n}$$

مع ملاحظة أن تتساوى وحدة الزمن لكل من i و n بمعنى انه إذا كان المعدل سنوي فإن (n) لابد أن تكون بالسنوات، وإذا كان المعدل نصف سنوي فإن (n) تكون وحدات زمنية نصف سنوية وهكذا...

إذا نص على ان الفائدة تضاف أكثرمن مرة في السنة إلى أصل المبلغ يلزم تعديل كل من المعدل (i) والمدة (n) كمايلي:

$$\text{المعدل بعد التعديل}(i) = \frac{\text{المعدل المعطى (السنوي)}}{\text{عدد مرات الإضافة في السنة}}$$

أما المدة بعد التعديل (n) =المدة المعطاة بالسنوات×عدد مرات الإضافة في السنة

03-02قانون الفائدة بفائدة مركبة: نلاحظ من المعادلات السابقة أن الفوائد المحصلة والمنتجة خلال السنوات $1.2.3.....n$ تشكل متتالية هندسية حدها الأول هو $C\times i\times 1$ و أساسها $(1+i)$وعدد حدودها هو n كمايلي

$$\sum I_n = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + ...+ I_n \Rightarrow$$

$$\sum I_n = C\times i\times 1 + C(1+i)\times i\times 1 + C(1+i)^2\times i\times 1 + C(1+i)^3\times i\times 1 + ... + C(1+i)^{n-1}\times i\times 1$$

$$\sum I_n = C\times i\left[01 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + ... + (1+i)^{n-1}\right]$$

إنطلاقا من قانون مجموع متتالية هندسية نتحصل على مايلي:

$$\sum I_n = U_1\times\frac{q^n - 01}{q-01} \Rightarrow \sum I_n = C\times \cancel{i}\times 1\times\frac{(01+i)^n - 01}{(\cancel{01}+\cancel{i}) - \cancel{01}}$$

$$\Rightarrow \sum I_n = C\left[(01+i)^n - 01\right]$$

كما يمكن الحصول على اجمالي الفوائد المحصلة خلال هذه الفترة أيضا كالتالي:

$$\sum I_n = A_n - C = C(1+i)^n - C = C\left((1+i)^n - 01\right)$$

القيمة $(1+i)^n$ يطلق عليها جملة وحدة النقود أو جملة الدينار الواحد بمعدل (i) ولمدة (n).

وتوجد عدة طرق لحساب هذا المقدار سوف نتطرق لها لاحقا في كيفية حساب المقدار $(1+i)^n$.

مثال01: مبلغ من المال قدره 50000 دج وظف بفائدة مركبة لمدة 08 سنوات وبمعدل فائدة مركبة %06

المطلوب:

1-أحسب القيمة المحصلة عليها في نهاية مدة التوظيف؟

2-أحسب مجموع الفوائد الناتجة؟

الحل: لدينا من المعطيات $C = 50000, n = 08, i = 06\%$

1-حساب القيمة المحصلة عليها في نهاية مدة التوظيف: بتطبيق القانون الأساسي للجملة نجد

$$A_n = C(1+i)^n \Rightarrow A_n = 50000\times(1+0.06)^8 = 79692.40$$

2-حساب مجموع الفوائد الناتجة: بتطبيق القانون الأساسي للفائدة نجد

$$\sum I_n = C\left((1+i)^n - 01\right) \Rightarrow \sum I_8 = 50000\times\left((1.06)^8 - 01\right) = 29692.40$$

مثال02: أوجد جملة راس مال 10000 دج استثمر لمدة 25 سنة، بمعدل فائدة مركبة %05 ،مع العلم أن الفائدة تضاف على الأصل كل 03 أشهر.

الحل: لدينا $C = 10000, i = 05\%, n = 25$

بما أن الفائدة تضاف على الأصل كل 03 أشهر يجب تعديل كل من i و n

المعدل (i) بعد التعديل= $\dfrac{\%05}{04}$ = **%01.25**

المدة (n) بعد التعديل=25×04=100

تحسب الجملة كمايلي: $A_n = C(1+i)^n \Rightarrow A_n = 10000\times(1+0.0125)^{100} = 34634$

04-العلاقة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة : للتعرف على طبيعة العلاقة بين الفائدتين البسيطة والمركبة نستعرض المثال التالي

مثال03: وظف شخص مبلغ 50000 دج خلال 04 سنوات بمعدل فائدة %05 سنويا

المطلوب: أحسب مجموع ما يتحصل عليه في نهاية مدة التوظيف إذا

-وظف المبلغ بفائدة بسيطة؟

-وظف المبلغ بفائدة مركبة؟

الحل: لإيجاد مجموع ما يتحصل عليه في نهاية مدة التوظيف نستعرض الجدول التالي الذي من خلاله نجري مقارنة بين الفائدتين

السنوات	الفائدة البسيطة			الفائدة المركبة		
	اصل المبلغ	الفائدة	الجملة	اصل المبلغ	الفائدة	الجملة
01	50000	2500	52500	50000	2500	52500
02	50000	2500	55000	52500	2625	55125
03	50000	2500	57500	55125	2756.25	57881.25
04	50000	2500	60000	57881.25	2894.0625	60775.3125
المجموع		10.000			10775.3125	

من خلال الجدول التالي يمكننا أن نستنتج العلاقة بين الفائدتين من خلال النقاط التالية:

1–في نهاية السنة الأولى تتساوى الفائدة البسيطة و الفائدة المركبة وكذلك الجملة بالفائدة البسيطة والمركبة وذلك لتساوي الأصل (50000دج) الذي حسب على أساسه كل منهما.

2–المبلغ الذي تحسب عليه الفائدة البسيطة هو دائما أصل المبلغ المودع، بينما المبلغ الذي تحسب عليه الفائدة المركبة فهو الرصيد المستحق في نهاية السنة السابقة(أي جملة السنة السابقة)

3–الرصيد المستحق في نهاية أي سنة يساوي رصيد السنة السابقة مضاف إليه فائدة هذه السنة (في كل من الفائدة البسيطة والمركبة)

4–الرصيد المستحق في نهاية المدة يساوي أصل المبلغ مضاف إليه مجموع الفوائد (في كل من الفائدة البسيطة والمركبة)

5–الفائدة البسيطة ثابتة لجميع السنوات 2500دج بينما الفائدة المركبة متزايدة من سنة إلى أخرى وتزايدها يشكل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$ أي

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{I_3}{I_2}=\frac{I_4}{I_3}=.........=\frac{I_n}{I_{n-1}}=(1+i)$$

$$\frac{2625}{2500}=\frac{2756.25}{2625}=\frac{2894.0625}{2756.25}=1.05$$

6–يمكن حساب الفائدة المركبة لأي سنة بدلالة فائدة سنة أخرى وفقا للعلاقة التالية:

$$I_n=I_p(1+i)^{n-p}$$

فمثلا يمكن حساب فائدة السنة الرابعة بدلالة السنة الثانية كمايلي:

$$I_4=I_2(1+i)^{4-2}\Rightarrow I_4=2625(1.05)^2=2894.0625$$

7–الجملة في الفائدة البسيطة تتزايد من سنة إلى أخرى وهذا التزايد يشكل متتالية حسابية أساسها مقدار الفائدة عن كل سنة أي دج2500

ومنه نستنتج العلاقة التالية: $A_n=A_{n-1}+I$

8–الجملة في الفائدة المركبة تتزايد من سنة إلى أخرى وهذا التزايد يشكل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$

ومنه نستنتج العلاقة التالية:

$$\frac{A_2}{A_1}=\frac{A_3}{A_2}=\frac{A_4}{A_3}=.........=\frac{A_n}{A_{n-1}}=(1+i)$$

$$\frac{55125}{52500}=\frac{57881.25}{55125}=\frac{60775.3125}{57881.25}=1.05$$

9-الفرق بين أي جملتين متتاليتين بنظام الفائدة المركبة يعتبر فائدة الجملة الأولى منهما أي

$$A_2 - A_1 = \left[C(1+i)^2 - C(1+i)\right] \Rightarrow A_2 - A_1 = C(1+i)\left[(1+i)-1\right]$$

$$= C(1+i) \times i = I_2$$

$$A_2 - A_1 = 55125 - 52500 = 2625 = I_2$$

ومنه نستنتج العلاقة التالية:

$$A_n - A_{n-1} = I_n$$

10-المعدل بنظام الفائدة المركبة هو الفرق بين فائدتين متتاليتين مقسومة على فائدة السنة الأولى منهما أو هو الفرق بين جملتين متتاليتين مقسومة على جملة السنة الأولى منهما أي ,

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1} = i, \frac{A_2 - A_1}{A_1} = i$$

ومنه نستنتج العلاقة التالية:

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{I_3 - I_2}{I_2} = \frac{I_4 - I_3}{I_3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{I_n - I_{n-1}}{I_{n-1}} = i$$

$$\frac{2625 - 2500}{2500} = \frac{2756.25 - 2625}{2625} = \frac{2894.0625 - 2756.25}{2756.25} = 0.05$$

$$\frac{A_2 - A_1}{A_1} = \frac{A_3 - A_2}{A_2} = \frac{A_4 - A_3}{A_3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{A_n - A_{n-1}}{A_{n-1}} = i$$

$$\frac{55125 - 52500}{52500} = \frac{57881.25 - 55125}{55125} = \frac{60775.3125 - 57881.25}{57881.25} = 0.05$$

11-يمكن حساب الجملة المركبة لأي سنة بدلالة جملة سنة أخرى وفقا للعلاقة التالية:

$$A_n = A_p (1+i)^{n-p}$$

فمثلا يمكن حساب جملة السنة الرابعة بدلالة السنة الثانية كما يلي

$$A_4 = A_2 (1+i)^{4-2} \Rightarrow A_4 = 55125(1.05)^2 = 60775.3125$$

12- رأس المال لأي سنة بنظام الفائدة المركبة هو تربيع فائدة السنة المعنية مقسوم على الفرق بين السنة السابقة والسنة اللاحقة للسنة المعنية أي

$$C = \frac{I_1 \times I_1}{I_2 - I_1} = \frac{(I_1)^2}{I_2 - I_1}$$

$$C = \frac{(2500)^2}{2625 - 2500} = 50000$$

05–طرق حساب الجملة بالفائدة المركبة: لإيجاد الجملة المركبة في نهاية الفترة الزمنية n فان المشكلة التي تواجهنا هي في كيفية حساب القيمة $(1+i)^n$ وتوجد عدة طق لحساب جملة وحدة الدينار نذكر منها مايلي:

1–طريقة الضرب البسيط

2– طريقة نظرية ذي الحدين

3–طريقة الجداول المالية

4– طريقة اللوغاريتمات

5–طريقة استخدام الآلة الحاسبة

سوف نكتفي بالحالات الثلاثة الأخيرة لأنها هي المهمة

01–طريقة الجداول المالية: لتسهيل العمليات الحسابية فقد تم إعداد جداول مالية خاصة يمكن عن طريقها الحصول على جملة مبلغ أو القيمة الحالية لمبلغ أو جملة دفعة أو القيمة الحالية لدفعة وذلك بمعدلات مختلفة تبدأ من 1.5% إلى غاية 25% بزيادة 0.25% ولمدة تبدأ من 1 سنة إلى غاية 50 سنة، بحيث توضع المعدلات في السطر والسنوات في العمود وبعملة التقاطع بين النسب والسنوات يتم إيجاد جملة الدينار أو قيمة الدفعة أو القيمة الحالية حسب كل جدول، ويوجد لدينا 06 جداول نذكرها كما يلي:

–الجدول المالي رقم(01): لحساب القيمة المكتسبة برأس مال قدره دينار واحد بعد n مدة من توظيفه بفائدة مركبة وفقا للعلاقة التالية $C=(1+i)^n$

–الجدول المالي رقم(02): لحساب القيمة الحالية لرأس مال قدره دينار واحد بعد n مدة من توظيفه بفائدة مركبة وفقا للعلاقة التالية $C=(1+i)^{-n}$

–الجدول المالي رقم(03): لحساب القيمة المكتسبة لدفعات متتالية لدينار واحد وظف في نهاية كل فترة خلال n مدة وفقا للعلاقة التالية: $C=\frac{(1+i)^n-1}{i}$

–الجدول المالي رقم (04): لحساب القيمة الحالية لدفعات متتالية لدينار واحد وظف في نهاية كل فترة خلال n مدة وفقا للعلاقة التالية: $C=\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$

–الجدول المالي رقم (05): لحساب قيمة الدفعات الثابتة التي تستهلك في n مدة لرأس مال قدره دينار واحد وفقا للعلاقة التالية: $C=\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

-الجدول المالي رقم (06): لحساب القيمة المكتسبة برأس مال قدره دينار واحد بعد m مدة من توظيفه بفائدة مركبة وفقا للعلاقة التالية : $C=(1+i)^m$

في بعض الحالات وعند استخدام الجداول المالية لا يمكن إيجاد المعدل لوقوعه بين قيمتين متتاليين وكذلك السنة لوقوعها بين قيمتين متتاليتين أو كلاهما وفي هذه الحالة نستخدم الطرق الثلاثة التالية:

01-01طريقة الحل التجاري :تستعمل هذه الطريقة لحساب القيمة المكتسبة وذلك باستخدام الجدول المالي رقم (01) والجدول المالي رقم (06).

$$A_n=C_0(1+i)^{n+\frac{m}{12}+\frac{j}{360}} \Rightarrow A_n=C_0\times(01+i)^n\times(01+i)^{\frac{m}{12}}\times(01+i)^{\frac{j}{360}}$$

01-02طريقة الحل العقلاني(الطريقة البنكية): هذه الطريقة تستعمل عمليا في البنوك بحيث يتم حساب قيمة الفائدة للفترات أو السنوات الكاملة بعلاقة جملة الفائدة المركبة، أما ما يتعلق بالأشهر أو الأيام فيتم حسابها بالفائدة البسيطة.

فإذا كان لدينا جملة مبلغ بالعلاقة التالية $A_n=C_0(1+i)^{n+\frac{m}{12}+\frac{j}{360}}$

فان جملة هذا المبلغ تحسب كما يلي:

القيمة المكتسبة في المدة للعد الصحيح تحسب بالفائدة المركبة وفقا للعلاقة التالية: $A_n=C_0(1+i)^n$

الفائدة البسيطة في الفترة للعدد غير الصحيح وفقا للعلاقة التالية:

$$I_k=A_n\times i\times k=A_n\times\frac{t}{100}\times\left(\frac{m}{12}+\frac{j}{360}\right)$$

01-03 طريقة التناسب (طريقة الحصر): في هذه الطريقة يتم حصر المدة غير الصحيحة بين مدتين صحيحتين موجودتين في الجدول المالي رقم (01)، وبعد ذلك يتم إيجاد الفرق بيت هاتين المدتين والتي تعبر عن قيمة جملة الدينار الواحد خلال سنة ومن ثم يتم إيجاد القيمة المقابلة لها بالأشهر والأيام.

02-طريقة اللوغاريتمات: يمكن استخدام طريقة اللوغاريتمات لحل مسائل الفائدة المركبة وذلك لحساب أي عنصر من عناصر الفائدة المركبة ، ويمكن استخدام ما اللوغاريتم النيبيري (ln) أو اللوغاريتم العشري (log) لايجد أي مجهول كما سنرى لاحقا.

03-طريقة استخدام الآلة الحاسبة: لاشك أن استخدام الآلة الحاسبة أكثر مرونة ودقة في العمليات الحسابية وانه يمكن حساب قيمة $A_n=C_0(1+i)^{n+\frac{m}{12}+\frac{j}{360}}$ لأي قيمة لكل من n و i سوا كانت هذه القيم صحيحة أو كسرية.

مثال04: استثمر مبلغ من المال وقدره 10000 دج لمدة 08 سنوات بمعدل فائدة مركبة قدره 05% سنويا.

المطلوب: احسب جملته في نهاية المدة وفق الطرق التالية

1-طريقة الجداول المالية

2-طريقة اللوغاريتمات

3-طريقة الآلة الحاسبة

الحل: لدينا من المعطيات $C=10000, i=05\%, n=08$

1-طريقة الجداول المالية: باستخدام الجدول المالي رقم (01) نبحث عن القيمة المكتسبة لدينار واحد عند مدة 08 سنوات ومعدل 05% فنجدها من خلال الجدول المالي تساوي

$$C=(1+i)^n \Rightarrow C=(1+0.05)^{08}=1.477455$$

وبالتالي فجملة 10000 دج تساوي $A_n=C_0(1+i)^n \Rightarrow A_8=10000\times1.477455=14774.55$

02-طريقة اللوغاريتمات: في هذه الطريقة سوف نستخدم اللوغاريتم النيبيري أو اللوغاريتم العشري

02-01 باستخدام اللوغاريتم النبري: لدينا علاقة الجملة من الشكل التالي : $A_n=C_0(1+i)^n$

بإدخال اللوغاريتم النبري على طرفي المعادلة الأخيرة نجد:

$$\ln A_n=\ln C_0(1+i)^n \Rightarrow \ln A_n=\ln C_0+n\ln(1+i)$$
$$\Rightarrow \ln A_8=\ln(10000)+08\ln(01.05)$$
$$\Rightarrow \ln A_8=09.600661 \Rightarrow A_8=e^{9.600661}$$
$$\Rightarrow A_8=14774.55$$

02-02 باستخدام اللوغاريتم العشري: لدينا علاقة الجملة من الشكل التالي $A_n=C_0(1+i)^n$

بإدخال اللوغاريتم العشري على طرفي المعادلة الأخيرة نجد:

$$\log A_n=\log C_0(1+i)^n \Rightarrow \log A_n=\log C_0+n\log(1+i)$$
$$\Rightarrow \log A_8=\log(10000)+08\log(01.05)$$
$$\Rightarrow \log A_8=04.169514 \Rightarrow A_8=10^{9.600661}$$
$$\Rightarrow A_8=14774.55$$

03-طريقة الآلة الحاسبة: في هذه الطريقة نحسب مباشرة المقدار التالي $(1+0.05)^8$ القيمة المتحصل عليها تضرب في 10000 دج فتكون الجملة تساوي

$$A_n=C_0(1+i)^n \Rightarrow A_8=10000\times1.47745544=14774.5544$$

مثال05:استثمر مبلغ من المال وقدره 20000 دج لمدة 05 سنوات و 08 أشهرو 20 يوم بمعدل فائدة مركبة قدره 06% سنويا.

المطلوب: احسب جملته في نهاية المدة وفق الطرق التالية

1-طريقة الحل التجاري

2-طريقة الحل العقلاني

3-طريقة الحصر

الحل: لدينا من المعطيات $C = 20000, i = 06\%, n = 05, m = 08, j = 20$

حساب الجملة وفق الطرق التالية:

01-طريقة الحل التجاري: نستخدم في ذلك الجدول المالي رقم (01) والجدول المالي رقم (06) كالتالي

إذن قيمة الجملة هي

$$A_n = C_0(1+i)^{n+\frac{m}{12}+\frac{j}{360}} \Rightarrow A_n = C_0 \times (01+i)^n \times (01+i)^{\frac{m}{12}} \times (01+i)^{\frac{j}{360}}$$

$$\Rightarrow A_n = 20000 \times (01.06)^{05} \times (01.06)^{\frac{08}{12}} \times (01.06)^{\frac{20}{360}} \Rightarrow A_n = 20000 \times 02.060447799$$

$$\Rightarrow A_n = 41208.96$$

02-طريقة الحل العقلاني :في هذه الطريقة وكما سبق وان تم شرحها سوف نحسب الجملة بالفائدة المركبة عن الجزء الصحيح بالسنوات $A_n = C_0(1+i)^n$ أما الجزء غير الصحيح أي أجزاء السنة فنحسب له الفائدة البسيطة وفق العلاقة التالية: $I_k = A_n \times i \times k = A_n \times \frac{t}{100} \times \left(\frac{m}{12} + \frac{j}{360}\right)$

نحسب القيمة المكتسبة في المدة للعد الصحيح تحسب بالفائدة المركبة وفقا للعلاقة التالية:

$$A_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow A_n = 20000 \times (01.06)^{05} = 26764.511552$$

الفائدة البسيطة في الفترة للعدد غير الصحيح وفقا للعلاقة التالية:

$$I_k = A_n \times i \times k = A_n \times \frac{t}{100} \times \left(\frac{m}{12} + \frac{j}{360}\right) \Rightarrow$$

$$I_k = 26764.511522 \times 0.06 \times \left(\frac{08}{12} + \frac{20}{360}\right) = 1159.79550058$$

إذن بالجمع نتحصل على الجملة كما يلي

$$A' = A_n + I_k \Rightarrow A' = 26764.511552 + 1159.79550058 = 27924.3071$$

03–طريقة الحصر:نقوم بحصر المدة 05 سنوات و08 أشهر و20 يوم بين مدتين صحيحتين هما $05 < n < 06$،نقوم بإيجاد جملة الدينار الواحد عند 05 سنوات و 06 سنوات وبعد ذلك نقوم بعملية الطرح لنتحصل على جملة الدينار الواحد لسنة وذلك باستخدام الجدول المالي رقم 01 كما يلي

$$(01.06)^{06} = 01.418519112256$$

$-$

$$(01.06)^{05} = 01.3382255776$$

$$(01.06) = 0.080293534656$$

جملة الدينار الواحد لسنة هي 0.080293

نحسب الآن جملة 20000دج

$$A = 20000 \times \left[(1.06)^{05} + \left(\frac{08}{12} + \frac{20}{360} \right) \times 0.080293534656 \right] = 27924.3070$$

كما يمكن حسابها أيضا كما يلي

$$A = 20000 \times \left[(1.06)^{06} - \left(\frac{04}{12} + \frac{10}{360} \right) \times 0.080293534656 \right] = 27790.4844$$

مثال06:إقترضت إحدى الشركات مبلغا ما من البنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 14% سنويا، وفي نهاية 08 سنوات وجد ان جملة المستحق عليها بلغت 342310.3706 دج

المطلوب:

أحسب أصل القرض؟

الحل: لدينا من علاقة الجملة أو القيمة المكتسبة وبإستخدام الجدول المالي رقم01

$$A_n = C_0 (1+i)^n \Rightarrow 342310.3706 = C_0 \times (1.14)^8 \Rightarrow C_0 = 120000$$

مثال07:إستثمرت إحدى الشركات مبلغ 40000 دج من بنك يحب فائدة مركبة بمعدل ما، وفي نهاية السنة الثانية عشرة بلغت القيمة المكتسبة 90087.6635 دج

المطلوب:

أحسب معدل الفائدة المركب؟

الحل: نعلم ان علاقة القيمة المكتسبة أو الجملة تعطى بالعلاقة التالية

$$A_n = C_0 (1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = \frac{A_n}{C_0} \Rightarrow i = \sqrt[n]{\frac{A_n}{C_0}} - 01$$

$$\Rightarrow i = \sqrt[12]{\frac{90087.6635}{40000}} - 01 = 07\%$$

مثال08: أودع تاجر مبلغ 40000دج في بنك يحسب الفائدة بالفائدة المركبة بمعدل12% سنويا، وفي نهاية 6.8 سنة بلغت جملته قيمة معينة

المطلوب:

أحسب جملته أو القيمة المكتسبة في نهاية 6.8 سنة؟

الحل: يمكن حل المثال بطريقتين

تحويل السنة 6.8 لتصبح 06 سنوات و09 أشهر و18 يوم

الطريقة الأولى: طريقة الحل العقلاني

نحسب القيمة المكتسبة في المدة للعد الصحيح تحسب بالفائدة المركبة وفقا للعلاقة التالية:

$$A_n = C_0\left(1+i\right)^n \Rightarrow A_n = 40000\times\left(01.12\right)^{06} = 78953$$

تحسب الفائدة البسيطة في الفترة للعدد غير الصحيح وفقا للعلاقة التالية:

$$\mathrm{I_k = A_n \times i \times k = A_n \times \frac{t}{100} \times \left(\frac{m}{12}+\frac{j}{360}\right) \Rightarrow I_k = 78953 \times 0.12 \times \left(\frac{09}{12}+\frac{18}{360}\right) = 7579.488}$$

إذن بالجمع نتحصل على الجملة كما يلي

$$A' = A_n + I_k \Rightarrow A' = 78953 + 7579.488 = 86532.488$$

الطريقة الثانية: إستخدام طريقة الحصر

يتم حصر المدة بين مدتين صحيحتين $06 < n < 07$

$$\left(01.12\right)^{07} = 02.2106814074061$$

$-$

$$\left(01.12\right)^{06} = 01.973822685184$$

$----------------$

$$\left(01.06\right) = 0.2368587222221$$

$$\mathrm{A} = 40000\times\left[\left(1.12\right)^{06} + 0.8\times0.2368587222221\right] = 86532.3865$$

أو بطريقة أخرى

$$\mathrm{A} = 40000\times\left[\left(1.12\right)^{07} - 0.2\times0.2368587222221\right] = 86532.3865$$

مثال09: إقترض شخص مبلغ 280000دج من بنك يحسب الفوائد بالفائدة المركبة بمعدل 8.6 % لمدة ثماني سنوات.

المطلوب:

أحسب القيمة المكتسبة أو الجملة؟

الحل: نلاحظ ان المعدل لايوجد في الجدول المالي رقم 01 وبالتالي نستخدم نظرية الحصر

نحصر قيمة هذا المعدل بين معدلين حقيقيين $08 < i < 09$

$$(01.09)^{08} = 01.992562642$$
$$-$$
$$(01.08)^{08} = 01.85093021$$
$$-----------------$$
$$(01.08) = 0.141632431$$

إذن فرق 01% هو 0.141632431 وبالتالي تحسب الجملة كالتالي

$$A = 280000 \times \left[(1.08)^{08} + 0.6 \times 0.141632431\right] = 542054.7073$$

أو بطريقة أخرى

$$A = 280000 \times \left[(1.09)^{08} - 0.4 \times 0.141632431\right] = 542054.7074$$

مثال10: أودع شخص مبلغ 20000 دج وبعد مدة معينة وجدالقيمة المكتسبة له تساوي 77919.52 دج،فإذا علمت أن البنك يضيف الفوائد سنويا بمعدل 12% على أصل المبلغ

المطلوب:

-تحديد مدة الإيداع؟

الحل:

بتطبيق علاقة القيمة المكتسبة

$$A_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow 77919.52 = 20000 \times (1.12)^n \Rightarrow (1.12)^n = 03.895976$$

بالبحث عن القيمة 03.895976 أما م المعدل 12% في الجدول المالي رقم 01 نجدها تساوي 12 سنة

طريقة ثانية: كما يمكن ايجاد المدة n باستخدام اللوغاريتم النبيري أو اللوغاريتم العشري كالتالي

$$(1.12)^n = 03.895976 \Rightarrow \ln(1.12)^n = \ln(03.895976)$$

$$\Rightarrow n \times \ln(1.12) = \ln(03.895976) \Rightarrow n = \frac{\ln(03.895976)}{\ln(1.12)} = 12$$

أو بإستخدام اللوغاريتم العشري

$$(1.12)^n = 03.895976 \Rightarrow \log(1.12)^n = \log(03.895976)$$

$$\Rightarrow n \times \log(1.12) = \log(03.895976) \Rightarrow n = \frac{\log(03.895976)}{\log(1.12)} = 12$$

06-المعدل الحقيقي السنوي و الإسمي السنوي

عندما يذكر معدل الفائدة المركب السنوي فهذا يعني أن الفائدة يتم إضافتها كل سنة وفي هذه الحالة لا تمثل أيه مشاكل.

ولكن في الحياة العملية قد يذكر معدل الفائدة السنوي وينص على أن الفائدة تضاف كل فترة غير سنوية (نصف سنة،ربع سنة،أربعة أشهر ، شهرين.....إلخ)

فملا يقال أن معدل الفائدة هو 09% والفائدة تضاف في نهاية كل ثلاث أشهر،في هذه الحالة يتم تحويل المعدل إلى ثلث سنوي بقسمته على 03 وكذلك تحول المدة إلى فترات زمنية ثلث سنوية.

وفي هذه الحالة نجد أن المعدل 09% لايمثل معدل الفائدة الحقيقي الذي يحصل عليه المستثمر بل يمثل ما يطلق عليه إسم معدل الفائدة الإسمي.

05-01المعدل الحقيقي السنوي: المعدل الحقيقي السنوي هو ذلك المعدل الذي يتفق زمنه مع زمن إضافة الفائدة المركبة إلى الأصل في نهاية كل فترة زمنية، ويرمز لمعدل الفائدة الحقيقي السنوي بالرمز i_Eومدة الاستثمار بالسنوات بالرمز n وتحسب الجملة وفق العلاقة التالية:

$$A_n = C_0(1+i_E)^n \quad ....(01)$$

ويلاحظ أن المعدل الحقيقي السنوي إما أن يذكر معه زمن إضافة الفائدة وتكون متفقة مع زمن المعدل و لا يذكر زمن الإضافة ويفهم ضمنيا أنها تتفق مع زمن المعدل وغالبا لا يذكر زمن إضافة الفائدة مع المعدلات الحقيقية.

فإذا ذكر أن معدل الفائدة المركبة هو 08% سنويا، أو 08% والفائدة تضاف سنويا أو مرة واحدة في السنة فالمعنى واحد وهو أن المعدل الحقيقي السنوي هو 08%.

05-02المعدل الاسمي: هو ذلك المعدل الذي لا تتطابق مدته مع مدة إضافة الفائدة وبالتالي لا نستطيع معه حساب الجملة وسوف نرمز له بالرمز i_N ، وتعطى علاقته كمايلي

$$A'_{n'} = C_0\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^{n'} = C_0\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^{n\times k} \quad ....(02)$$

ولحسابه يجب تعدل المدة كي تتفق مع المعدل بحيث $n' = n \times k$

K: هي عدد مرات إضافة الفائدة

أما المعدل فيحسب وفق العلاقة التالية:

المعدل الحقيقي السنوي= $\dfrac{\text{المعدل الإسمي السنوي}}{\text{عدد مرات إضافة الفائدة في السنة}}$ $i=\dfrac{i_N}{k}$

$K=\dfrac{12}{\text{زمن إضافة الفائدة}}=\dfrac{12}{R}$

R: زمن إضافة الفائدة

مثال11: أوجد جملة قرض قيمته 60000 دج يدفع في نهاية 20 سنة بمعدل فائدة مركبة 06%،مع العلم أن الفائدة تضاف على الأصل كل 03 أشهر

الحل: من معطيات المثال نلاحظ ان المعدل هو إسمي أي $i_N=06\%,n=20,k=03$

عدد مرات إضافة الفائدة خلال سنة واحدة هي 04 مرات، وبالتالي يجب تعديل كل من المعدل والمدة

المعدل بعد التعديل $i=\dfrac{i_N}{k}=\dfrac{06\%}{04}=01.50\%$ أما المدة فهي $n^{/}=n\times k\Rightarrow n^{/}=20\times 04=80$

فتكون الجملة كالتالي $A^{/}_{n^{/}}=C_0\left(1+\dfrac{i_N}{k}\right)^{n^{/}}\Rightarrow A^{/}_{n^{/}}=60000\left(01+\dfrac{0.06}{04}\right)^{20\times 04}=197439.76$

07-العلاقة بين المعدل الحقيقي السنوي والمعدل الإسمي السنوي: يمكن الحصول على هذه العلاقة بمقارنة جملة الدينار او وحدة النقود بالمعدل الحقيقي السنوي، بجملة الدينار أو وحدة النقود بالمعدل الحقيقي.

مما سبق يمكن المساواة بين المعادلتين (01) و(02) كمايلي:

$$A_n=A_{n^{/}}\Rightarrow C_0\left(1+i_E\right)^n=C_0\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^{n^{/}}\Rightarrow \cancel{C_0}\left(1+i_E\right)^{\cancel{n}}=\cancel{C_0}\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^{\cancel{n}\times k}$$

$$\Rightarrow \left(1+i_E\right)=\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^k \;.................(03)$$

من العلاقة الأخيرة يمكن استنتاج المعدل الحقيقي السنوي بدلالة المعدل الاسمي السنوي أو العكس كما توضحه المعادلتين التاليتين

-المعدل الحقيقي السنوي بدلالة المعدل الإسمي السنوي

$$\left(1+i_E\right)=\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^k\Rightarrow i_E=\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^k-01....................(04)$$

-المعدل الإسمي السنوي بدلالة المعدل الحقيقي السنوي

$$\left(1+i_{E}\right)=\left(1+\frac{i_{N}}{k}\right)^{k} \Rightarrow i_{N}=\left[\left(1+i_{E}\right)^{\frac{1}{k}}-01\right]\times k..................(05)$$

مثال12: مبلغ من المال قدره 30000 دج استثمر لمدة 04 سنوات بمعدل فائدة إسمي سنوي قدره 05% والفائدة تضاف كل 06 أشهر

المطلوب:

-احسب جملة هذا المبلغ في نهاية المدة؟

الحل: لدينا من المعطيات $C=30000, n=04, i_{N}=05\%, R=06$

لحساب الجملة نستعين بالعلاقة رقم 04 وقبل تطبيقها نستخرج قيمة كل K

$$K=\frac{12}{R}=\frac{12}{06}=02$$

إذن فالمعدل إسمي سنوي، ولتطبيق العلاقة رقم 03 نستخرج أولا المعدل الحقيقي السنوي

$$i_{E}=\left(01+\frac{i_{N}}{k}\right)^{K}-01 \Rightarrow i_{E}=\left(01+\frac{0.05}{02}\right)^{02}-01=05.0625\%$$

نحسب الجملة بالمعدل الحقيقي السنوي كما يلي

$$A_{n}=C_{0}\left(01+i_{E}\right)^{n} \Rightarrow A_{n}=30000\times(01.050625)^{04}=36552.09$$

كما يمكننا إيجاد نفس النتيجة باستخدام المعدل الإسمي السنوي كما يلي: نعلم أن

$$\bar{i}_{E}=\frac{i_{N}}{k}=\frac{0.05}{02}=0.025, \bar{n}=n\times k=04\times 02=08$$

نحسب ألان الجملة باستخدام المعدل الحقيقي غير السنوي كما يلي:

$$\overline{A}_{\bar{n}}=C_{0}\left(01+i_{E}\right)^{\bar{n}} \Rightarrow \overline{A}_{\bar{n}}=30000\times(01.025)^{08}=36552.09$$

وهي نفس النتيجة السابقة.

مثال13:استثمر مبلغ من المال قدره 20000 دج بمعدل فائدة اسمي 15% لمدة سنة ونصف مع العلم أن الفائدة كانت تضاف إلى رأس المال كل 06 أشهر

المطلوب:

احسب جملة رأس المال في نهاية المدة؟

الحل: لدينا من المعطيات $C=2000, n=04, i_{N}=15\%, R=06, m=18$

لحساب الجملة نستعين بالعلاقة رقم 03 وقبل تطبيقها نستخرج قيمة K

$$K=\frac{12}{R}=\frac{12}{06}=02$$

نستخرج أولا المعدل الحقيقي السنوي

$$i_E=\left(01+\frac{i_N}{k}\right)^K-01\Rightarrow i_E=\left(01+\frac{0.15}{03}\right)^{02}-01=10.25\%$$

نحسب الجملة بالمعدل الحقيقي السنوي كما يلي

$$A_n=C_0\left(01+i_E\right)^n\Rightarrow A_n=2000\times\left(01.1025\right)^{1.5}=2315.25$$

كما يمكننا إيجاد نفس النتيجة باستخدام المعدل الإسمي كما يلي: نعلم أن

$$\bar{i}_E=\frac{i_N}{k}=\frac{0.15}{03}=0.05,\bar{n}=n\times k=1.5\times 02=03$$

نحسب ألان الجملة باستخدام المعدل الإسمي كما يلي:

$$\overline{A}_{\bar{n}}=C_0\left(01+\bar{i}_E\right)^{\bar{n}}\Rightarrow \overline{A}_{\bar{n}}=2000\times\left(01.05\right)^{03}=2315.25$$

وهي نفس النتيجة السابقة.

مثال14: أوجد معدل الفائدة الحقيقي المقابل لمعدل إسمي 08% يضاف على مرتين خلال السنة؟

الحل: لدينا من المعطيات $n=01,i_N=08\%,R=06$

نحسب أولا عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة الواحدة كمايلي $K=\frac{12}{R}=\frac{12}{06}=02$

بتطبيق العلاقة رقم 04 نجد

$$i_E=\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^k-01\Rightarrow i_E=\left(1+\frac{0.08}{02}\right)^{02}-01=08.16\%$$

مثال15: أحسب المعدل الإسمي المقابل للمعدل الحقيقي 20% سنويا إذا كانت الفوائد تضاف إلى الأصل ثلاث مرات سنويا

الحل: لدينا من المعطيات $n=01,i_E=20\%,R=04$

نحسب أولا عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة الواحدة كمايلي $K=\frac{12}{R}=\frac{12}{04}=03$

بتطبيق العلاقة رقم (05) نجد

$$i_N=\left[\left(1+i_E\right)^{\frac{1}{k}}-01\right]\times k\Rightarrow i_N=\left[\left(01.20\right)^{\frac{1}{3}}-01\right]\times 03=18.79\%$$

08-إضافة معدل الفائدة يوميا: حيث أنه لا يوجد أي قيد على عدد مرات إضافة الفائدة في السنة فان البنوك ومؤسسات الإقراض تحاول اجتذاب المودعين وذلك بزيادة عدد مرات إضافة الفائدة في السنة ومن البديهي فانه مع ثبات معدل الفائدة الإسمي فان زيادة عدد مرات إضافة الفائدة تؤدي إلى زيادة الفائدة المركبة التي يحصل عليها المستثمر، وإذا كان معدل الفائدة الإسمي وكانت الفائدة تضاف يوميا فان جملة وحدة النقود بعد **j** من الأيام تكون كالأتي:

01–على أساس أن السنة بها 360 يوم تكون جملة وحدة النقود وفق المعادلة التالية:

$$A_n = \left(01 + \frac{i_N}{360}\right)^j \text{......................(01)}$$

02– على أساس أن السنة بها 365 يوم تكون جملة وحدة النقود وفق المعادلة التالية:

$$A_n = \left(01 + \frac{i_N}{365}\right)^j \text{......................(02)}$$

03– على أساس أن السنة بها 366 يوم تكون جملة وحدة النقود وفق المعادلة التالية:

$$A_n = \left(01 + \frac{i_N}{366}\right)^j \text{......................(03)}$$

أما الفائدة بعد j من الأيام تكون كالأتي

01–على أساس أن السنة بها 360 يوم تكون فائدة وحدة النقود وفق المعادلة التالية:

$$\sum I_n = \left(\left(01 + \frac{i_N}{360}\right)^j - 01\right) \text{.........................(04)}$$

02–على أساس أن السنة بها 365 يوم تكون فائدة وحدة النقود وفق المعادلة التالية:

$$\sum I_n = \left(\left(01 + \frac{i_N}{365}\right)^j - 01\right) \text{.........................(05)}$$

03– على أساس أن السنة بها 366 يوم تكون فائدة وحدة النقود وفق المعادلة التالية:

$$\sum I_n = \left(\left(01 + \frac{i_N}{366}\right)^j - 01\right) \text{.........................(06)}$$

مثال16:احسب الجملة والفائدة المركبة لمبلغ 20000 دج استثمر بمعدل فائدة 12.5% سنويا مع العلم أن الفائدة تضاف يوميا وذلك لمدة 20 يوم في الحالات الثلاث التالية:

01–باعتبار أن السنة بها 360 يوم، 02– باعتبارأن السنة بها 365 يوم، 03– باعتبار أن السنة بها 366 يوم

الحل: لدينا من المعطيات $C = 20000, i_N = 12.50\%, j = 20$

01–حساب الجملة والفائدة باعتبار أن السنة بها 360 يوم

باستخدام المعادلة رقم 01 نجد الجملة

$$A_n = C_0 \times \left(01+\frac{i_N}{360}\right)^j \Rightarrow A_n = 20000\times\left(01+\frac{0.125}{360}\right)^{20} = 20139.35$$

ومنه فان مقدار الفائدة هو كالتالي:

$$\sum I_n = C_0 \times \left(\left(01+\frac{i_N}{360}\right)^j - 01\right) \Rightarrow \sum I_n = 20000\times\left(\left(01+\frac{0.125}{360}\right)^{20} - 01\right) = 139.35$$

02- حساب الجملة والفائدة باعتبار أن السنة بها 365 يوم

باستخدام المعادلة رقم 02 نجد الجملة

$$A_n = C_0 \times \left(01+\frac{i_N}{365}\right)^j \Rightarrow A_n = 20000\times\left(01+\frac{0.125}{365}\right)^{20} = 20137.43$$

ومنه فان مقدار الفائدة هو كالتالي

$$\sum I_n = C_0 \times \left(\left(01+\frac{i_N}{365}\right)^j - 01\right) \Rightarrow \sum I_n = 20000\times\left(\left(01+\frac{0.125}{365}\right)^{20} - 01\right) = 137.43$$

03- حساب الجملة والفائدة باعتبار أن السنة بها 366 يوم

باستخدام المعادلة رقم 03 نجد الجملة

$$A_n = C_0 \times \left(01+\frac{i_N}{366}\right)^j \Rightarrow A_n = 20000\times\left(01+\frac{0.125}{366}\right)^{20} = 20137.056$$

ومنه فان مقدار الفائدة هو كالتالي:

$$\sum I_n = C_0 \times \left(\left(01+\frac{i_N}{366}\right)^j - 01\right) \Rightarrow \sum I_n = 20000\times\left(\left(01+\frac{0.125}{366}\right)^{20} - 01\right) = 137.056$$

09-إضافة الفائدة لحظيا (أو باستمرار): رأينا فيما سبق أن جملة وحدة النقود في السنة تزداد بزيادة عدد مرات إضافة الفائدة في السنة ، وفي هده الحالة فإننا نفترض أن عدد مرات إضافة الفائدة إلى الأصل في السنة (K) تؤول إلى مالا نهاية، ومن ثمة تصبح جملة وحدة النقود في السنة وفقا لهذا الفرض كما يلي:

$$A_n = \lim_{K\to\infty}\left(01+\frac{i_N}{365}\right)^K = e^{i_N}$$

حيث e: ترمز لأساس اللوغاريتم الطبيعي وقيمته تقريبا هي 02.718281828، ومن ثمة فان جملة وحدة النقود في نهاية (n) من السنوات تضاف الفائدة خلالها لحظيا أو باستمرار كالتالي

$$A_n = e^{i_N \times n}$$

و إذا استثمر مبلغ C_0 بمعدل فائدة سنوي إسمي i_N وتضاف الفائدة باستمرار لمدة n سنة تكون الجملة المركبة كالتالي:

$$A_n = C_0 \times e^{i_N \times n}$$

ويحسب معدل الفائدة الحقيقي السنوي i_E والذي يقابل معدل اسمي سنوي i_N تضاف الفائدة بمقتضاه إلى الأصل لحظيا أو باستمرار من خلال العلاقة التالية:

$$i_E = e^{i_N} - 01$$

وبالقياس فان المعدل الحقيقي السنوي i_E الذي يقابل معدل حقيقي غير سنوي $\bar{i}_E$ تضاف الفائدة بمقتضاه لحظيا و باستمرار نحصل عليه من خلال العلاقة التالية:

$$i_E = e^{\bar{i}_E \times k} - 01$$

بحيث

$$i_N = \bar{i}_E \times k$$

مثال17: إستثمر شخص مبلغ 40000 دج لمدة سنتين بمعدل فائدة سنوي إسمي 14% سنويا

المطلوب:

حساب الجملة ومعدل الفائدة الحقيقي السنوي في كل حالة من الحالات التالية:

1- إذا كانت الفائدة تضاف سنويا.

2- إذا كانت الفائدة تضاف كل نصف سنة.

3- إذا كانت الفائدة تضاف لحضيا.

الحل:

1- حساب الجملة ومعدل الفائدة الحقيقي السنوي إذا كانت الفائدة تضاف سنويا.

$$A'_{n'} = C_0(1+i_N)^{n'} \Rightarrow A'_{n'} = 40000\left(01+\frac{0.14}{01}\right)^{02} = 51984$$

-معدل الفائدة الحقيقي السنوي هو

$$i_E = \left(1+\frac{i_N}{k}\right)^k - 01 \Rightarrow i_E = \left(1+\frac{0.14}{01}\right)^{01} - 01 = 14\%$$

2- حساب الجملة ومعدل الفائدة الحقيقي السنوي إذا كانت الفائدة تضاف كل نصف سنة

نحسب أولا عدد مرات إضافة الفائدة في السنة الواحدة

$$K = \frac{12}{R} = \frac{12}{06} = 02$$

نحسب المدة الزمنية

$$n' = n \times k \Rightarrow n' = 02 \times 02 = 04$$

الجملة هي

$$A'_{n'} = C_0(1+i_N)^{n'} \Rightarrow A'_{n'} = 40000\left(01+\frac{0.14}{02}\right)^{04} = 52431.84$$

-معدل الفائدة الحقيقي السنوي هو

$$i_E = \left(1+\frac{i_N}{k}\right)^k - 01 \Rightarrow i_E = \left(1+\frac{0.14}{02}\right)^{02} - 01 = 14.49\%$$

3- حساب الجملة ومعدل الفائدة الحقيقي السنوي إذا كانت الفائدة تضاف لحضيا

$$A_n = C_0 \times e^{i_N \times n} \Rightarrow A_n = 40000 \times e^{0.14 \times 2} = 52925.19$$

-معدل الفائدة الحقيقي السنوي هو $i_E = e^{i_N} - 01 \Rightarrow i_E = e^{0.14} - 01 = 15.027\%$

مثال18:أحسب الجملة المركبة لمبلغ 20000 دج إستثمر لمدة ستة شهور بمعدل فائدة سنوي إسمي 13% تضاف بإستمرار.

الحل: $A_n = C_0 \times e^{i_N \times n} \Rightarrow A_n = C_0 \times e^{i_N \times \frac{m}{12}} \Rightarrow A_n = 20000 \times e^{0.13 \times \frac{6}{12}} = 21343.18$

ثانيا:القيمة الحالية والخصم بفائدة مركبة

مقدمة:إن مفاهيم وتعاريف الخصم والقيمة الحالية على أساس فائدة أو خصم مركب، لا تختلف كثيرا عن مفاهيم وتعاريف الخصم والقيمة الحالية بفائدة أو خصم بسيط، إلا انه في الأولى تتم على أساس فائدة مركبة أو بمعدل خصم مركب، بينما في الثانية تتم على أساس فائدة بسيطة أو بمعدل خصم بسيط،وعليه يمكن على سبيل التذكير تعريف:

01-الخصم المركب: هو المقابل الذي يخصمه المدين أو البنك في نظير سداد قيمة الدين أو (قيمة الورقة التجارية) قبل ميعاد الإستحقاق الأصلي.

ويتم حساب الخصم المركب بأحد الطريقتين،حيث تختلف كل طريقة عن الأخرى من حيث نوع العوامل الداخلة في تركيبه ونوعية وقيمة الخصم أو القيمة الحالية الناتجة عنها،ويمكن التمييز بين نوعين من الخصم هما:

-الأول يعتمد على معدل فائدة مركب وتستخدم علاقة الجملة للوصول إلى أصل المبلغ (القيمة الحالية).

-الثاني يعتمد على معدل خصم مركب يتم على أساسه حساب الخصم على القيمة الإسمية مباشرة.

01-01 الطريقة الأولى:الخصم بمعدل فائدة مركبة

في هذه الطريقة يتم أولا إيجاد القيمة الحالية، ونعلم مما سبق أن

$$A_n = C(01+i)^n \Rightarrow C = \frac{A_n}{(01+i)^n} \Rightarrow VARC = \frac{VN}{(01+i)^n}$$

إذن $$VARC = VN \times (01+i)^{-n}$$

القيمة الحالية الحقيقية المركبة= القيمة الإسمة×القيمة الحالية لوحدة النقود

بعد حساب القيمة الحالية يمكن حساب قيمة الخصم الحقيقي(خصم تعجيل الدفع) كمايلي

$$ERC = VN - VARC \Rightarrow ERC = VN - VN \times (01+i)^{-n}$$

$$ERC = VN\left[01-(01+i)^{-n}\right]$$

ملاحظة:

-لقد تم حساب القيمة الحالية لوحدة النقود $(01+i)^{-n}$في جداول خاصة وبالتحديد في الجدول المالي رقم (02).

-إذا طلب في التمرين قيمة الخصم الحقيقي نستخرج أولا القيمة الحالية الحقيقية المركبة ثم نقوم بطرحها من القيمة الإسمية.

مثال01:تاجر مدين بمبلغ 45000 دج تستحق في نهاية 06 سنوات، فإذا قام هذا التاجر بخصم هذا الدين بمعدل فائدة مركب %04 سنويا

المطلوب:

01-أوجد القيمة الحالية الحقيقية لهذا الدين؟

02-أحسب مقدار الخصم الحقيقي المركب؟

الحل: لدينا من المعطيات $VN=45000, n=06, t=04$

01-إيجاد القيمة الحالية الحقيقية المركبة

$$VARC=VN\times(01+i)^{-n} \Rightarrow VARC=45000\times(01.04)^{-06}=35564.15366$$

02-إيجاد قيمة الخصم الحقيقي المركب

$$ERC=VN\left[01-(01+i)^{-n}\right] \Rightarrow ERC=45000\left[01-(01.04)^{-06}\right]=9435.8463$$

أو بطريقة مباشرة $ERC=VN-VARC \Rightarrow ERC=45000-35564.15366=9435.8463$

مثال02:ثلاث ديون قيمتها الإسمية 30.000 دج،40.000 دج،50.000 دج على التوالي تستحق بعد 03 سنوات،05 سنوات،06 سنوات على التوالي

المطلوب:

-أوجد كل من القيمة الحالية الحقيقية وقيمة الخصم الحقيقي للديون الثلاثة،مع العلم أن قيمة الفائدة المركبة هي %07 سنويا.

الحل: لدينا من المعطيات

$$VN_1=30000, VN_2=40000, VN_3=50000, n_1=03, n_2=05, n_3=06, t=07$$

إيجاد القيمة الحالية للديون الثلاثة

$$\sum_{i=1}^{3} VARC_i = VN_i \times (01+i)^{-n_i}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{3} VARC_i = 30000\times(01.07)^{-03} + 40000\times(01.07)^{-05} + 50000\times(01.07)^{-06}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{3} VARC_i = 86325.49468$$

إيجاد قيمة الخصم الحقيقي المركب

قيمة الخصم الحقيقي المركب= مجموع القيم الإسمية للديون−مجموع القيمة الحالية الحقيقية

$$ERC = \sum_{i=1}^{3} VN_i - \sum_{i=1}^{3} VARC_i \Rightarrow ERC = 120000 - 86325.49468 = 33674.50532$$

مثال03:أوجد القيمة الحالية الحقيقية لدين مبلغه 85000 دج يستحق في نهاية 07 سنوات،وذلك بمعدل فائدة 05% سنويا،إذا كانت الفائدة تضاف كل 06 شهور

الحل:

لإيجاد القيمة الحالية الحقيقية يجب ان يكون المعدل والمدة من نفس الوحدات

لدينا معدل إسمي سنوي 05%

نحسب عدد مرات إضافة الفائدة خلال سنة واحدة $K = \frac{12}{R} = \frac{12}{06} = 02$

نستخرج المعدل الحقيقي السنوي من العلاقة التالية:

$$i_E = \left(01+\frac{i_N}{k}\right)^{K} - 01 \Rightarrow i_E = \left(01+\frac{0.05}{02}\right)^{02} - 01 = 05.0625\%$$

−إيجاد القيمة الحالية الحقيقية المركبة

$$VARC = VN\times(01+i)^{-n} \Rightarrow VARC = 85000\times(01.050625)^{-07} = 60156.81164$$

كما يمكن حسابها بطريقة أخرى كالتالي

معدل الفائدة عن نصف سنة يساوي

المعدل بعد التعديل $i = \frac{i_N}{k} = \frac{05\%}{02} = 02.50\%$ أما المدة فهي $n' = n\times k \Rightarrow n' = 07\times 02 = 14$

$$VARC = VN\times(01+i)^{-n} \Rightarrow VARC = 85000\times(01.025)^{-14} = 60156.81164$$

−إيجاد قيمة الخصم الحقيقي المركب

$$ERC = VN\left[01-(01+i)^{-n}\right] \Rightarrow ERC = 85000\left[01-(01.050625)^{-07}\right] = 24843.18836$$

$$ERC = VN\left[01-(01+i)^{-n}\right] \Rightarrow ERC = 85000\left[01-(01.025)^{-14}\right] = 24843.18836$$

مثال04: أوجد مدة دين قيمته الإسمية 10000 دج خصم بمعدل فائدة مركبة تقدر ب04% سنويا، فبلغت القيمة الحالية مامقداره 8889.96336 دج

الحل:

بتطبيق العلاقة الأساسية في الخصم المركب نجد

$$VARC = VN\times(01+i)^{-n} \Rightarrow 8889.9636 = 10000(01.04)^{-n}$$

$$\Rightarrow (01.04)^{-n} = \frac{8889.9636}{10000} = 0.88899636$$

بالبحث في الجدول المالي رقم (02) عن القيمة 0.88899636 أمام المعدل 04% نجد المدة تساوي 03 سنوات

كما يمكن إيجاد نفس القيمة باستخدام طريقة اللوغاريتم،إما بإستخدام اللوغاريم النبيري أو اللوغاريم العشري

لدينا مما سبق

$$(01.04)^{-n} = 0.88899636 \Rightarrow \ln(01.04)^{-n} = \ln(0.88899636) \Rightarrow -n\ln(01.04) = \ln(0.88899636)$$

$$\Rightarrow -n\times 0.039220713 = -0.117662138 \Rightarrow n = 03$$

02-01 الطريقة الثانية: الخصم بمعدل خصم مركب

يتم أولا إيجاد القيمة الحالية التجارية المركبة، و للوصول إلى معادلة القيمة الحالية التجارية المركبة بمعدل خصم عن المدة (n) يتم تقسيم المدة إلى وحدات زمن متساوية طول كلمنها يساوي وحدة زمن المعدل ثم يتم حساب القيمة الحالية التجارية المركبة في بداية كل فترة ابتدآءا من آخر فترة ووصولا إلى أول فترة.

وبما أن القيمة الإسمية في نهاية المدة تساوي VN

سنفترض أن القيمة الحالية عند (n−1) تساوي $VACC_1$

سنفترض أن القيمة الحالية عند (n−2) تساوي $VACC_2$

سنفترض أن القيمة الحالية عند (n−3) تساوي $VACC_3$

إلى أن نصل إلى القيمة الحالية التجارية عند أول مدة (n−n) وهي $VACC_n$ وتساوي C المطلوب إيجاد قيمتها

وبالتالي:

القيمة الحالية التجارية المركبة عند (n−1) تساوي

$$VACC_{n-1} = VN - VN\times i\times 1 \Rightarrow VACC_{n-1} = VN(01-i)$$

القيمة الحالية التجارية المركبة عند (n-2) تساوي

$$VACC_{n-2} = VACC_{n-1} - VACC_{n-1} \times i \times 1 \Rightarrow VACC_{n-2} = VACC_{n-1}(01-i)$$

$$\Rightarrow VACC_{n-2} = VN(01-i)^2$$

القيمة الحالية التجارية المركبة عند (n-3) تساوي

$$VACC_{n-3} = VACC_{n-2} - VACC_{n-2} \times i \times 1 \Rightarrow VACC_{n-3} = VACC_{n-2}(01-i)$$

$$\Rightarrow VACC_{n-3} = VN(01-i)^3$$

القيمة الحالية التجارية المركبة عند (n-4) تساوي

$$VACC_{n-4} = VACC_{n-3} - VACC_{n-3} \times i \times 1 \Rightarrow VACC_{n-4} = VACC_{n-3}(01-i)$$

$$\Rightarrow VACC_{n-4} = VN(01-i)^4$$

وهكذا إلى أن نصل إلى أول مدة

القيمة الحالية التجارية المركبة عند (n-n) تساوي $VACC = VN(01-i)^n$

القيمة الحالية التجارية المركبة = القيمة الإسمية×(1-معدل الخصم المركب)^المدة^

بعد حساب القيمة الحالية يتم حساب الخصم بمعدل خصم مركب كمايلي

$$ECC = VN - VACC \Rightarrow ECC = VN - VN(01-i)^n$$

$$ECC = VN\left[01-(01-i)^n\right]$$

الخصم بمعدل خصم مركب= القيمة الإسمية×(01-القيمة الحالية لوحدة النقود بمعدل خصم مركب)

ملاحظات:

1-عند طلب إيجاد قيمة الخصم بمعدل خصم نحسب أولا القيمة الحالية التجارية بمعدل خصم ثم نقوم بطرحها من القيمة الإسمية.

2-الجداول المالية لا تعطي القيمة الحالية لوحدة النقود بمعدل خصم لذلك عند إستخدام الجداول المالية يجب تحويل معدل الخصم إلى معدل فائدة.

مثال05: أحسب القيمة الحالية التجارية والخصم المركب لدين قيمته الإسمية 30000 دج يستحق بعد 05 سنوات بمعدل خصم 08% سنويا.

الحل:

-حساب القيمة الحالية التجارية

$$VACC = VN(01-i)^n \Rightarrow VACC = 30000(1-0.1)^5 = 17714.70$$

-حساب قيمة الخصم بمعدل خصم مركب

$$ECC = VN\left[01-(01-i)^{n}\right] \Rightarrow ECC = 30000\left[01-(01-0.1)^{5}\right] = 12285.30$$

او يحسب مباشرة من العلاقة

$$ECC = VN - VACC \Rightarrow ECC = 30000 - 17714.70 = 12285.30$$

ملاحظة:

-عند خصم الديون بفائدة مركبة فسوف يستخدم الخصم الصحيح فقط، مالم ينص صراحة على خلاف ذلك ولايستخدم الخصم التجاري لأنه إذا كانت مدة الخصم ومعدل الخصم كبيرين فإن قيمة الخصم المركب المحسوبة قد تكون أكبر من القيمة الإسمية،وهذا يعني أن المدين يتمتع بخصم يزيد عن قيمة الدين،أي أنه بدلا من أن يدفع المدين لدائنه مبلغ القيمة الحالية التجارية (القيمة الإسمية-الخصم التجاري بمعدل خصم) فإن المدين يطالب الدائن بسداد باقي الخصم وهذا أمر غير معقول.

مثال06:كمبيالة تجارية قيمتها الإسمية 10000 دج تستحق بعد 12 سنوات من الآن، خصمت بمعدل خصم 15%

المطلوب:

أحسب قيمة كل من القيمة الحالية التجارية وقيمة الخصم المركب؟

الحل: من معطيات المثال $VN = 10000, n = 20, t = 06$

02- العلاقة بين معدل الخصم التجاري ومعدل الفائدة الحقيقي

إن أساس هذه العلاقة مبني على فرض تساوي الخصم بمعدل فائدة (i_1)،مع خصم بمعدل خصم (i_2)، أو بمساواة القيمة الحالية الحقيقية بالقيمة الحالية التجارية وبالتالي يتم إيجاد العلاقة بين (i_1) و(i_2) التي تحقق هذا الفرض كالآتي:

02-01 باستخدام علاقة الخصم التجاري والحقيقي

نعلم مما سبق أن الخصم بمعدل فائدة يعطى بالعلاقة التالية:

$$ERC = VN\left[01-(01+i_1)^{-n}\right] ....(01)$$

في حين أن الخصم بمعدل خصم يعطى بالعلاقة التالية

$$ECC = VN\left[01-(01-i_2)^{n}\right] ....(02)$$

-معدل الخصم المركب المكافئ لمعدل الفائدة المركبة: يتم إيجاد هذا المعدل بمساواة (01) و(02) كالتالي

$$ERC = ECC \Rightarrow VN\left[01-(01+i_1)^{-n}\right] = VN\left[01-(01-i_2)^{n}\right]$$

$$\Rightarrow \cancel{VN} - \cancel{VN}(01+i_1)^{-n} = \cancel{VN} - \cancel{VN}(01-i_2)^{n}$$

$$\Rightarrow \frac{01}{(01+i_1)^{n}} = (01-i_2)^{n} \Rightarrow \frac{01}{(01+i_1)} = (01-i_2)$$

إذن

$$\boxed{i_2 = \frac{i_1}{(01+i_1)}\text{..........................}(03)}$$

معدل الخصم المركب المكافئ لمعدل الفائدة المركبة= معدل الفائدة المركبة / (01+معدل الفائدة المركبة)

-معدل الفائدة المركبة المكافئة لمعدل الخصم المركب: إنطلاقا من العلاقة رقم (03) يمكن إيجاد معدل الفائدة المركبة المكافئة لمعدل الخصم المركب كالتالي

$$i_2 = \frac{i_1}{(01+i_1)} \Rightarrow i_2 + i_2 i_1 = i_1 \Rightarrow i_2 = i_1 - i_2 i_1 \Rightarrow i_2 = i_1(01-i_2)$$

وعليه

$$\boxed{i_1 = \frac{i_2}{01-i_2}\text{..........................}(04)}$$

معدل الفائدة المركبة المكافئة لمعدل الخصم المركب= معدل الخصم المركب / (01-معدل الخصم المركب)

02-02 باستخدام علاقة القيمة الحالية التجارية والحقيقية: نعلم مما سبق أن القيمة الحالية الحقيقية المركبة تعطى بالعلاقة التالية:

$$VARC = VN \times (01+i_1)^{-n}\text{..........................}(01)$$

وأن القيمة الحالية التجارية المركبة تعطى بالعلاقة التالية:

$$VACC = VN(01-i_2)^{n}\text{..........................}(02)$$

-معدل الخصم المركب المكافئ لمعدل الفائدة المركبة: يتم إيجاد هذا المعدل بمساواة (01) و(02) كالتالي

$$VARC = VACC \Rightarrow \cancel{VN} \times (01+i_1)^{-n} = \cancel{VN}(01-i_2)^{n} \Rightarrow \frac{01}{(01+i_1)^{n}} = (01-i_2)^{n}$$

$$\Rightarrow \frac{01}{(01+i_1)} = (01-i_2)$$

إذن $i_2 = \frac{i_1}{(01+i_1)}$..........................(03)

-معدل الفائدة المركبة المكافئة لمعدل الخصم المركب: إنطلاقا من العلاقة رقم (03) يمكن إيجاد معدل الفائدة المركبة المكافئة لمعدل الخصم المركب كالتالي

$$i_2 = \frac{i_1}{(01+i_1)} \Rightarrow i_2 + i_2 i_1 = i_1 \Rightarrow i_2 = i_1 - i_2 i_1 \Rightarrow i_2 = i_1(01-i_2)$$

وعليه $i_1 = \frac{i_2}{01-i_2}$..........................(04)

مثال06:أوجد معدلا الخصم المكافئة لمعدلات الفائدة المركبة في الحالات التالية:

-12% سنويا

-08% عن نصف سنة.

-15% سنوي على أن تضاف الفائدة كل 04 شهور.

-04% عن ربع سنة.

الحل:

باستخدام العلاقة رقم (03) نجد

-معدل الفائدة 12% سنوي فيكون معدل الخصم المكافئ لها هو

$$i_2 = \frac{i_1}{(01+i_1)} \Rightarrow i_2 = \frac{0.12}{(01+0.12)} = 10.71\%$$

-معدل الفائدة 08% نصف سنوي فيكون معدل الخصم المكافئ لنصف سنة هو

$$i_2 = \frac{i_1}{(01+i_1)} \Rightarrow i_2 = \frac{0.08}{(01+0.08)} = 07.40\%$$

-معدل الفائدة 15% سنوي على أن تضاف الفائدة كل 04 شهور: يمكن إيجاده بطريقتين مختلفتين

المعدل المذكور هو معدل اسمي سنوي وبالتالي لابد من تحويله إلى معدل حقيقي سنوي

وبالتالي لكل 04 شهور $i = \frac{i_N}{k} = \frac{0.15}{03} = 0.05$

$$i_2 = \frac{i_1}{(01+i_1)} \Rightarrow i_2 = \frac{0.05}{(01+0.05)} = 04.76\%$$

وبالتالي فإن معدل الخصم السنوي الإسمي هو

$$i_N = 04.76\% \times 03 = 14.28\%$$

الطريقة الثانية تتم بحساب امعدل الحقيقي السنوي المكافئ للمعدل الإسمي إنطلاقا من العلاقة التالية

$$i_E = \left(1+\frac{i_N}{k}\right)^k - 01 \Rightarrow i_E = \left(1+\frac{0.05}{03}\right)^{03} - 01 = 05\%$$

-معدل الفائدة 04% عن ربع سنة فيكون معدل الخصم المكافئ لربع سنة هو

وبالتالي $i_2 = \frac{i_1}{(01+i_1)} \Rightarrow i_2 = \frac{0.04}{(01+0.04)} = 03.85\%$ عن ربع سنة

مثال07: أوجد معدلات الفائدة المكافئة لمعدلات الخصم المركب في الحالات التالية

-04% سنوي

-03.80% عن نصف سنة

الحل:

-إذا كان معدل الخصم المركب 04% فإن معدل الفائدة المكافئ له هو: بإستخدام العلاقة رقم (04)

نجد $i_1 = \frac{i_2}{01-i_2} \Rightarrow i_1 = \frac{0.04}{01-0.04} = 04.17\%$

- إذا كان معدل الخصم المركب 03.80% عن نصف سنة فإن معدل الفائدة المكافئ له هو :

$i_1 = \frac{i_2}{01-i_2} \Rightarrow i_1 = \frac{0.038}{01-0.038} = 03.95\%$ عن نصف سنة

مثال08: أوجد القيمة الحالية لدين قيمته الإسمية 20000 دج، ثم أوجد قيمة الخصم المستحق إذا علمت أن مدة الدين هي10 سنوات ومعدل الخصم المركب 04.762 % سنويا.

الحل: يمكن حل المثال بطريقتين مختلفتين

الطريقة الأولى:

لدينا مما سبق علاقة القيمة الحالية التجارية المركبة كالتالي $VACC = VN(01-i)^n$

إذن $VACC = VN(01-i)^n \Rightarrow VACC = 20000(01-0.04762)^{10} = 12278.14229$

قيمة الخصم التجاري المركب هو

$$ECC = VN\left[01-(01-i)^n\right] \Rightarrow ECC = 20000\left[01-(01-0.04762)^{10}\right] = 7721.857711$$

أو مباشرة من خلال العلاقة التالية

$$ECC = VN - VACC \Rightarrow ECC = 20000 - 12278.14229 = 7721.857711$$

الطريقة الثانية: نستخرج أولا معدل الفائدة المركبة المكافئ لمعدل الخصم المركب كمايلي

$$i_1 = \frac{i_2}{01-i_2} \Rightarrow i_1 = \frac{0.04762}{01-0.04762} = 05\%$$

القيمة الحالية الحقيقية المركبة

$$VARC = VN \times (01+i)^{-n} \Rightarrow VARC = 20000 \times (01.05)^{-10} = 12278.26507$$

قيمة الخصة الحقيقي المركب هو

$$ERC = VN\left[01-(01+i)^{-n}\right] \Rightarrow ERC = 20000\left[01-(01.05)^{-10}\right] = 7721.73493$$

أومباشرة من خلال العلاقة التالية

$$ERC = VN - VARC \Rightarrow ERC = 20000 - 12278.26507 = 7721.73493$$

مثال09:تاجر مدين بمبلغ 20000دج يستحق السداد في نهاية 06 سنوات و 03 شهور

المطلوب:

–أوجد القيمة الحالية لهذا الدين إذا علمت أن معدل الفائدة 03.50% سنويا، ثم أوجد مقدار الخصم المركب؟

الحل:من معطيات المثال $VN = 20000, m = 75, t = 03.50$

–إيجاد القيمة الحالية الحقيقية: لدينا مماسبق

$$VARC = VN \times (01+i)^{-n} \Rightarrow VARC = VN \times (01+i)^{-\frac{m}{12}}$$

$$\Rightarrow VARC = 20000(01.035)^{-\frac{75}{12}} = 16130.68$$

–إيجاد قيمة الخصم المركب: لدينا مما سبق

$$ERC = VN\left[01-(01+i)^{-n}\right] \Rightarrow ERC = VN\left[01-(01+i)^{-\frac{m}{12}}\right]$$

$$\Rightarrow ERC = 20.000\left[01-(01.035)^{-\frac{75}{12}}\right] = 3869.32$$

مثال10: أوجد القيمة الحالية لمبلغ 10.000 دج يستحق الدفع في نهاية 20 سنة علما أن معدل الفائدة 06% تضاف الفائدة كل شهر؟

الحل: من معطيات المثال $VN = 10000, n = 20, t = 06$

لدينا معدل اسمي وبالتالي يجب تعديل كل من i و n كمايلي

المعدل الحقيقي هو $i = \frac{i_N}{k} = \frac{0.06}{12} = 0.005$

أما المدة المعدلة فهي $n' = n \times k \Rightarrow n' = 20 \times 12 = 240$

حساب القيمة الحالية: نعلم أن القيمة الحالية تعطى بالعلاقة التالية

$$VARC = VN \times (01+i)^{-n} \Rightarrow VARC = 10000 \times (01.005)^{-240} = 3021$$

-حساب قيمة الخصم المركب

$$ERC=VN\left[01-(01+i)^{-n}\right]\Rightarrow ERC=10000\times\left[01-(01.005)^{-240}\right]=6979$$

أو يتم حسابه مباشرة من العلاقة التالية

$$ERC=VN-VARC\Rightarrow ERC=10000-3021=6979$$

كما يمكن حل التمرين بإستخراج المعدل الحقيقي أولا بإستخدام العلاقة التالية:

$$i_E=\left(1+\frac{i_N}{k}\right)^k-01\Rightarrow i_E=\left(1+\frac{0.06}{12}\right)^{12}-01=06.17\%$$

-حساب القيمة الحالية

$$VARC=VN\times(01+i)^{-n}\Rightarrow VARC=10000\times(01.0617)^{-20}=3021$$

-حساب قيمة الخصم المركب

$$ERC=VN\left[01-(01+i)^{-n}\right]\Rightarrow ERC=10000\times\left[01-(01.0617)^{-20}\right]=6979$$

مثال11:عرض ممول على مشتري لعقار بإحدى الحالتين التاليتين:

الحالة الأولى: أن يدفع 300.000 دج فورا ثمنا للعقار.

الحالة الثانية: أن يدفع 100.000 دج آخر السنة الرابعة، ثم يدفع 120.000 دج آخر السنة السابعة، ثم يدفع 100.000 دج آخر السنة العاشرة.

المطلوب:

أي الطريقتين أفضل من وجهة نظر المشتري ومامقدار الفرق بينهما إذا كان معدل الخصم المركب السائد في السوق هو 05% سنويا.

الحل:

يمكن حل المثال بطريقتين مختلفتين

الطريقة الأولى: باستخدام معدل الخصم

الحالة الأولى: المبلغ الفوري في حد ذاته يعتبر قيمة حالية يتم دفعها الآن، وبالتالي فإن ثمن شراء العقار الآن هو 300.000دج تمثل القيمة الحالية للحالة الأولى.

الحالة الثانية: نستخرج القيمة الحالية التجارية باستخدام القانون التالي $VACC=VN(01-i)^n$

$$\sum_{i=1}^{3} VACC_i = VN_i (01-i)^{n_i}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{3} VACC_i = 100.000(01-0.05)^{04} + 120.000(01-0.05)^{7} + 100.000(01-0.05)^{10} = 225125$$

إذن البديل الثاني أفضل من الأول ومقدار الفرق بينهما هو

الفرق=300.000−225125=74875

الطريقة الثانية: بإستخدام معدل الفائدة المكافئ لمعدل الخصم المركب

في هذه الطريقة نستخرج أولا معدل الفائدة المركب المكافئ لمعدل الخصم المركب من العلاقة التالية:

$$i_1 = \frac{i_2}{01-i_2} \Rightarrow i_1 = \frac{0.05}{01-0.05} = 05.26\%$$

حساب القيمة الحالية للبديل الثاني: نستخرج القيمة الحالية الحقيقية عن طريق العلاقة التالية

$$VARC = VN \times (01+i)^{-n}$$

وبما انه يوجد لدينا ثلاث مبالغ إذن

$$\sum_{i=1}^{3} VARC_i = VN_i (01+i)^{-n_i}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{3} VARC_i = 100.000(01.0526)^{-04} + 120.000(01.0526)^{-7} + 100.000(01.0526)^{-10} = 225170$$

إذن البديل الثاني أفضل من الأول ومقدار الفرق بينهما هو

الفرق=300.000−225170=74830

ثالثا:العمليات المالية المتعلقة بالبنك (إجمالي الخصومات) (AGIO)

في حالة خصم عدة كمبيالات،أو أوراق تجارية بصفة عامة يتقاضى البنوك مقابل ذلك مجموعة الخصومات يطلق عليها الأجيو ويتكون هذا الأخير من الخصم الصحيح المركب، والعمولة، ومصاريف التحصيل وهو يحسب في حالتين قبل فرض الظريبة وبعده كالتالي

مصاريف الخصم الإجمالي (الأجيو) قبل فرض الضريبة= الخصم الصحيح+العمولات+مصاريف التحصيل

AGIO(HT)=ERC+Commission+Depance

أما إذا فرضت ضريبةTVA فيحسب الاجيو بالعلاقة التالية

مصاريف الخصم الإجمالي (الأجيو) بعد فرض الضريبة= الخصم الصحيح+عمولة البنك+مصاريف التحصيل+الرسوم

AGIO(TTC)=ERC+Commission+ Depance+ TVA

وفيما يلي شرح لجميع عناصر المعادلة السابقة:

01-الخصم الصحيح المركب (ERC): يتم حساب القيمة الحالية الصحيحة لكل كمبيالة على حدة بإستخدام العلاقة التالية

$$VARC = VN \times (01+i)^{-n}$$

ويلي ذلك إستنتاج قيمة الخصم الصحيح المركب لكل كمبيالة على حده كالتالي

$$ERC = VN - VARC$$

02-العمولات(Commission):وهي عبارة عن نسبة مئوية (أو بالألف) تحسب على القيمة الإسمية للورقة التجارية بصرف النظر عن المدة الباقية على تاريخ الإستحقاق (وهي مدة الخصم) وتحسب وفق العلاقة التالية:

العمولة=القيمة الإسمية×معدل العمولة $COM = VN \times i'$

03-مصاريف التحصيل(Depance):وهي أيضا نسبة مئوية (او في الألف)تحسب على أساس القيمة الإسمية بغض النظر عن مدة الخصم.

مصاريف التحصيل=القيمة الإسمية×معدل الخصم $DEP = VN \times i'''$

04-الرسوم: هي رسوم تطبق على النشاطات المالية مثل الرسوم على القيمة المضافة TVA، كنسبة مئوية تطبق على مجموع العمولات غير المرتبطة بالزمن والعمولات الثابتة(مصاريف التحصيل).

05-القيمة الصافية(valeur nette): ويسمى أيضا بصافي المستحق للعميل ويحسب عن طريق جمع الخصومات السابق شرحها وتطرح من القيمة الاسمية فينتج صافي المستحق للعميل أو القيمة الصافية للورقة التجارية، وتحسب تبعا للعلاقة التالية:

القيمة الصافية أو صافي المستحق للعميل بعد فرض الضريبة=القيمة الاسمية-إجمالي الخصومات (الاجيو) بعد فرض الضريبة

valeur nette(TTC)=Valeur Nominale−AGIO(TTC)

أو

$$\text{Valeur nette(TTC)} = \sum_{i=1}^{n} VARC_i - (COM + DEP + TVA)$$

كما يمكن القيمة الصافية قبل فرض الضريبة وتحسب وفقا للعلاقة التالية:

القيمة الصافية أو صافي المستحق للعميل قبل فرض الضريبة=القيمة الاسمية-إجمالي الخصومات (الاجيو) قبل فرض الضريبة

valeur nette(HT)=Valeur Nominale−AGIO(HT)

أو

$$\text{Valeur nette(HT)} = \sum_{i=1}^{n} VARC_i - (COM + DEP)$$

مثال12:خصم شخص الكمبيالات التالية في 2010/01/25 لدى بنك معين

-الأولى قيمتها الإسمية20.000 دج وتستحق الدفع في 2011/01/25

-الثانية قيمتها الإسمية60.000 دج وتستحق الدفع في 2012/01/25

-الثالثة قيمتها الإسمية80.000 دج وتستحق الدفع في 2015/01/25

فإذا علمنا أن البنك يخصم الأوراق التجارية على أساس معدل خصم صحيح مركب06% سنويا، وكذلك كان يتقاضى عمولة بمعدل 0.5 % وكذلك مصاريف تحصيل بواقع 2000 دج للورقة الواحدة، الرسم على القيمة المضافة 19% يطبق على العمولة ومصاريف التحصيل.

المطلوب:

1-حساب مصاريف الخصم الإجمالي (الآجيو) قبل وبعد فرض الضريبة؟

2-حساب صافي الورقة التجارية قبل وبعد فرض الضريبة؟

الحل:

1-حساب مصاريف الخصم الإجمالي (الآجيو) قبل وبعد فرض الضريبة

1-1حساب مصاريف الخصم الإجمالي (الآجيو) قبل فرض الضريبة: لدينا معالدة مصاريف الخصم الإجمالي

مصاريف الخصم الإجمالي (الأجيو) قبل فرض الضريبة= الخصم الصحيح+العمولات+مصاريف التحصيل

AGIO(HT)=ERC+Commission+Depance

نستخرج أولا مدد الخصم لكل ورقة تجارية كالتالي:

-مدة خصم الكمبيالة الأولى هي 01 سنة

-مدة خصم الكمبيالة الثانية هي 02 سنة

-مدة خصم الكمبيالة الثالثة هي 05 سنوات

-إيجاد القيمة الحالية للكمبيالات الثلاثة كل على حده كمايلي:

الكمبيالة الأولى

$$VARC_1 = VN_1 \times (01+i)^{-n_1} \Rightarrow VARC_1 = 20.000 \times (01.06)^{-1} = 18867.924$$

الكمبيالة الثانية

$$VARC_2 = VN_2 \times (01+i)^{-n_2} \Rightarrow VARC_2 = 60.000 \times (01.06)^{-2} = 53399.786$$

الكمبيالة الثالثة

$$VARC_3 = VN_3 \times (01+i)^{-n_3} \Rightarrow VARC_3 = 80.000 \times (01.06)^{-5} = 59780.653$$

مجموع القيم الحالية للكمبيالات الثلاثة هو $\sum_{i=1}^{3} VARC_i = 132048.3648$

-حساب الخصم الصحيح المركب لكل ورقة تجارية

الخصم الصحيح المركب للورقة الأولى

$$ERC_1 = VN_1 - VARC_1 \Rightarrow ERC_1 = 20000 - 18867.924 = 1132.076$$

الخصم الصحيح المركب للورقة الثانية

$$ERC_2 = VN_2 - VARC_2 \Rightarrow ERC_2 = 60000 - 53399.786 = 6600.214$$

الخصم الصحيح المركب للورقة الثانية

$$ERC_3 = VN_3 - VARC_3 \Rightarrow ERC_3 = 80000 - 59780.653 = 20219.347$$

مجموع الخصومات المركبة $\sum_{i=1}^{3} ERC_i = 27951.6352$

-حساب العمولات

عمولة الورقة الأولى هي $COM_1 = VN_1 \times i' \Rightarrow COM_1 = 20000 \times 0.005 = 100$

عمولة الورقة الثانية هي $COM_2 = VN_2 \times i' \Rightarrow COM_1 = 60000 \times 0.005 = 300$

عمولة الورقة الثالثة هي $COM_3 = VN_3 \times i' \Rightarrow COM_1 = 80000 \times 0.005 = 400$

مجموع العمولات هو $\sum_{i=1}^{3} COM_i = 800$

مصاريف التحصيل تساوي $\sum_{i=1}^{3} DEP_i = 03 \times 2000 = 6000$

-الرسوم(TVA) $TVA = \frac{(Com + DEP) \times 19}{100} \Rightarrow TVA = \frac{(800 + 6000) \times 19}{100} = 1292$

الأجيو قبل فرض الضريبة =34751.6352=6000+800+27951.6352

إذن

$$AGIO(HT) = 34751.6352$$

الأجيو بعد فرض الضريبة=الأجيو قبل فرض الضريبة+مقدار الرسم على الضريبة

=36043.6352=1292+34751.6352 دج

إذن $AGIO(TTC)=36043.6352$

2-حساب صافي الورقة التجارية قبل وبعد فرض الضريبة:

2-1حساب صافي الورقة التجارية قبل فرض الضريبة:

-القيمة الصافية قبل فرض الضريبة= مجموع القيم الاسمية- الاجيو قبل فرض الضريبة

$=160.000-34751.6352=125248.3648$ دج

إذن

$$Vnette(HT)=\sum_{i=1}^{3}VN_i-AGIO(HT)$$

$$\Rightarrow Vnette(HT)=160000-34751.6352=125248.3648DA$$

2-2القيمة الصافية بعد فرض الضريبة=مجموع القيم الاسمية- الاجيو بعد فرض الضريبة

$=160000-36043.6352=123956.3648$ دج

إذن

$$Vnette(TTC)=\sum_{i=1}^{3}VN_i-AGIO(TTC)$$

$$\Rightarrow Vnette(HT)=160000-36043.6352=123956.3648DA$$

كما يمكن حساب القيمة الصافية للورقة التجارية كمايلي:

القيمة الصافية للورقة التجارية قبل فرض الضريبة= مجموع القيم الحالية-(العمولات+مصاريف التحصيل)

$$Vnette(HT)=\sum_{i=1}^{3}VARC_i-(COM+DEP)$$

$$\Rightarrow Vnette(HT)=132048.3648-(800+6000)=125248.3648DA$$

القيمة الصافية بعد فرض لبضريبة= مجموع القيم الحالية-(العمولات+مصاريف التحصيل+ الرسوم)

$$Vnette(TTC)=\sum_{i=1}^{3}VARC_i-(COM+DEP+TVA)$$

$$\Rightarrow Vnette(HT)=132048.3648-(800+6000+1292)=123956.3648DA$$

رابعا:تكافؤ الأوراق التجارية

في إطار المعاملات التجارية قد يلجأ المتعاملون إما إختياريا أو إضطراريا إلى تغيير بعض أو كل شروط أوراقهم التجارية، وبالتالي التاثير عى تاريخ إستحقاقها بالتقديم أو بالتأخير،أو بتغيير عددها أو بتسديد جزء منها،...إلخ، وكل هذه العمليات يجب أن تخضع لقواعد مالية محددة مع الأخذ بعين الإعتبار المميزات وطبيعة الفائدة المركبة، مع ملاحظة أنه في الفائدة المركبة نستعمل الفائدة أو الخصم المحسوب على أساس القيمة الحالية التجارية أو القيمة الحالية الصحيحة.

ويكون الرأسمالان أو مجموعة من رؤوس الأموال متكافئة في وقت معين وفي مدة معينة إذا كان لهما أو لهم نفس القيمة الحالية أو القيم الحالية في وقت محدد هو تاريخ التكافؤ.

04-01تكافؤ أسمالان:يتكافأ رأسمالان أحدهما مقابل الآخر،إذا تساوت القيمة الحالية للطرفين المتقابلين في تاريخ محدد يسمى تاريخ التكافؤ، وإذا حصل هذا التكافؤ في تاريخ معين يبقى التكافؤ صالحا في أي تاريخ آخر.

فإذا كانت القيمتين الإسميتين لرأسمالين VN_1 و VN_2 يسددان بعد مدتين n_1 و n_2 ولكي يتكافآن يجب تحقيق المعادلة التالية

04-01-01التكافؤ بالخصم الحقيقي: تعطى معادلة التكافؤ بالعلاقة التالية

$$VARC_1 = VARC_2 \Leftrightarrow VN_1\left(01+i\right)^{-n_1} = VN_2\left(01+i\right)^{-n_2}$$

04-01-02التكافؤ بالخصم التجاري: تعطى معادلة التكافؤ بالعلاقة التالية

$$VACC_1 = VACC_2 \Leftrightarrow VN_1\left(01-i\right)^{n_1} = VN_2\left(01-i\right)^{n_2}$$

مثال13:عميل مدان لمؤسسة بمبلغ 500000 دج يسسد بعد 06 سنوات،اتفق مع دائنه على تسديد المبلغ بعد 04 سنوات

المطلوب:

1-أحسب القيمة الإسمية للدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المطبق هو 08%

2-أحسب القيمة الإسمية للدين الجديد إذا كان معدل الخصم المطبق هو 06%

الحل:

1-حساب القيمة الإسمية للدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المطبق هو 08%

بتطبيق علاقة التكافؤ بالخصم الصحيح نجد

$$VARC_1 = VARC_2 \Leftrightarrow VN_1\left(01+i\right)^{-n_1} = VN_2\left(01+i\right)^{-n_2} \Rightarrow 50.000\left(01.08\right)^{-06} = VN_2\left(01.08\right)^{-04}$$

$$\Rightarrow VN_2 = \frac{50.000\left(01.08\right)^{-06}}{\left(01.08\right)^{-04}} = 42867$$

كما يمكن الحصول على نفس النتيجة باستخدام علاقة التكافؤ بالخصم التجاري بعد إستخراج معدل الخصم المركب المكافئ لمعدل الفائدة المركبة

نعلم مما سبق أن معدل الخصم المركب المكافئ يعطى بالعلاقة التالية:

$$i_2 = \frac{i_1}{\left(01+i_1\right)} \Rightarrow i_2 = \frac{0.08}{\left(01.08\right)} = 07.40\%$$

بتطبيق علاقة التكافؤ بالخصم التجاري نجد

$$VACC_1 = VACC_2 \Leftrightarrow VN_1(01-i)^{n_1} = VN_2(01-i)^{n_2} \Rightarrow 50.000(01-0.0740)^{06} = VN_2(01-0.0740)^{04}$$

$$\Rightarrow VN_2 = \frac{50.000(01-0.0740)^{06}}{(01-0.0740)^{04}} = 42874$$

وهي نفس النتيجة تقريبا

2-حساب القيمة الإسمية للدين الجديد إذا كان معدل الخصم المطبق هو 06%

بتطبيق علاقة التكافؤ بالخصم التجاري نجد:

$$VACC_1 = VACC_2 \Leftrightarrow VN_1(01-i)^{n_1} = VN_2(01-i)^{n_2} \Rightarrow 50.000(01-0.06)^{06} = VN_2(01-0.06)^{04}$$

$$\Rightarrow VN_2 = \frac{50.000(01-0.06)^{06}}{(01-0.06)^{04}} = 44180$$

كما يمكن الحصول على نفس النتيجة باستخدام علاقة التكافؤ بالخصم الصحيح بعد إستخراج معدل الفائدة المركبة المكافئ لمعدل الخصم المركب

نعلم مما سبق أن معدل الفائدة المركبة المكافئ يعطى بالعلاقة التالية:

$$i_1 = \frac{i_2}{(01-i_2)} \Rightarrow i_1 = \frac{0.06}{(0.94)} = 06.38\%$$

بتطبيق علاقة التكافؤ بالخصم الصحيح نجد

$$VARC_1 = VARC_2 \Leftrightarrow VN_1(01+i)^{-n_1} = VN_2(01+i)^{-n_2} \Rightarrow 50.000(01.0638)^{-06} = VN_2(01.0638)^{-04}$$

$$\Rightarrow VN_2 = \frac{50.000(01.0638)^{-06}}{(01.0638)^{-04}} = 44182$$

وهي نفس النتيجة تقريبا

مثال14:ماهو معدل تكافؤ رأسمال قدره 215000 دج موظف لمدة 08 سنوات مع رأسمال آخر قيمته 175000 دج وموظف لمدة 06 سنوات

الحل:

يتكافؤ المبلغين عندما تتساوى قيمتيها الحاليتين

-بإستخدام علاقة التكافؤ بالخصم الصحيح

$$VARC_1 = VARC_2 \Leftrightarrow VN_1(01+i)^{-n_1} = VN_2(01+i)^{-n_2} \Rightarrow 215000(01+i)^{-08} = 175000(01+i)^{-06}$$

$$\Rightarrow (01+i)^{-02} = \frac{175000}{215000} = 0.813953488$$

$$\Rightarrow (01+i)^{02} = 01.228571429$$

بالعودة إلى الجدول المالي رقم (01) بالبحث عن القيمة 01.228571429 أمام السنة 02 لا نجد المعدل وإنما نجده محصور بين معدلين هما 10.75% و 11%

ولإيجاده نقوم بطريقة الحصر أو التحشية

$$01.22655625 < 01.228571429 < 01.232100 \Leftrightarrow 10.75\% < i < 11\%$$

$$\begin{cases}(01.11)^2 = 01.232100 \\ (01.1075)^2 = 01.22655625\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0.00554375$$

$$\begin{cases}(01.11)^2 = 01.232100 \\ (01+i)^2 = 01.228571429\end{cases} \Rightarrow \widehat{\Delta} = 0.003528571$$

إذن

$$\begin{cases}\Delta = 0.00554375 \rightarrow 0.25\% \\ \widehat{\Delta} = 0.003528571 \rightarrow X\end{cases} \Rightarrow X = 0.159123833$$

وبما أن القيمة حسبت بالزيادة فتطرح من المعدل 11% وبالتالي فالمعدل هو

$$i = 11\% - 0.159123833 = 10.84\%$$

كما يمكن إيجاد نفس القيمة بإستخدام طريقة اللوغاريتم

$$(01+i)^{02} = 01.228571429$$

بإدخال اللوغاريم على طرفي المساوات نجد:

$$\ln(01+i)^{02} = \ln(01.228571429) \Rightarrow 02\ln(01+i) = \ln(01.228571429)$$
$$\Rightarrow \ln(01+i) = 0.102926027$$
$$\Rightarrow (01+i) = 01.108409414 \Rightarrow i = 10.84\%$$

04-02 تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال: تكون مجموعة من رؤوس الأموال مكافئة لمجموعة من رؤوس الأموال الأخرى بمعدل فائدة أو خصم إذا كانت القيم الحالية للمجموعة الأولى تساوي القيم الحالية للمجموعة الثانية، وتعطى عبارة التكافؤ بالصيغتين التاليتين

-في حالة التكافؤ باخصم الحقيقي

$$VARC_1 + VARC_2 + VARC_3 + ... + VARC_n = \overline{VARC_1} + \overline{VARC_2} + \overline{VARC_3} + ... + \overline{VARC_n}$$

-في حالة الخصم التجاري

$$VACC_1 + VACC_2 + VACC_3 + ... + VACC_n = \overline{VACC_1} + \overline{VACC_2} + \overline{VACC_3} + ... + \overline{VACC_n}$$

مثال15: ثلاثة رؤوس أموال 65000دج، 110.000 دج، 160.000 دج موظفة لمدة 04 ، 08، 06 سنوات على التوالي بمعدل فائدة مركبة 08%، عوضت برأسمالين قيمتيهما 85000دج، 275000دج موظفان على الترتيب لمدة 05 و n سنة

المطلوب:

أحسب مدة توظيف n؟

الحل:

بتطبيق قاعدة التكافؤ في حالة الخصم الحقيقي نجد

$$VARC_1 + VARC_2 + VARC_3 = \overline{VARC_1} + \overline{VARC_2} \Rightarrow$$

$$VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} + VN_3(01+i)^{-n_3} = \overline{VN_1(01+i)^{-n_1}} + \overline{VN_2(01+i)^{-n_2}} \Rightarrow$$

$$65000(01.08)^{-04} + 110.000(01.08)^{-06} + 160.000(01.08)^{-08} = \overline{85000(01.08)^{-05}} + \overline{275000(01.08)^{-n}} \Rightarrow$$

$$\overline{275000(01.08)^{-n}} = 145689.0492 \Rightarrow (01.08)^{n} = 01.887581816$$

لإيجاد قيمة n نبحث عن القيمة 01.887581816 التي تقابل معدل فائدة 08% في الجدول المالي رقم 01 فنجدها محصورة بين سنتين هما 08 و 09 سنوات

نقوم بطريقة الحصر أو التحشية

$$01.85093021 < 01.887581816 < 01.999004627 \Leftrightarrow 08 < n < 09$$

$$\begin{cases}(01.08)^{09} = 01.999004627 \\ (01.08)^{08} = 01.85093021\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0.148074416$$

$$\begin{cases}(01.08)^{n} = 01.887581816 \\ (01.08)^{8} = 01.85093021\end{cases} \Rightarrow \widehat{\Delta} = 0.036651606$$

إذن

$$\begin{cases}\Delta = 0.148074416 \rightarrow 12 \\ \widehat{\Delta} = 0.036651606 \rightarrow X\end{cases} \Rightarrow X = 03$$

وبما أن القيمة حسبت بالنقصان ة فتضاف إلى المدة الصغيرة 08 سنوات

$$n = 08ans\ et\ 03\ mois$$

04-03 تاريخ الإستحقاق الموحد: هو تاريخ الإستحقاق يسمح بوجود تكافؤ عدد من الديون مع دين قيمته الإسمية محددة،وفي حالة أخرى يمكن البحث من نفس القاعدة على القيمة الإسمية لدين يكافئ عدد من الديون بمعلومية تاريخ إستحقاقه الذي يصادف تاريخ التكافؤ.

مثال16:أحسب مدة إستحقاق دين وحيد يقدر ب 9625دج يسمح بتسديد الديون التالية:

2500 دج يستحق الدفع بعد 02 سنة، 6000 دج يستحق الدفع بعد 03 سنوات، مع العلم أن معدل الفائدة المطبق يقدر ب10% سنويا.

الحل:

بتطبيق قاعدة التكافؤ في حالة الخصم الحقيقي نجد

$$VARC_1 + VARC_2 = \overline{VARC_1} \Rightarrow VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} = \overline{VN_1(01+i)^{-n_1}}$$

$$\Rightarrow 2500(01.10)^{-02} + 6000(01.10)^{-03} = \overline{9625(01.10)^{-n_1}} \Rightarrow$$

$$\overline{(01.10)^{-n_1}} = 0.683013455$$

بالبحث عن القيمة 0.683013455 أما المعدل 10% في الجدول المالي رقم (02) نجد n تساوي 04 سنوات

كما يمكن إيجاد n بطريقة أخرى كما يلي

$$\overline{(01.10)^{-n_1}} = 0.683013455 \Leftrightarrow \overline{(01.10)^{n_1}} = 01.4641$$

بالبحث عن القيمة 01.4641 أما المعدل 10% في الجدول المالي رقم (01) نجد n تساوي 04 سنوات

كما يمكن إيجاد نفس القيمة بإستخدام طريقة اللوغاريتم

مثال17: مؤسسة مدينة ب 8000 دج يستحق الدفع بعد 03 سنوات و 3000 دج بعد 06 سنوات بمعدل فائدة 08% سنويا

المطلوب:

حدد قيمة الدين الوحيد الذي يسمح بتسديد الدينين بعد 04 سنوات؟

الحل:

القيمة الإسمية للدين الوحيد بمعلومية تاريخ إستحقاقه: بإستعمال علاقة التكافؤ بحيث يكون تاريخ التكافؤ بعد 04 سنوات وقيمة الدين هو

قيمة المبلغ الأول هو جملة أما المبلغ الثاني فهو قيمة حالية حقيقية

$$VN = A + VARC \Rightarrow VN = 8000(01.08) + 3000(01.08)^{-02} = 11212.01646$$

04-04 تاريخ الإستحقاق المتوسط: تاريخ الإستحقاق المتوسط يتحقق بحساب تاريخ لمجموع القيم الإسمية لمختلف الديون بإعتبارها كقيمة إسمية لورقة أو لدين.

$$VARC_1 + VARC_2 + VARC_3 + ... + VARC_n = \sum_{i=1}^{n} (VN_1 + VN_2 + VN_3 + ... + VN_n)(01+i)^{-n}$$

مثال18: أحسب تاريخ الإستحقاق المتوسط، الذي في نهايته يمكن لتاجر أن يستبدل الديون التالية، بدين واحد مبلغه يساوي مجموع القيم الإسمية للديون الثلاثة كمايلي:

- 30000 دج تستحق بعد 02 من الآن.
- 32000 دج تستحق بعد 04 سنوات من الآن.

-53000 دج تستحق بعد 05 سنوات من الآن.

علما بأن الفائدة المركبة تحسب بمعدل 06% سنويا.

الحل:

بتطبيق قاعدة التكافؤ في حالة الخصم الحقيقي نجد

$$VARC_1 + VARC_2 + VARC_3 = \sum_{i=1}^{n}(VN_1 + VN_2 + VN_3)(01+i)^{-n} \Leftrightarrow$$

$$VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} + VN_3(01+i)^{-n_3} = (VN_1 + VN_2 + VN_3)(01+i)^{-n} \Leftrightarrow$$

$$30000(01.06)^{-02} + 32000(01.06)^{-04} + 53000(01.06)^{-05} = (115000)(01.06)^{-n} \Rightarrow$$

$$(01.06)^{-n} = 0.796970205$$

بالبحث عن القيمة 0.796970205 أمام المعدل 06% في الجدول المالي رقم (02) لانجدها وإنما هي محصورة بين سنتين هما 03 سنوات و04 سنوات، ولإيجاد القيمة بالتحديد نقوم بحصرها كمايلي

$$\begin{cases}(01.06)^{-03} = 0.839619283\\(01.06)^{-04} = 0.792093663\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0.047525619$$

$$\begin{cases}(01.06)^{-03} = 0.839619283\\(01.06)^{-n} = 0.796970205\end{cases} \Rightarrow \widehat{\Delta} = 0.042649078$$

$$\begin{cases}\Delta = 0.047525619 \to 12\\ \widehat{\Delta} = 0.042649078 \to X\end{cases} \Rightarrow X = 10.76869586$$

تاريخ الإستحقاق هو 03 سنوات و10 شهور و23 يوم

كما يمكن الحصول على نفس النتيجة بإستخدام الجدول المالي رقم (01) للقيمة التالية

$$(01.06)^{n} = 01.254752052$$

أو مباشرة بإستخدام اللوغاريتم اللنبيري أو العشري

$$(01.06)^{-n} = 0.796970205 \Rightarrow -n\ln(01.06) = \ln(0.796970205) \Rightarrow n = \frac{\ln(0.796970205)}{\ln(01.06)} = 03.89466685$$

تاريخ الإستحقاق هو 03 سنوات و10 شهور و23 يوم

كما يمكن الوصول إلى نفس النتيجة بإستخدام الطريقة التقريبية وذلك على أساس المعادلة التالية:

$$n = \frac{VN_1 \times n_1 + VN_2 \times n_2 + VN_2 \times n_2}{VN_1 + VN_2 + VN_3}$$

$$\Rightarrow n = \frac{30000 \times 02 + 32000 \times 04 + 53000 \times 05}{115000} = 03.939130435$$

المدة التقريبية هي 03 سنوات و 11 شهرا و08 أيام

خامسا:تسوية الديون في الأجل الطويل

إن عملية تسوية الديون هي عملية تعديل طريقة السداد سواء من حيث عدد وقيم المبالغ أو تواريخ إستحقاقها أو الإثنين معا، وتعتبر عملية تسوية الديون هي التطبيق العملي لجملة مبلغ والقيمة الحالية لمبلغ، وأن أي مبلغ يتأخر عن موعد سداده يدفع عنه فائدة (نوجد له جملة) ،وأن أي مبلغ يسدد قبل موعد إستحقاقه يستحق عنه خصم (نوجد له قيمة حالية)، ويلاحظ أن عملية تسوية الديون تكون بين طرفين وحتى تتحقق العدالة بين الطرفين فإنه يتم تطبيق القاعدة الأساسية في تسوية الديون والتي تنص على مايلي

قيمة الديون قبل التسوية= قيمة الديون بعد التسوية

وقيمة الديون هنا تتوقف على ثلاث حالات هي:

-قيمة الدين نفسه.

-القيمة الحالية للدين.

-جملة الدين.

وكل حالة من الحالات السابقة تتوقف على تاريخ التسوية وموقع الدين من هذا التاريخ.

الحالة الأولى:أن تتم التسوية حالا (الآن) أو عند تاريخ أقصر دين (سواء للديون القديمة أو للديون الجديدة) أو عند تاريخ يسبق تواريخ إستحقاق الديون: وفي هذه الحالة فإنه يتم الإعتماد على قانون القيمة الحالية عند إيجاد قيم كل من الديون القديمة والديون الجديدة وبالتالي تكون المعادلة هي:

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

وتتوقف القيمة الحالية على معدل الفائدة المركبة أو معدل الخصم المركب

-فإذا كانت القيمة الحالية بمعدل فائدة فإنها تعطى بالعلاقة التالية: $VARC = VN(01+i)^{-n}$

-أما إذا كانت القيمة الحالية بمعدل خصم فإنها تعطى بالعلاقة التالية: $VACC = VN(01-i)^{n}$

الحالة الثانية:أن تتم التسوية عند تاريخ إستحقاق أطول دين (سواء بالنسبة للديون القديمة أو الديون الجديدة)أو عند تاريخ بعد تواريخ إستحقاق الديون: في هذه الحالة فإنه يتم الإعتماد على قانون الجملة عند إيجاد قيم كل من الديون القديمة والديون الجديدة، وبالتالي تكون المعادلة هي:

جملة الديون القديمة قبل التسوية= جملة الديون الجديدة بعد التسوية

الحالة الثالثة:أن تتم التسوية في تاريخ إستحقاق مشترك:بمقتضى هذا الشكل من أشكال التسوية وإستبدال الديون، يتم إختيار تاريخ يتوسط تواريخ إستحقاق الديون القديمة، ويتم فيه إستحقاق الدين الجديد، وبالتالي فإنه للحصول على قيمة الدين الجديد علينا إيجاد:

1-جملة الديون القديمة التي يسبق تاريخ إستحقاقها،تاريخ إستحقاق الدين الجديد (تاريخ الإستحقاق المشترك) أي نحسب الجملة.

2-القيمة الحالية للديون القديمة التي يلي تاريخ إستحقاقها تاريخ إستحقاق الدين الجديد (تاريخ الإستحقاق المشترك) أي نحسب القيمة الحالية.

3-القيمة الإسمية للدين إذا كان تاريخ إستحقاقه هو نفس تاريخ التسوية.

ومن المعروف أن القيمة الإسمية للدين هي قيمة الدين في ميعاد إستحقاقه وفي الحقيقة فإن عدم تعيين تاريخ للتسوية في التمرين لا يؤثر إطلاقا على دقة أو صحة الحل من عدمه حيث أن استخدام أي تاريخ للتسوية يعطي نفس النتائج،إلا أن مراعاة حسن إختيار تاريخ التسوية يؤثر كثيرا على تسهيل العمليات الحسابية.

مثال19: شخص مدين بالمبالغ التالية:

-10000 دج تستحق السداد بعد 03 سنوات

-20000 دج تستحق السداد بعد 05 سنوات

وقد أراد هذا الشخص أن يستبدل هاذين الدينين بدين واحد يستحق السداد بعد 07 سنوات

المطلوب:

أحسب قيمة الدين الجديد إذا علمت ان معدل الفائدة المركبة المستخدم هو 06% سنويا؟

الحل:يمكن حل المثال بطريقتين مختلفتين

الطريقة الأولى:إعتبار تاريخ التسوية عند أطول دين

نعتبر تاريخ التسوية هو تاريخ إستحقاق الدين الجديد، وبالتالي يمكن الحل بإستخدام قاعدة الجملة.

جملة الديون القديمة قبل التسوية= جملة الديون الجديدة بعد التسوية

نحسب مدد إستحقاق الديون القديمة

الدين الأول سوف يستحق بعد 04 سنوات

الدين الثاني سوف يستحق بعد 02 سنتان

نحسب جملة الديون القديمة كمايلي

$$\sum_{i=1}^{2} A_i = C_1(01+i)^{n_1} + C_2(01+i)^{n_2} \Rightarrow \sum_{i=1}^{2} A_i = 10000(01.06)^{04} + 20000(01.06)^{02}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{2} A_i = 35096.7696$$

الطريقة الثانية:إعتبار تاريخ التسوية عند أقرب دين

نفترض ان تاريخ التسوية هو بتاريخ إستحقاق الدين الأول وبالتالي يمكن حل المثال بإستخدام القيمة الحالية الصحيحية

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

نحسب مدد إستحقاق الديون القديمة

-الدين الأول 0 سنة لانه بتاريخ التسوية.

-الدين الثاني 02 سنتان

الديون الجديدة

الدين الجديد 04 سنوات

بتطبيق قاعدة القيمة الحالية نجد

$$10.000 + 20000(01.06)^{-02} = VN(01.06)^{-04} \Rightarrow 27799.9288 = 0.792093663 \times VN \Rightarrow$$
$$VN = 35096.7696$$

وهي نفس النتيجة

كما يمكم إيجاد نفس النتيجة بإعتبار تاريخ التسوية هو الآن

مثال20: شخص مدين لآخر بموجب الكمبيالات التالية:

-الأولى قيمتها الإسمية 60000 دج تستحق بعد 03 سنوات.

-الثانية قيمتها الإسمية 80000 دج تستحق بعد 05 سنوات.

الثالثة قيمتها الإسمية؟؟؟؟؟؟؟؟ دج تستحق بعد 07 سنوات.

فإذا علمت ان المدين أتفق مع الدائن على ان يدفع له نقدا مبلغا وقدره 66612.40 دج وأن يحرر له بالباقي كمبيالة جديدة قيمتها الإسمية 71551.10 دج وتستحق الدفع بعد 04 سنوات فإذا علمت ان التسوية على أساس معدل الفائدة المركبة 04.50% سنويا.

المطلوب:

حساب القيمة الإسمية للكمبيالة الثالثة؟

الحل:

بإفتراض ان تاريخ التسوية يتم الآن فإن

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

إيجاد القيمة الحالية للديون القديمة

$$\sum_{i=1}^{3} VARC_i = VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} + VN_3(01+i)^{-n_3} \Rightarrow$$
$$= 60000(01.045)^{-03} + 80000(01.045)^{-05} + VN_3(01.045)^{-07}$$
$$= 64196.08372 + 0.734828457 VN_3$$

القيمة الحالية للديون الجديدة

القيمة الحالية للكمبيالة الجديدية+ المبلغ النقدي الذي تم دفعه

$$X + VARC = 66612.40 + 71551.10(01.045)^{-04} = 126612.3866$$

بتطبيق معادلة التسوية نجد:

$$116773.88 + 0.734828457 VN_3 = 126612.3866 \Rightarrow VN_3 = 13388.85$$

مثال21:تاجر مدين بالديون التالية:

-10000 دج تستحق بعد 03 سنوات.

-20000 دج تستحق بعد 05 سنوات.

-30000 دج تستحق بعد 07 سنوات.

فإذا أراد هذا التاجر سداد الديون السابقة بموجب سندين إذنيين القيمة الإسمية للسند الأول نصف القيمة الإسمية للسند الثاني، ويستحق الأول بعد 02 سنتان والثاني بعد 04 سنوات.

المطلوب:

أوجد القيمة الإسمية لكل سند إذا علمت ان معدل الفائدة المركبة 08% سنويا؟

الحل:

نفترض ان تاريخ التسوية سيم الآن، وبالتالي فهذا التاريخ يسبق تواريخ الديون فتكون معادلة التسوية كالتالي

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

-نحسب القيمة الحالية للديون القديمة بتاريخ التسوية

$$VN = \sum_{i=1}^{3} VARC_i = VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} + VN_3(01+i)^{-n_3} \Rightarrow$$
$$= 10000(01.08)^{-03} + 20000(01.08)^{-05} + 30000(01.08)^{-07} = 39054.69821$$

-نحسب القيمة الحالية للديون الجديدة بتاريخ التسوية

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{2} VARC_i = VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} \\ VN_1 = \frac{1}{2}VN_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\sum_{i=1}^{2} VARC_i = VN_1(01+i)^{-n_1} + 02VN_1(01+i)^{-n_2} \\ VN_2 = 02VN_1\end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{2} VARC_i = VN_1(01.08)^{-02} + 02VN_1(01.08)^{-04} \\ VN_2 = 02VN_1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\sum_{i=1}^{2} VARC_i = 02.327398526 \times VN_1 \\ VN_2 = 02VN_1\end{cases}$$

بتطبيق معادلة التسوية نجد

$$\begin{cases}39054.69821 = 02.327398526 \times VN_1 \Rightarrow VN_1 = 16780.41 \\ VN_2 = 02VN_1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}VN_1 = 16780.41 \\ VN_2 = 33560.82\end{cases}$$

مثال22:تاجر مدين بالديون الآتية في 2016/01/01

-40000 دج تستحق في 2018/01/01

-30000 دج تستحق في 2020/01/01

-50000 دج تستحق في 2021/01/01

وفي 2016/01/01 إتفق على سداد الديون السابقة كالتالي:

-سداد مبلغ نقدي فورا 5000 دج

-سداد القيمة الباقية بعد سداد المبلغ النقدي بموجب ثلاث سندات إذنية القيمة الإسمية للسند الأول ثلث القيمة الإسمية للسند الثاني، والقيمة الإسمية للسند الثاني ثلث القيمة الإسمية للسند الثالث وتستحق هذه السندات على التوالي بعد 07،05،03 سنوات.

المطلوب:

أوجد القيمة الإسمية لكل سند إذا علمت ان معدل الفائدة المركبة المستخدم هو 10%؟

الحل:

بما ان تاريخ التسوية يسبق تواريخ إستحقاق الديون الثلاثة تبح معادلة التسوية كالتالي

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

-نحسب القيمة الحالية للديون القديمة بتاريخ التسوية

$$VN = \sum_{i=1}^{3} VARC_i = VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} + VN_3(01+i)^{-n_3} \Rightarrow$$

$$=40000(01.10)^{-02} + 30000(01.10)^{-04} + 50000(01.10)^{-05} = 84594.32105$$

$$84594.32105 = 5000 + 07.418778231 \times VN_1 \Rightarrow VN_1 =$$

-نحسب القيمة الحالية للديون الجديدية بتاريخ التسوية

$$\begin{cases} X+\sum_{i=1}^{3} VARC_i = X+VN_1(01+i)^{-n_1}+VN_2(01+i)^{-n_2}+VN_3(01+i)^{-n_3} \\ VN_1=\frac{1}{3}VN_2, VN_2=\frac{1}{3}VN_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} X+\sum_{i=1}^{3} VARC_i = X+VN_1(01+i)^{-n_1}+VN_2(01+i)^{-n_2}+VN_3(01+i)^{-n_3} \\ VN_1, VN_2=03VN_1, VN_3=09VN_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5000+VN_1(1.10)^{-03}+03VN_1(01.10)^{-05}+09VN_1(01.10)^{-07} \\ VN_1, VN_2=03VN_1, VN_3=09VN_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5000+07.232501834\times VN_1 \\ VN_1, VN_2=03VN_1, VN_3=09VN_1 \end{cases}$$

بتطبيق معادلة التسوية نجد

$$84594.32105=5000+07.232501834\times VN_1 \Rightarrow VN_1=11005.10$$

قيمة السند الأول هو $VN_1=11005.10$

قيمة السند الثاني هو $VN_2=03\times 11005.10=33015.30$

قيمة السند الثالث هو $VN_3=09\times 11005.10=99045.90$

05-01 الإستحقاق المتوسط والإستحقاق العام: إذا تم الإتفاق على سداد الديون القديمة بدين واحد جديد قيمته الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للديون قبل التسوية فإنه يطلق على تاريخ استحقاق الدين الجديد تاريخ الإستحقاق المتوسط (Average due date) كما يطلق على مدة الدين الجديد بالمدة المكافئة.

أما إذا قيمة الدين الجديد تختلف عن مجموع القيم الإسمية للديون قبل التسوية فإنه يطلق على تاريخ إستحقاق الدين الجديد تاريخ الإستحقاق العام.

مثال23: كان احد التجار مدينا بالمبالغ الآتية:

-10000 دج تستحق بعد 03 سنوات.

-30000 دج تستحق بعد 05 سنوات.

-40000 دج تستحق بعد 07 سنوات.

فإذا تم الإتفاق على إستبدال الديون السابقة بموجب دين واحد قيمته الإسمية تساوي مجمو القيم الإسمية للديون القديمة

المطلوب:

-أوجد تاريخ الإستحقاق المتوسط للدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم هو 12% سنويا؟

الحل:

نفترض ان تاريخ التسوية هو الآن،وبالتالي فإن هذا التاريخ يسبق تواريخ إستحقاق الديون الثلاثة وعليه نطبق القاعدة التالية

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

$$\sum_{i=1}^{3} VARC_i = \overline{VARC} \Rightarrow VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} + VN_3(01+i)^{-n_3} = VN(01+i)^{-n}$$

$$\Rightarrow 10.000(1.12)^{-03} + 30.000(01.12)^{-05} + 40.000(01.12)^{-07} = 80.000(01.12)^{-n}$$

$$\Rightarrow (01.12)^{-n} = 0.527932209$$

نبحث عن القيمة 0.527932209 أما المعدل12% في الجدول المالي رقم (02) فلا نجدها وإنما هي محصورة بين سنتين هما 05 سنوات و06 سنوات

لإيجاد المدة نقوم بعملية الحصر أو التحشية كمايلي:

$$05 < n < 06$$

$$\begin{cases} (01.12)^{-5} = 0.567426855 \\ (01.12)^{-6} = 0.506631121 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0.060795734$$

$$\begin{cases} (1.12)^{-n} = 0.527932209 \\ (01.12)^{-06} = 0.506631121 \end{cases} \Rightarrow \widehat{\Delta} = 0.021301088$$

إذن

$$\begin{cases} \Delta = 0.060795734 \to 12 \\ \widehat{\Delta} = 0.021301088 \to X \end{cases} \Rightarrow X = 04.204457109$$

04 شهور و06 أيام تطرح من 06 سنوات فنجد تاريخ الإستحقاق المتوسط هو

05 سنوات و07 شهور و 23 يوم.

-كما يمكن إيجاد نفس التاريخ بإستخدام اللوغاريتم العشري كمايلي:

$$(01.12)^{-n} = 0.527932209$$

بإدخال اللوغاريم العشري على طرفي المساوات نجد

$$(01.12)^{-n} = 0.527932209 \Rightarrow -n \log(01.12) = \log(0.527932209)$$

$$\Rightarrow -n \log(01.12) = -0.277421841 \Rightarrow n = 05.63659054$$

تاريخ الإستحقاق المتوسط هو: 05 سنوات و 07 شهور و20 يوم

مثال24:كان احد التجار مدينا بالمبالغ التالية:

-30.000 دج تستحق بعد 04 سنوات.

-50.000 دج تستحق بعد 05 سنوات.

-70.000 دج تستحق بعد 06 سنوات.

فإذا تم الإتفاق على إستبدال الديون السابقة بموجب دين واحد قيمته الإسمية 100.000 دج

المطلوب:

أوجد تاريخ إستحقاق الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المركبة هو 15% سنويا؟

الحل:

نفترض ان تاريخ التسوية هو الآن،وبالتالي فإن هذا التاريخ يسبق تواريخ إستحقاق الديون الثلاثة وعليه نطبق القاعدة التالية

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

$$\sum_{i=1}^{3} VARC_i = \overline{VARC} \Rightarrow VN_1(01+i)^{-n_1} + VN_2(01+i)^{-n_2} + VN_3(01+i)^{-n_3} = VN(01+i)^{-n}$$

$$\Rightarrow 30.000(1.15)^{-04} + 50.000(01.15)^{-05} + 70.000(01.15)^{-06} = 100.000(01.12)^{-n}$$

$$\Rightarrow (01.15)^{-n} = 0.722743658$$

بإدخال اللوغاريتم النبيري عى طرفي المساوات نجد:

$$(01.15)^{-n} = 0.722743658 \Rightarrow -n\ \ln\ (01.15) = \ln(0.722743658)$$

$$\Rightarrow n = 02.323240982$$

تاريخ الإستحقاق العام هو 02 سنتان و03 شهور و27 يوم

كما يمكن إيجاد نفس التاريخ بإستخدام طريقة التناسب.

05-02 الطريقة التقريبية في تسوية الديون:إذا كان لدينا مجموعة من الديون وأريد سدادها بموجب دين واحد قيمته الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للديون القديمة فإن مدة إستحقاق الدين الجديد بإستخدام الطريقة التقريبية تعطى بالعلاقة التالية

$$n = \frac{VN_1 \times n_1 + VN_2 \times n_2 + VN_2 \times n_2}{VN_1 + VN_2 + VN_3}$$

مثال25:إذا كان احد التجار مدينا بالمبالغ التالية:

-30.000 دج تستحق بعد 03 سنوات.

-40.000 دج تستحق بعد 05 سنوات.

-60.000 دج تستحق بعد 07 سنوات.

فإذا أراد هذا التاجر إستبدال الديون القديمة بموجب دين واحد جديد قيمته الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للديون السابقة.

المطلوب:

-أوجد تاريخ إستحقاق الدين الجديد بإستخدام الطريقة التقريبية؟

الحل:

بإستخدام العلاقة السابقة نجد:

$$n = \frac{VN_1 \times n_1 + VN_2 \times n_2 + VN_2 \times n_2}{VN_1 + VN_2 + VN_3} \Rightarrow n = \frac{30.000 \times 03 + 40.000 \times 05 + 60.000 \times 07}{30.000 + 40.000 + 60.000} \Rightarrow$$

$$n = 05.461538462$$

تاريخ إستحقاق الدين الجديد هو: 05 سنوات و05 شهور و16 يوم

05-03 تسوية الديون بإستخدام معدل خصم مركب: يمكن ان تتم عملية تسوية الديون بإستخدام معدل خصم مركب عوض معدل فائدة مركبة، وتتم العملية إما بإستخدام معدل خصم مركب أو بإيجاد معدل الفائدة المركب المكافئ لمعدل الخصم المركب.

مثال26: تاجر مدين بالديون التالية:

-10.000دج تستحق بعد 03 سنوات.

-30.000 دج تستحق بعد 05 سنوات.

-40.000 دج تستحق بعد 06 سنوات.

فإذا تم إستبدال الديون السابقة بموجب كمبيالتبن الأولى قيمتها الإسمية 5000 دج وتستحق بعد 02 سنتين والثانية تستحق بعد 03 سنوات.

المطلوب:

أوجد القيمة الإسمية للكمبيالة الثانية إذا كان معدل الخصم المركب **06%** سنويا؟

الحل:

يمكن حل المثال بطريقتيم مختلفتين:

الطريقة الأولى: بإعتبار ان العملية تتم بمعدل خصم

نفترض ان تاريخ التسوية هو الآن،وبالتالي فإن هذا التاريخ يسبق تواريخ إستحقاق الديون الثلاثة وعليه نطبق القاعدة التالية

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

$$\sum_{i=1}^{3} VACC_i = \sum_{i=1}^{2} VACC_i \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{3} VN_i \left(01-i\right)^{n_i} = \sum_{i=1}^{2} VN_i \left(01-i\right)^{n_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10.000\left(01-0.06\right)^{03} + 30.000\left(01-0.06\right)^{05} + 40.000\left(01-0.06\right)^{06} = 5000\left(01-0.06\right)^{02} + VN_2\left(01-0.06\right)^{03}$$

$$\Rightarrow 57917.75191 = 4418 + 0.830584 \times VN_2$$

$$\Rightarrow VN_2 = 64412.21$$

الطريقة الثانية: بإعتبار أن العملية تتم بمعدل فائدة مركبة مكافئ لمعدل الخصم المكافئ

نقوم بإيجاد معدل الفائدة المركبة المكافئ لمعدل الخصم المركب كمايلي:

$$i_1 = \frac{i_2}{(01-i_2)} \Rightarrow i_1 = \frac{0.06}{(0.94)} = 06.38\%$$

القيمة الحالية للديون القديمة قبل التسوية=القيمة الحالية للديون الجديدة بعد التسوية

$$\sum_{i=1}^{3} VARC_i = \sum_{i=1}^{2} VARC_i \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{3} VN_i (01+i)^{-n_i} = \sum_{i=1}^{2} VN_i (01+i)^{-n_i}$$

$$10.000(01.0638)^{-03} + 30.000(01.0638)^{-05} + 40.000(01.0638)^{-06} = 5.000(01.0638)^{-02} + VN_2 (01.0638)^{-03}$$

$$57927 = 4418.25 + 0.830653773 \times VN_2 \Rightarrow VN_2 = 64418$$

نلاحظ ان النتيجة متقاربة مع الحالة الأولى

سادسا:الدفعات المتساوية

هي مجموعة من المبالغ المتتابعة التي تدفع على فترات زمنية متساوية وكل مبلغ من هذه المبالغ يسمى دفعة فإذا كانت مبالغ الدفعة متساوية سميت دفعات متساوية، أما إذا كانت مبالغ الدفعة متزايدة سميت دفعات متزايدة أما إذا كانت مبالغ الدفعة متناقصة سميت دفعات متناقصة.

01-06 أنواع الدفعات

يمكن تقسيم الدفعات المتساوية إلى أنواع مختلفة طبقا لأسس متعددة منها:

01-تنقسم الدفعات من حيث موعد إستحقاق مبلغ الدفعة إلى النوعين التاليين:

-**دفعات عادية:** وهي التي يتم دفع مبلغ دفعتها في نهاية كل وحدة زمنية.

-**دفعات فورية (غير عادية):** وهي التي يتم دفع مبلغ دفعتها في بداية كل وحدة زمنية.

02-تنقسم الدفعات من حيث تحديد تاريخ بدايتها ونهايتها (أي من حيث مدتها)إلى النوعين التاليين:

-**دفعات مؤكدة:** وهي الدفعات التي يكون معلوم تاريخ بداية الوحدة الزمنية لأول دفعة منها وتاريخ نهاية الوحدة الزمنية لآخر دفعة منها.

فمثلا دفعات سداد أقساط شراء العقارات أو السيارات أو السلع المعمرة وهي دفعات مؤكدة لأنه يبدأ سدادها في تاريخ محدد ويستمر لعدد محدد منها ينتهي عنده سداد المبلغ المقترض وحتى في حالة وفاة المشتري فإنه ينبغي سداد باقي الأقساط في مواعيدها.

-**دفعات غير مؤكدة (الدفعات الإحتمالية):** وهي الدفعات التي لا يعرف بالتحديد ميعاد بداية ونهاية مدة سدادها تماما،إذ ان تحديد هذه المواعيد يعتمد على وقوع حدث معين من غير الممكن التنبؤ بموعد وقوعه.

فمثلا الكثير من وثائق التأمين على الحياة هي دفعات غير مؤكدة.

03-تنقسم الدفعات من حيث دفعها أو تأجيل بدء دفع مبالغها إلى النوعين التاليين:

أ-**دفعات عاجلة:** وهي الدفعات التي يستحق دفع أول مبلغ من مبالغها في الوحدة الزمنية التي تبدأ من الآن سواء كانت دفعة فورية يتم سدادها الآن أو دفعة عادية يتم سدادها في نهاية الوحدة الزمنية للدفعات.

ب-**دفعات مؤجلة:**وهي الدفعات التي يستحق سداد أول مبلغ من مبالغها بعد مدة زمنية معينة من تاريخ الإتفاق وتسمى بفترة التأجيل

04-تنقسم الدفعات من حيث عدد الدفعات إلى النوعيين التاليين:

أ-**دفعات محددة (مؤقتة):** هي تلك الدفعات التي يستمر سدادها لمدة محدودة ثم تنتهي هذه الدفعات بإنقضاء المدة المحدودة وبالتالي فإن عدد مبالغ الدفعات يكون محدود أيضا.

ب-**دفعات دائمة (لانهائية):** وهي تلك الدفعات التي يستمر سدادها دون توقف أو إنقطاع مهما كانت الظروف، أي سدادها إلى مالانهاية من الزمن.

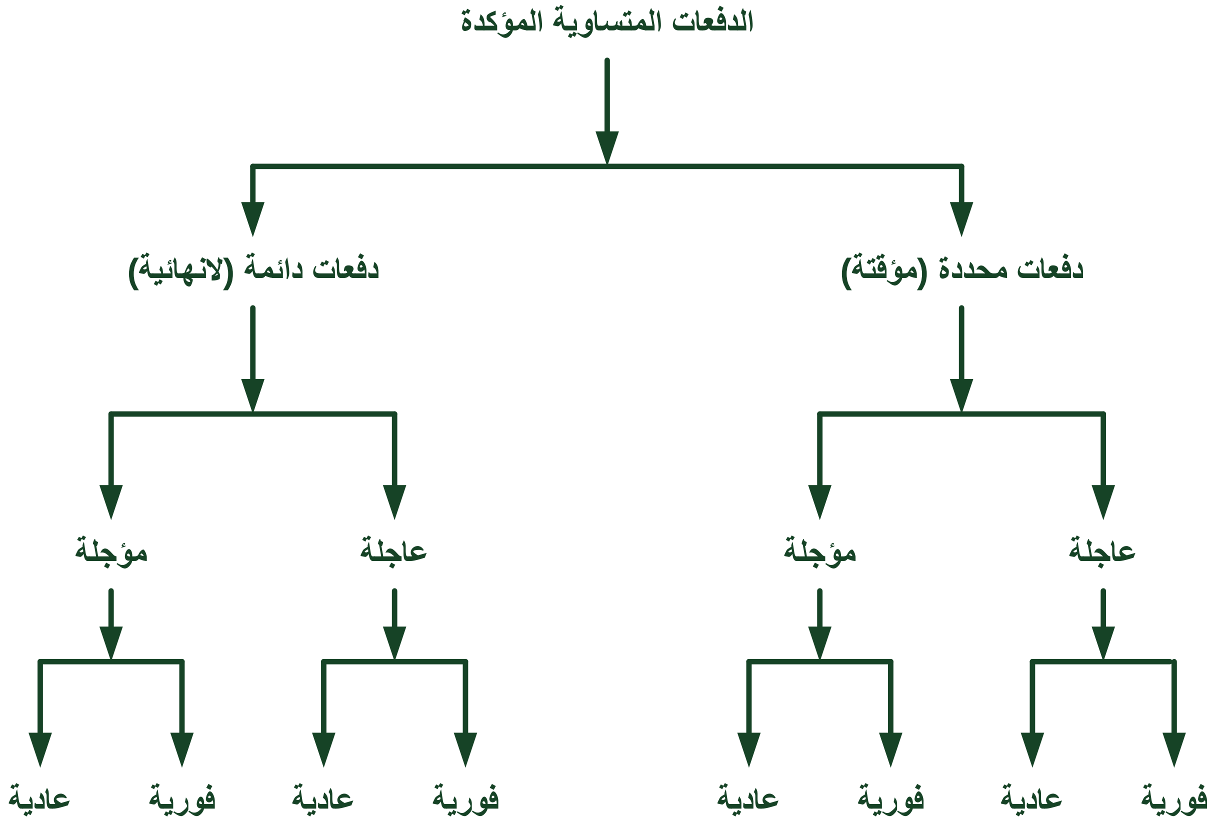
05-تنقسم الدفعات من حيث تساوي أو عدم تساوي مبالغها إلى النوعين التاليين:

أ-**الدفعات المتساوية:** هي تلك الدفعات التي يكون فيها جميع مبالغ الدفعات متساوية.

ب-**الدفعات المتغيرة:** هي تلك الدفعات التي يكون فيها مبالغ الدفعات غير متساوية (متزايدة أو متناقصة)

وسوف نقتصر في دراستنا في هذا المجال على الدفعات المتساوية المؤكدة،حيث أن الدفعات غير المؤكدة (الإحتمالية) تدخل ضمن نطاق رياضيات التأمين والتي تستخدم فيها نظرية الفائدة المركبة جنبا إلى جنب مع نظرية الإحتمالات.

وعلى هذا يمكن القوق بأن أنواع الدفعات المتساوية المؤكدة هي ثمانية انواع كما يظهرها الشكل التالي



06-02جملة الدفعة:وتعني إيجاد جملة كل مبلغ من مبالغ الدفعة، إعتبارا من تاريخ دفع كل مبلغ حتى نهاية مدة الدفعة، أو تاريخ تقييم الدفعة،وجملة كل مبلغ من مبالغ الدفعة عبارة عن قيمة مبلغ الدفعة، مضافا إليه الفائدة المستحقة عليه، وعلى ذلك فإن:

جملة الدفعات= مجموع جملة مبالغ الدفعة–بفائدة مركبة–عند تاريخ تقييم الدفعة (أتاريخ إيجاد جملتها)

= قيمة الدفعة× جملة الدفعات المتساوية لوحدة المقود

ومن خلال الشكل السابق سوف نكتفي بدراسة الدفعات المحددة فقط بأنواعها الأربعة.

06-03 جملة الدفعات المتساوية المؤقتة:وتنقسم إلى

06-03-01:جملة الدفعات المؤقتة العاجلة العادية: إن جملة الدفعات المؤقتة العاجلة العادية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها **n** من السنوات تعطى بالعلاقة التالية

جملة الدفعات=جملة الدفعة الأولى+جملة الدفعة الثانية+جملة الدفعة الثالثة+..............+جملة الدفعة الأخيرة

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = (01+i)^{n-1} + (01+i)^{n-2} + (01+i)^{n-3} + \ldots\ldots\ldots + (01+i)^{1} + 01$$

وبإعادة ترتيبها تصاعديا (حيث ان هذا الترتيب لا يؤثر على المجموع)

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = 01 + (01+i)^{1} + (01+i)^{2} + (01+i)^{3} + \ldots\ldots\ldots + (01+i)^{n-2} + (01+i)^{n-1}$$

مجموع حدود هذه الجملة تشكل متتالية هندسية حدها الأول 01 وحدها الأخير $(01+i)^{n-1}$ وأساسها هو $(01+i)$ ومجموع حدودها **n** حدا

إن مجموع متتاية هندسية يعطى بالعلاقة التالية: $A = L_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$

إذن $$A = L_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow A = 01 \times \frac{(01+i)^n - 01}{\cancel{01} + i - \cancel{01}}$$

$$\boxed{A\ \overline{n|}_i = \frac{(01+i)^n - 01}{i}}$$

ويتم إيجاد جملة الدفعات المؤقتة العاجلة العادية من الجدول المالي رقم (03)

مثال27: أحسب جملة عشرون دفعة سنوية عادية قيمة كل منها 15000 دج بمعدل فائدة 06% سنويا.

الحل:

بتطبيق علاقة جملة الدفعات المؤقتة العاجلة العادية نجد

$$A\ \overline{n|}_i = C \times \left[\frac{(01+i)^n - 01}{i}\right] \Rightarrow A\ \overline{20|}_{06\%} = 15000 \times \left[\frac{(01.06)^{20} - 01}{0.06}\right] = 551783.8681$$

06-03-02: جملة الدفعات المؤقتة العاجلة الفورية: إن جملة الدفعات المؤقتة العاجلة الفورية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها **n** من السنوات تعطى بالعلاقة التالية

جملة الدفعات=جملة الدفعة الأولى+جملة الدفعة الثانية+جملة الدفعة الثالثة+..............+جملة الدفعة الأخيرة

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = (01+i)^n + (01+i)^{n-1} + (01+i)^{n-2} + (01+i)^{n-3} + ...+ (01+i)^1$$

وبإعادة ترتيبها تصاعديا (حيث ان هذا الترتيب لا يؤثر على المجموع)

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = (01+i)^1 + (01+i)^2 + (01+i)^3 + (01+i)^4 + ...+ (01+i)^{n-1} + (01+i)^n$$

مجموع حدود هذه الجملة تشكل متتالية هندسية حدها الأول $(01+i)$ وحدها الأخير $(01+i)^n$ وأساسها هو $(01+i)$ ومجموع حدودها **n** حدا

إن مجموع متتاية هندسية يعطى بالعلاقة التالية: $A = L_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$

إذن $$A = L_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow A = (01+i) \times \frac{(01+i)^n - 01}{\cancel{01} + i - \cancel{01}}$$

$$\boxed{\ddot{A}\ \overline{n|}_i = (01+i) \times \frac{(01+i)^n - 01}{i}}$$

كما يمكن إعادة تبسيط العلاقة الأخيرة كما يلي:

$$\ddot{A}\ \overline{n|}_i = \frac{(01+i)^{n+1}-01}{i} - 01$$

$$\ddot{A}\ \overline{n|}_i = \ddot{A}\ \overline{n+01|}_i - 01$$

ملاحظة: جملة الدفعة المؤقتة العاجلة الفورية ما هي إلا جملة الدفعة المؤقتة العاجلة العادية مضروبة في $(01+i)$أي $\ddot{A}\ \overline{n|}_i = (01+i)\times A\ \overline{n|}_i$

مثال28: قام أحد الأشخاص بإيداع مبلغ 10.000 دج في أول كل سنة في حسابه لدى أحد البنوك، فإذا علمت أن البنك يحسب فائدة بمعدل **%05.50** سنويا.

المطلوب:

أحسب جملة حسابه في البنك في نهاية السنة 12 عشرة؟

الحل:

بما أن الإيداع يتم أول كل سنة فالدفعة فورية وتعطى علاقتها كمايلي

$$\ddot{A}\ \overline{n|}_i = C\times\left[(01+i)\times\frac{(01+i)^n-01}{i}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{A}\ \overline{12|}_{5.5\%} = 10.000\times\left[(01.055)\times\frac{(01.055)^{12}-01}{0.055}\right] = 172867.9814$$

كما يمكن إيجادها من خلال العلاقة الثانية كمايلي:

$$\ddot{A}\ \overline{n|}_i = C\times\left[\frac{(01+i)^{n+1}-01}{i}-01\right]\Rightarrow \ddot{A}\ \overline{13|}_{5.5\%} = 10.000\times\left[\frac{(01.055)^{13}-01}{0.055}-01\right] = 172867.9814$$

06-03-03:جملة الدفعات المؤقتة المؤجلة العادية:في هذا النوع من الدفعات تكون هناك فترة تأجيل يرمز لها بالرمز **m**، وأن هذه الأخيرة لا تؤثر في حساب جملة الدفعاتحيث أن فترة التأجيل تقع قبل بداية سداد الدفعات وبذلك فإن

مدة إيداع الدفعة الأولى هي $(m+n)-(m+01)=n-01$

مدة إيداع الدفعة الثانية هي $(m+n)-(m+02)=n-02$

مدة إيداع الدفعة الثالثة هي $(m+n)-(m+03)=n-03$

مدة إيداع آخر دفعة هي $(m+n)-(m+n)=0$

نلاحظ أن مدة الإيداع في الدفعات المؤقتة المؤجلة العادية هي نفسها في الدفعات المؤقتة العاجلة العادية أي

$$m/A\,\overline{n}|_i = A\,\overline{n}|_i = \frac{(01+i)^n - 01}{i}$$

مثال29:إشترى شخص عقارا ودفع مقدم الثمن يوم الشراء وتعهد بسداد مؤجل الثمن على خمسة عشر دفعة سنوية قدر كل منها 8000 دج تدفع آخر كل سنة من السنوات الخمس عشرة التي تلي خمس سنوات فترة التأجيل من تاريخ الشراء فإذا كا معدل الفائدة المركبة المستخدم هو 08% سنويا:

المطلوب:

أحسب جملة الذي سدده المشتري كمؤجل في نهاية الخمس عشرة سنة التي تم فيها السداد.

الحل:

بما أن الدفع يتم في آخر كل سنة وبفترة تاجيل إذن هي جملة دفعة مؤقتة مؤجلة عادية

$$m/A\,\overline{n}|_i = C\times\left[\frac{(01+i)^n - 01}{i}\right] \Rightarrow 05/A\,\overline{15}|_{08\%} = 8000\times\left[\frac{(01.08)^{15} - 01}{0.08}\right] = 217216.9114$$

04-03-06:جملة الدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية: بما أن فترة التأجيل لا تؤثر في حساب جملة الدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية إذن فعلاقتها هي نفس علاقة الدفعة المؤقتة العاجلة الفورية

$$m/\ddot{A}\,\overline{n}|_i = \ddot{A}\,\overline{n}|_i = (01+i)\times\frac{(01+i)^n - 01}{i} = \frac{(01+i)^{n+1} - 01}{i} - 01$$

كما يمكن إستنتاج العلاقت التالية:

$$m/\ddot{A}\,\overline{n}|_i = (01+i)\times A\,\overline{n}|_i$$

$$m/\ddot{A}\,\overline{n}|_i = A\,\overline{n+01}|_i - 01$$

مثال30:أودع شخص في حسابه البنكي مبلغ 6500 دج أول كل سنة إبتداءا من أول السنة السادسة ولمدة عشر سنوات على أن يحسب البنك الفوائد المركبة بمعدل 08% سنويا

المطلوب:

أحسب جملة المستحق لهذا الشخص في نهاية الخمس عشرة سنة؟

الحل:

بما أن الإيداع يتم في أول سنة ولفترة تأجيل إذن هي دفعة مؤقتة مؤجلة فورية

$$m/\ddot{A}\ \overline{n}|_i = C\times\left[(01+i)\times\frac{(01+i)^n-01}{i}\right]$$

$$\Rightarrow 05/\ddot{A}\ \overline{10}|_{08\%} = 6500\times\left[(01.08)\times\frac{(01.08)^{10}-01}{0.08}\right] = 101695.6685$$

كما يمكن حسابها من خلال العلاقة التالية:

$$m/\ddot{A}\ \overline{n}|_i = C\times\left[A\ \overline{n+01}|_i - 01\right] \Rightarrow m/\ddot{A}\ \overline{n}|_i = 6500\times\left[A\ \overline{11}|_{08\%} - 01\right] = 101695.6685$$

04-06 جملة الدفعات المتساوية الدائمة: الدفعات المتساوية الدائمة هي تلك الدفعات التي تسدد خلال مدة لا نهائية أي أن عددها غير محدد وهذا يعني ان مدة سداد الدفعات الدائمة بأنواعها المختلفة (ألأربعة) ليس لها نهاية، وبذلك فإنه لا يمكن حساب جملة الدفعات المتساوية الدائمة.

سابعا: القيمة الحالية للدفعات

القيمة الحالية للدفعات هي مجموع القيم الحالية لمبالغ الدفعات المستحقة خلال المدة، ويقصد بالقيمة الحالية للدفعات قيمتها في بداية المدة (أو أي فترة زمنية قبل بداية المدة) على أساس معدل فائدة مركبة معين، وعلى هذا فإنه يمكن الحصول على القيمة الحالية للدفعات بإيجاد القيمة الحالية لكل دفعة على حدة في بداية المدة ثم جمعها، وذلك على إعتبار أن قيمة الدفعة هو وحدة النقود ثم بضرب الناتج في قيمة الدفعة فنتحصل بذلك على القيمة الحالية للدفعات، ثم نحصل على القيمة الحالية لأي مبلغ وذلك من خلا المعادلة التالية:

القيمة الحالية للدفعات= قيمة الدفعة× القيمة الحالية للدفعات لوحدة النقود

وتختلف القيمة الحالية للدفعة، بإختلاف نوع الدفعة معجلة او مؤجلة ،محدودة او دائمة، عادية أو فورية وسوف نناقش جميع هذه الدفعات، وقبل ذلك سوف نضع الرموز المستخدمة عند حساب مختلف انواع القيمة الحالية للدفعات

$V\ \overline{n}|$: ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية لمدة (n) من السنوات ومبلغها وحدة النقود.

$\ddot{V}\ \overline{n}|$: ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية لمدة (n) من السنوات ومبلغها وحدة النقود.

$m/V\ \overline{n}|$: ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية لمدة (m) من السنوات والمؤقتة لمدة (n) من السنوات ومبلغها وحدة النقود.

$m/\ddot{V}\ \overline{n}|$: ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية لمدة (m) من السنوات والمؤقتة لمدة (n) من السنوات ومبلغها وحدة النقود.

$V\ \overline{\infty}|$: ترمز للقيمة الحالية للدفعات الدائمة العاجلة العادية ومبلغها وحدة النقود.

$\ddot{V}\ \overline{\infty}|$: ترمز للقيمة الحالية للدفعات الدائمة العاجلة الفورية ومبلغها وحدة النقود.

$m/V\,\overline{\infty|}$: ترمز للقيمة الحالية للدفعات الدائمة المؤجلة العادية لمدة (m) من السنوات ومبلغها وحدة النقود.

$m/\ddot{V}\,\overline{\infty|}$: ترمز للقيمة الحالية للدفعات الدائمة المؤجلة الفورية لمدة (m) من السنوات ومبلغها وحدة النقود.

07-01 القيمة الحالية للدفعات المؤقتة: ينقسم هذا النوع من الدفعات إلى الأنواع الأربعة التالية

07-01-01القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية:إن القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها **n** من السنوات تعطى بالعلاقة التالية

القيمة الحالية الدفعات= القيمة الحالية للدفعة الأولى+ القيمة الحالية للدفعة الثانية+ القيمة الحالية للدفعة الثالثة+..............+القيمة الحالية للدفعة الأخيرة

$$V\,\overline{n|} = V_{i\%}^{1} + V_{i\%}^{2} + V_{i\%}^{3} + ... + V_{i\%}^{n-1} + V_{i\%}^{n}$$

$V\,\overline{n|}$: مجموعة متوالية هندسية تنازلية حدها الأول V وأساسها V وعدد حدودها n

أساس المتالية أقل من الواحد الصحيح ويعطى بالعلاقة التالية $V = \frac{1}{1+i}$

وبتطبيق قانون مجموع متتالية هندسية تنازلية نجد:

$$V\,\overline{n|} = V \times \frac{1-V^n}{1-V} \Rightarrow V\,\overline{n|} = V \times \frac{1-V^n}{1-\frac{1}{1+i}} \Rightarrow V\,\overline{n|} = V \times \frac{1-V^n}{\frac{i}{1+i}}$$

$$= \frac{1}{1+i} \times \frac{1-V^n}{\frac{i}{1+i}} \Rightarrow \cancel{\frac{1}{1+i}} \times \frac{1-V^n}{i \times \cancel{\frac{1}{1+i}}} \Rightarrow V\,\overline{n|} = \frac{1-V^n}{i}$$

$$\boxed{V\,\overline{n|}_i = \frac{1-V^n}{i}}$$

وتمثل المعادلة الأخيرة قيمة القيمة الحالية لدينار واحد، وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي $\boxed{a \times V\,\overline{n|}_i = a \times \frac{1-V^n}{i}}$

مثال31:أوجد القيمة الحالية لدفعة عادية بمبلغ 20.000دج تدفع في نهاية كل سنة لمدة خمس عشرة سنة،إذا كانت الفائدة المركبة تحسب بمعدل 06 % سنويا

الحل: لدينا من المعطيات $a = 20000, n = 15, i = 06\%$

بتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$a \times V\,\overline{n|}_i = a \times \frac{1-V^n}{i} \Rightarrow 20000 \times V\,\overline{15|}_{06\%} = 20000 \times \frac{1-\left(\frac{1}{1+0.06}\right)^{15}}{0.06} = 194244.97$$

مثال32:دفعة ربع سنوية تدفع في نهاية كل مدة، ومبلغها الدوري 5000 دج ومدتها ثلاث سنوات ونصف السنة، بمعدل فائدة مركبة سنوية 08%

المطلوب:

أوجد القيمة الحالية لهذه الدفعة؟

الحل: لدينا من المعطيات $a=3000, n=03.5, i=08\%$

بما أن الفائدة تدفع كل أربع مرات في السنة هذا يعني ان معدل الفائدة هو معدل إسمي سنوي وبالتالي لابد من تحويله إلى معدل حقيقي سنوي

$$i_E=\frac{i_N}{k}\Rightarrow i_E=\frac{i_N}{k}=\frac{0.08}{04}=0.02$$

أما المدة المعدلة فهي

$$n^{/}=n\times k\Rightarrow n^{/}=03.5\times 04=14$$

القيمة الحالية للدفعات هي

$$a\times V\ \overline{n|}_i=a\times\frac{1-V^n}{i}\Rightarrow 3000\times V\ \overline{14|}_{02\%}=3000\times\frac{1-\left(\frac{1}{1+0.03}\right)^{14}}{0.03}=33888.22$$

02-01-07 القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية: إن القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها **n** من السنوات تعطى بالعلاقة التالية

القيمة الحالية الدفعات=القيمة الحالية للدفعة الأولى+ القيمة الحالية للدفعة الثانية+ القيمة الحالية للدفعة الثالثة+.............+القيمة الحالية للدفعة الأخيرة

$$\ddot{V}\ \overline{n|}_i=01+V_{i\%}^{1}+V_{i\%}^{2}+V_{i\%}^{3}+..........+V_{i\%}^{n-1}$$

$\ddot{V}\ \overline{n|}_i$ هو مجموع متتالية هندسية تنازلية حدها الأول (واحد) وأساسها V وعدد حدودها n

وبتطبيق قانون مجموع متتالية هندسية تنازلية نجد:

$$\ddot{V}\ \overline{n|}_i=01\times\frac{1-V^n}{1-V}\Rightarrow\ddot{V}\ \overline{n|}_i=01\times\frac{1-V^n}{1-\frac{1}{1+i}}\Rightarrow\ddot{V}\ \overline{n|}_i=01\times\frac{1-V^n}{\frac{i}{1+i}}$$

$$=01\times\frac{1-V^n}{\frac{i}{1+i}}\Rightarrow\frac{1-V^n}{\frac{i}{1+i}}\Rightarrow\ddot{V}\ \overline{n|}_i=(1+i)\times\frac{1-V^n}{i}$$

$$\boxed{\ddot{V}\ \overline{n|}_i=(1+i)\times\frac{1-V^n}{i}}$$

وتمثل المعادلة الأخيرة قيمة القيمة الحالية لدينار واحد، وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$\boxed{a\times\ddot{V}\ \overline{n|}_i=a\times\left[(1+i)\times\frac{1-V^n}{i}\right]}$$

مثال33: أحسب القيمة الحالية لعشر دفعات سنوية فورية قيمة كل منها 4000 دج على أساس معدل فائدة مركبة 08%

الحل: لدينا من المعطيات $a=4000, n=10, i=08\%$

بتطبيق العلاقة السابقة نجد

$$a\times \ddot{V}\,\overline{n|}_i = a\times\left[(1+i)\times\frac{1-V^n}{i}\right] \Rightarrow 4000\times \ddot{V}\,\overline{10|}_{08\%} = 4000\times\left[(1+0.08)\times\frac{1-\left(\frac{1}{1.08}\right)^{10}}{0.08}\right] = 28987.55$$

ملاحظة: يمكن إيجاد علاقة بين الدفعة المؤقتة العاجلة العادية والدفعة المؤقتة العاجلة الفورية كمايلي

لدينا مما سبق $V\,\overline{n|}_i=\frac{1-V^n}{i}$ و $\ddot{V}\,\overline{n|}_i=(1+i)\times\frac{1-V^n}{i}$

$$\ddot{V}\,\overline{n|}_i = 01+V^1_{i\%}+V^2_{i\%}+V^3_{i\%}+..........+V^{n-1}_{i\%}$$

$$\ddot{V}\,\overline{n|}_i = 01+\left[V^1_{i\%}+V^2_{i\%}+V^3_{i\%}+..........+V^{n-1}_{i\%}\right]$$

$$\ddot{V}\,\overline{n|}_i = 01+\frac{1-V^{n-1}}{i}$$

$$\ddot{V}\,\overline{n|}_i = 01+V\,\overline{n-1|}_i$$

$$\ddot{V}\,\overline{n|}_i = 01+V\,\overline{n-1|}_i$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$a\times\ddot{V}\,\overline{n|}_i = a\times\left[01+V\,\overline{n-1|}_i\right]$$

مثال34: نفس المثال السابق

المطلوب: حساب القيمة الحالية للدفعات؟

الحل:

بتطبيق العلاقة السابقة نجد

$$a\times\ddot{V}\,\overline{n|}_i = a\times\left[01+V\,\overline{n-1|}_i\right] \Rightarrow 4000\times\ddot{V}\,\overline{10|}_{08\%} = 4000\times\left[01+V\,\overline{09|}_{08\%}\right] = 28987.55$$

وهي نفس النتيجة السابقة

03-01-07 القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية: إن القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها **n** من السنوات وبفترة تأجيل **(m)** تعطى بالعلاقة التالية

القيمة الحالية الدفعات=القيمة الحالية للدفعة الأولى+ القيمة الحالية للدفعة الثانية+ القيمة الحالية للدفعة الثالثة+..............+القيمة الحالية للدفعة الأخيرة

$$m/V\,\overline{n}|_i = V_{i\%}^{m+1} + V_{i\%}^{m+2} + V_{i\%}^{m+3} + ... + V_{i\%}^{m+n-1} + V_{i\%}^{m+n}$$

$$m/V\,\overline{n}|_i = V_{i\%}^{m}\left(V_{i\%}^{1} + V_{i\%}^{2} + V_{i\%}^{3} + ... + V_{i\%}^{n-1} + V_{i\%}^{n}\right)$$

$$m/V\,\overline{n}|_i = V_{i\%}^{m} \times V\,\overline{n}|_i$$

$$m/V\,\overline{n}|_i = V_{i\%}^{m} \times V\,\overline{n}|_i$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$a\times\left[m/V\,\overline{n}|_i\right] = a\times\left[V_{i\%}^{m} \times V\,\overline{n}|_i\right]$$

مثال35: إشترى شخص سكن واتفق مع البائع على سداد مبلغ نقدي فورا 1000000 دج،أما باقي المبلغ فيتم دفعه بموجب عشرة أقساط متساوية القيمة كل منها 100.000 دج على ان تدفع هذه الأقساط في آخر كل سنة تلي خمس سنوات لا يدفع خلالها شئ

المطلوب:

أحسب ثمن شراء العقار أذا علمت أن معدل الفائدة السائد في السوق هو 12% سنويا.

الحل: لدينا من المعطيات $a = 100000, n = 10, i = 12\%, C = 1000000, m = 05$

ثمن الشراء= ماتم دفعه+ القيمة الحالية لعشر دفعات سنوية عادية مؤجلة خمس سنوات بمعدل 12%

نحسب اولا القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية: بتطبيق العلاقة السابقة نجد

$$a\times\left[m/V\,\overline{n}|_i\right] = a\times\left[V_{i\%}^{m} \times V\,\overline{n}|_i\right] \Rightarrow$$

$$100.000\times\left[05/V\,\overline{10}|_{12\%}\right] = 100.000\times\left[0.567426855\times 05.650223028\right]$$

$$= 320608.8287$$

ثمن الشراء=320608.8287+1000000

=1320608.829

ملاحظة: يمكن تبسيط العلاقة السابقة كما يلي

$$m/V\,\overline{n}|_i = V_{i\%}^{m} \times V\,\overline{n}|_i \Rightarrow m/V\,\overline{n}|_i = V_{i\%}^{m} \times \left(\frac{1-V^{n}}{i}\right)$$

$$\Rightarrow m/V\,\overline{n}|_i = \frac{V_{i\%}^{m} - V^{m+n}}{i}$$

نقوم بإضافة واحد ثم طرحه مع إعادة الترتيب نتحصل على مايلي

$$m/V\,\overline{n}|_i = \frac{V^{m} - V^{m+n} + 1 - 1}{i} \Rightarrow m/V\,\overline{n}|_i = \frac{1-V^{m+n}}{i} - \frac{1-V^{m}}{i}$$

$$\Rightarrow m/V\,\overline{n}|_i = V\,\overline{m+n}|_i - V\,\overline{m}|_i$$

$$m/V\ \overline{n}|_i = V\overline{m+n}|_i - V\overline{m}|_i$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$a\times\left[m/V\ \overline{n}|_i\right] = a\times\left[V\overline{m+n}|_i - V\overline{m}|_i\right]$$

القيمة الحالية لدفعة عادية مؤجلة (m) من الفترات الزمنية ومحدودة لمدة (n) من الفترات الزمنية تساوي القيمة الحالية لدفعة عادية معجلة لمدة (n+m) من الفترات الزمنية مطروح منها القيمة الحالية لدفعة عادية معجلة لمدة (m) من الفترات الزمنية.

مثال36: نفس المثال السابق

الحل:

نحسب القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية إنطلاقا من العلاق السابقة

$$a\times\left[m/V\ \overline{n}|_i\right] = a\times\left[V\overline{m+n}|_i - V\overline{m}|_i\right] \Rightarrow$$

$$100000\times\left[05/V\ \overline{10}|_{12\%}\right] = 100000\times\left[06.810864489 - 03.604776202\right]$$

$$100000\times\left[05/V\ \overline{10}|_{12\%}\right] = 100000\times\left[03.206088287\right]$$

$$= 320608.8287$$

وهي نفس القيمة السابقة اي ان ثمن الشراء هو 1320608.829 دج

07-01-04 القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية: إن القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها **n** من السنوات وبفترة تأجيل **(m)** تعطى بالعلاقة التالية

القيمة الحالية الدفعات=القيمة الحالية للدفعة الأولى+ القيمة الحالية للدفعة الثانية+ القيمة الحالية للدفعة الثالثة+.............+القيمة الحالية للدفعة الأخيرة

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_I = V_{i\%}^{m} + V_{i\%}^{m+1} + V_{i\%}^{m+2} + ... + V_{i\%}^{m+n-1}$$

$$= V_{i\%}^{m}\left[01 + V_{i\%}^{1} + V_{i\%}^{2} + ... + V_{i\%}^{n-1}\right]$$

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i = V_{i\%}^{m}\times\ddot{V}\ \overline{n}|_i$$

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i = V_{i\%}^{m}\times\ddot{V}\ \overline{n}|_i$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$a\times\left[m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i\right] = a\times\left[V_{i\%}^{m}\times\ddot{V}\ \overline{n}|_i\right]$$

مثال37: إشترى شخص سيارة ودفع مقدم الثمن وقدره 500.000 دج فورا على أن يسدد الباقي بموجب خمسة أقساط سنوية تدفع في أول كل سنة تلي ثلاث سنوات فترة التأجيل وقيمة القسط الواحد هو 50.000 دج

المطلوب:

أحسب ثمن الشراء إذا كان معدل الفائدة المستخدم هو 10%؟

الحل: لدينا من المعطيات $a=50.000, n=05, i=10\%, C=500.0000, m=03$

ثمن الشراء= ماتم دفعه+القيمة الحالية لخمس دفعات سنوية فورية مؤجلة لثلاث سنوات وبمعدل 10% سنويا

نحسب أولا القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية: لدينا مما سبق

$$a\times\left[m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i\right]=a\times\left[V_{i\%}^{m}\times\ddot{V}\ \overline{n}|_i\right]\Rightarrow 50.000\times\left[03/\ddot{V}\ \overline{05}|_{10\%}\right]=50.000\times\left[V_{10\%}^{03}\times\ddot{V}\ \overline{05}|_{10\%}\right]$$

$$\Rightarrow 50.000\times\left[03/\ddot{V}\ \overline{05}|_{10\%}\right]=50.000\times\left[0.7513148\times 04.169865446\right]$$

$$\Rightarrow 50.000\times\left[03/\ddot{V}\ \overline{05}|_{10\%}\right]=50.000\times\left[03.132881624\right]$$

$$\Rightarrow 50.000\times\left[03/\ddot{V}\ \overline{05}|_{10\%}\right]=156644.0812$$

ثمن الشراء=156644.0812+500.000

=656644.0812

ملاحظة: يمكن تبسيط العلاقة السابقة كما يلي

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i=V_{i\%}^{m}\times\ddot{V}\ \overline{n}|_i\Rightarrow m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i=V_{i\%}^{m}\times\left[(1+i)\times\left(\frac{1-V^n}{i}\right)\right]$$

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i=V_{i\%}^{m}\times V_{i\%}^{-1}\times\left(\frac{1-V^n}{i}\right)$$

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i=\frac{V_{i\%}^{m-1}-V_{i\%}^{m+n-1}}{i}$$

نقوم بإضافة الواحد وطرح الواحد وإعادة الترتيب من جديد نتحصل على مايلي

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i=\frac{V_{i\%}^{m-1}-V_{i\%}^{m+n-1}}{i}\Rightarrow m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i=\frac{V_{i\%}^{m-1}-V_{i\%}^{m+n-1}+1-1}{i}$$

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i=\frac{1-V_{i\%}^{m+n-1}}{i}-\frac{1-V_{i\%}^{m-1}}{i}$$

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i=V\ \overline{m+n-1}|_i-V\ \overline{m-1}|_i$$

$$m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i = V\ \overline{m+n-1}|_i - V\ \overline{m-1}|_i$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$a\times\left[m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i\right] = a\times\left[V\ \overline{m+n-1}|_i - V\ \overline{m-1}|_i\right]$$

أي أن القيمة الحالية لدفعة فورية مؤجلة (m) من الفترات الزمنية ومحددة لمدة (n) من الفترات الزمنية تساوي القيمة الحالية لدفعة عادية معجلة لمدة (m+n−1) من الفترات الزمنية مطروح منها القيمة الحالية لدفعة عادية معجلة لمدة (m−1) من الفترات الزمنية.

مثال38: نفس المثال السابق

الحل:

نحسب القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية إنطلاقا من العلاقة السابقة

$$a\times\left[m/\ddot{V}\ \overline{n}|_i\right] = a\times\left[V\ \overline{m+n-1}|_i - V\ \overline{m-1}|_i\right] \Rightarrow$$

$$50.000\times\left[03/\ddot{V}\ \overline{05}|_{10\%}\right] = 50.000\times\left[04.868418818 - 01.73553719\right]$$

$$50.000\times\left[03/\ddot{V}\ \overline{05}|_{10\%}\right] = 156644.0814$$

وهي نفس النتيجة المتحصل عليها سابقا وبالتالي فثمن الشراء هو 656644.0812

07−02القيمة الحالية للدفعات الدائمة(اللانهائية): الدفعات الدائمة هي الدفعات التي تدفع إلى مالانهاية، وسوف يتم إيجاد القيمة الحالية للدفعات الدائمة العاجلة سواء كانت فورية أو عادية، ثم إيجاد القيمة الحالية للدفعات الدائمة المؤجلة سواء كانت فورية أو عادية.

07−02−01 القيمة الحالية للدفعات الدائمة العاجلة العادية: إن القيمة الحالية للدفعات الدائمة العاجلة العادية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها ∞ من السنوات تعطى بالعلاقة التالية

القيمة الحالية الدفعات=القيمة الحالية للدفعة الأولى+ القيمة الحالية للدفعة الثانية+ القيمة الحالية للدفعة الثالثة+..............+القيمة الحالية للدفعة مالانهاية

$$V\ \overline{\infty}| = V^1_{i\%} + V^2_{i\%} + V^3_{i\%} + V^4_{i\%} + \dots\dots\dots\dots$$

وهي تساوي حاصل مجموع متتالية هندسية حدها الأول **V** وأساساها **V** وعدد حدودها ∞

وبتطبيق قانون المتتالية الهندسية نجد

$$V\ \overline{\infty}|_i = \frac{1-V^n}{i} = \frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

نلاحظ أن المقدار $(1+i)^{-1}$ هو مقدار موجب وأصغر من الواحد الصحيح وبالتالي فإن $(1+i)^{-n}$ تتناقص قيمتها كلما زادت n أي ان $(1+i)^{-n}$ تقترب من الصفر كلما إقتربت n من مالانهاية ويكتب ذلك كالتالي

$$\lim_{n\to\infty}(1+i)^{-n}=0$$

وبذلك تكون
$$V_{\overline{\infty}|i}=\lim_{n\to\infty}V_{\overline{n}|i}=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]=\frac{1}{i}$$

في الأخير نكتب
$$\boxed{V_{\overline{\infty}|i}=\frac{1}{i}}$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي
$$\boxed{a\times V_{\overline{\infty}|i}=a\times\left(\frac{1}{i}\right)}$$

مثال39:دفعة عادية دائمة سنوية مبلغها الدوري 8000 دج ومعدل الفائدة المركبة السنوي هو 08%

المطلوب:

أوجد القيمة الحالية لهذه الدفعة؟

الحل:

بإستخدام علاقة الدفعات الدائمة العاجلة العادية نجد

$$a\times V_{\overline{\infty}|i}=a\times\left(\frac{1}{i}\right)\Rightarrow 8000\times V_{\overline{\infty}|08\%}=8000\times\left(\frac{1}{0.08}\right)=100.000$$

07-02-02القيمة الحالية للدفعات الدائمة العاجلة الفورية: إن القيمة الحالية للدفعات الدائمة العاجلة العادية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها ∞ من السنوات تعطى بالعلاقة التالية

القيمة الحالية الدفعات=القيمة الحالية للدفعة الأولى+ القيمة الحالية للدفعة الثانية+ القيمة الحالية للدفعة الثالثة+.............+القيمة الحالية للدفعة مالانهاية

$$\ddot{V}_{\overline{\infty}|i}=01+V^1_{i\%}+V^2_{i\%}+V^3_{i\%}+V^4_{i\%}.............$$

وهي تساوي حاصل مجموع متتالية هندسية حدها الأول 01 وأساساها V وعدد حدودها ∞

وبتطبيق قانون المتتالية الهندسية نجد

$$\ddot{V}_{\overline{\infty}|i}=(1+i)\times\frac{1-V^n}{i}=01+V_{\overline{n-1}|i}$$

بإدخال النهاية نجد

$$\ddot{V}_{\overline{\infty}|i}=\lim_{x\to n}\ddot{V}_{\overline{n}|i}=\lim_{x\to n}(1+i)\times\frac{1-V^n}{i}=\frac{(1+i)}{i}$$

في الأخير نكتب
$$\boxed{\ddot{V}_{\overline{\infty}|i}=\frac{(1+i)}{i}}$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$a \times \ddot{V}\, \overline{\infty}|_i = a \times \left[\frac{(1+i)}{i}\right]$$

مثال40: أحسب ثمن شراء قطعة أرضية زراعية إيرادها السنوي 100000 دج، يدفع في أول كل سنة على أساس معدل فائدة مركبة 12% سنويا

الحل:

بتطبيق العلاقة السابقة نجد

$$a \times \ddot{V}\, \overline{\infty}|_i = a \times \left[\frac{(1+i)}{i}\right] \Rightarrow 100000 \times \ddot{V}\, \overline{\infty}|_{12\%} = 100000 \times \left[\frac{(1.12)}{0.12}\right] = 933333.33$$

03-02-07 القيمة الحالية للدفعات الدائمة المؤجلة العادية: إن القيمة الحالية للدفعات الدائمة المؤجلة العادية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها ∞ من السنوات وبفترة تأجيل **(m)** وتدفع في آخر كل فترة و تعطى بالعلاقة التالية

القيمة الحالية الدفعات=القيمة الحالية للدفعة الأولى+ القيمة الحالية للدفعة الثانية+ القيمة الحالية للدفعة الثالثة+.....................

$$m/V\, \overline{\infty}|_i = V_{i\%}^{m+1} + V_{i\%}^{m+2} + V_{i\%}^{m+3} + ... +$$

$$m/V\, \infty_i = V_{i\%}^{m}\left(V_{i\%}^{1} + V_{i\%}^{2} + V_{i\%}^{3} + ... +\right)$$

$$m/V\, \overline{\infty}|_i = V_{i\%}^{m} \times V\, \overline{\infty}|_i$$

بإدخال النهاية على العلاقة الخيرة نجد

$$m/V\, \overline{\infty}|_i = \lim_{n\to\infty} m/V\, \overline{n}|_i = V_{i\%}^{m} \times \lim_{n\to\infty} V\, \overline{n}|_i$$

$$= V_{i\%}^{m} \times \frac{1}{i}$$

في الأخير نكتب

$$m/V\, \overline{\infty}|_i = V_{i\%}^{m} \times \frac{1}{i}$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$a \times \left(m/V\, \overline{\infty}|_i\right) = a \times \left(V_{i\%}^{m} \times \frac{1}{i}\right)$$

مثال41: أحسب القيمة الحالية لدفعة دائمة عادية مبلغها 5000 دج مؤجلة 10 سنوات بمعدل فائدة مركب 05% سنويا

الحل:

بتطبيق العلاقة السابقة نجد

$$a\times\left(m/V\ \overline{\infty}|_{i}\right)=a\times\left(V_{i\%}^{m}\times\frac{1}{i}\right)\Rightarrow 5000\times\left(10/V\ \overline{\infty}|_{05\%}\right)=5000\times\left(V_{05\%}^{10}\times\frac{1}{0.05}\right)$$
$$=61391.32$$

04-02-07 القيمة الحالية للدفعات الدائمة المؤجلة الفورية: إن القيمة الحالية للدفعات الدائمة المؤجلة الفورية مبلغها السنوي دينار واحد ومدتها ∞ من السنوات وبفترة تأجيل **(m)** وتدفع في بداية كل فترة و تعطى بالعلاقة التالية

القيمة الحالية الدفعات=القيمة الحالية للدفعة الأولى+ القيمة الحالية للدفعة الثانية+ القيمة الحالية للدفعة الثالثة+....................+

$$m/\ddot{V}\ \overline{\infty}|_{I}=V_{i\%}^{m}+V_{i\%}^{m+1}+V_{i\%}^{m+2}+..........+$$
$$=V_{i\%}^{m}\left[01+V_{i\%}^{1}+V_{i\%}^{2}+..........+\right]$$
$$m/\ddot{V}\ \overline{\infty}|_{i}=V_{i\%}^{m}\times\ddot{V}\ \overline{\infty}|_{i}$$

بإدخال انهاية على طرفي العلاقة الأخيرة نجد

$$\left(m/\ddot{V}\ \overline{\infty}|_{i}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(m/\ddot{V}\ \overline{n}|_{i}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(V_{i\%}^{m}\times\ddot{V}\ \overline{n}|_{i}\right)$$
$$=V_{i\%}^{m}\times\lim_{n\to\infty}\ddot{V}\ \overline{n}|_{i}=V_{i\%}^{m}\times\left(\frac{1+i}{i}\right)$$

وفي الأخير نكتب

$$\boxed{\left(m/\ddot{V}\ \overline{\infty}|_{i}\right)=V_{i\%}^{m}\times\left(\frac{1+i}{i}\right)}$$

العلاقة الأخيرة هي القيمة الحالية للدينار الواحد وإذا فرضنا ان قيمة الدفعة هي a تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$\boxed{a\times\left(m/\ddot{V}\ \overline{\infty}|_{i}\right)=a\times\left[V_{i\%}^{m}\times\left(\frac{1+i}{i}\right)\right]}$$

مثال42:أحسب القيمة الحالية لدفعة دائمة فورية مبلغها 10.000 دج مؤجلة لمدة 08 سنوات بمعدل فائدة مركبة 06%

الحل:

بتطبيق العلاقة السابقة نجد

$$a\times\left(m/\ddot{V}\ \overline{\infty}|_{i}\right)=a\times\left[V_{i\%}^{m}\times\left(\frac{1+i}{i}\right)\right]\Rightarrow$$

$$10.000\times\left(08/\ddot{V}\ \overline{\infty}|_{06\%}\right)=10.000\times\left[V_{06\%}^{08}\times\left(\frac{1.06}{0.06}\right)\right]=110842.85$$

إهتلاك القروض في الأجل الطويل

مقدمة: يعرف القرض بانه المبلغ الذي يستحق على شخص لشخص آخر سواء كان هذا الشخص طبيعيا أو إعتباريا وإذا كانت القروض تتشابه في الحصول على القرض في بداية مدة القرض إلا أنها تختلف في طريقة سداد هذا القرض والفوائد المستحقة عليه وتتمثل أهم طرق سداد القرض في الحالات التالية:

01-سداد القرض والفائدة في نهاية مدة القرض.

02-سداد القرض وفوائده بأقساط غير متساوية وغير منتظمة.

03-سداد القرض بأقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفائدة على الرصيد المتبقي من القرض.

04-سداد القرض وفوائده بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معا.

وسوف نتناول كل هذه الحالات كمايلي:

أولا: سداد القرض والفائدة في نهاية مدة القرض

وبموجب هذه الطريقة يتمثل المبلغ الواجب سداده في جملة المبلغ المقترض، وتعطى علاقته بالعلاقة التالية $A = V_0(1+i)^n$

مثال01: إقترض تاجر مبلغ 5000000 دج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 08% سنويا واتفق على سداد القرض وفوائده في نهاية عشر سنوات

المطلوب:

أحسب جملة المستحق عليه في نهاية المدة؟

الحل:

جملة المستحق هي $A = V_0(1+i)^n \Rightarrow A = 5000000(1.08)^{10} = 10794625$

ثانيا:سداد القرض وفوائده بأقساط غير متساوية وغير منتظمة

وهذه الطريقة تتيح للمدين فرصة الحصول على القرض اللازم له مع إمكانية سداد أي مبالغ تتوافر لديه خلال مدة القرض ولا يشترط أن يقوم المدين بسداد الدين بالكامل ولكن يمكنه إيداع ما يتوفر لديه من مبالغ في أحد البنوك وهذه المبالغ يتم إستثمارها بمعدل معين إما أن يكون مساوي لمعدل الإقتراض أو يختلف عنه ويتمثل جملة المستحق على المدين في الآتي:

جملة المستحق= جملة القرض-جملة المبالغ المستثمرة

$$\overline{A} = A - \sum_{i=1}^{n} A$$

مثال02: إقترض تاجر مبلغ1000000 دج من أحد البنوك لمدة 05 سنوات وكان ذلك في 2000/01/01 على أن يحسب البنك الفوائد المستحقة على هذا القرض بمعدل 12% سنويا، وقد قام المدين بإيداع المبالغ التالية بالبنك لإستثمارها بمعدل 15% لخدمة القرض:

-100.000 دج في 2001/01/01

-200.000دج في 2002/01/01

-100.000دج في 2003/01/01

المطلوب:

أحسب الرصيد المستحق له أو عليه في نهاية مدة القرض؟

الحل:

نحسب أولا جملة القرض كمايلي $A=V_0(1+i)^n \Rightarrow A=1000000(1.12)^{05}=1762341.683$

جملة المبالغ المستثمرة

$$\sum_{i=1}^{n} A=\sum_{i=1}^{3} A=100.000(1.15)^4+200.000(1.15)^3+100.000(1.15)^2=611325.625$$

جملة المستحق= جملة القرض-جملة المبالغ المستثمرة

=1762341.683-611325.625

=1151016.058

ثالثا: سداد القرض بأقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفائدة على الرصيد المتبقي من القرض

بمقتضى هذه الطريقة يتم سداد أصل القرض V_0 على أقساط دورية متساوية خلال مدة القرض مع دفع فوائد الرصيد مع القسط المتساوي (P)، وهذا يعني أن الرصيد المتبقي من القرض عبارة عن أصل القرض مطروحا منه مجموع الأقساط المتساوية المسددة، بمعنى أن

الرصيد المتبقي من القرض في أي تاريخ= مجموع الأقساط المتساوية الباقية

أو

=القرض-مجموع الأقساط المتساوية المسددة

أما القسط المتساوي فيحسب بالعلاقة التالية

$$\text{القسط المتساوي}=\frac{\text{القرض}}{\text{عدد الأقساط}}$$

$$P=\frac{V_0}{n}$$

كما ان الفائدة المستحقة مع قسط عن فترة ما تحسب على رصيد القرض أول كل فترة زمنية وقبل خصم القسط عن نفس الفترة، وتجدر الإشارة إلى أنه طالما ان القرض يتناقص بمبلغ متساوي بصفة دورية (القسط) فإن الفائدة المحسوبة على الرصيد سوف تتناقص بشكل ثابت هي الأخرى مما يجعلها تأخذ صورة متوالية حسابية يمكن معه إيجاد مجموعها وبسهولة كمايلي:

مجموع الفوائد المسددة عن القرض= (عدد الفوائد / 02) (الفائدة الأولى+الفائدة الأخيرة)

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = \frac{n}{2}\left[I_1 + I_n\right]$$

ويتم حساب الفائدة الأولى والخيرة كمايلي:

الفائدة الأولى (I_1) = القرض× معدل الفائدة× المدة

$$I_1 = V_0 \times i \times n$$

الفائدة الأخيرة (I_n)=رصيد أول الفترة الأخيرة× معدل الفائدة× المدة

$$I_n = V_0 \times i \times n$$

مثال03:إقترض شخص مبلغ 500.000 دج من أحد البنوك ، على ان يسدد القرض على خمس أقساط سنوية متساوية من الأصل فقط، ويسدد مع كل قسط فائدة الرصيد في آخر كل سنة،فإذا كان البنك يحسب معدل فائدة مركبة 10% سنويا

المطلوب:

1-أحسب القسط السنوي المتساوي.

2-حساب المبلغ الواجب سداده في نهاية كل سنة.

3-تصوير جدول إستهلاك القرض.

4-حساب مجموع الفوائد المسددة مقابل هذا الإقتراض.

الحل:

1-حساب القسط السنوي المتساوي:

$$P = \frac{V_0}{n} \Rightarrow P = \frac{50.000}{05} = 10.000$$

2-حساب المبلغ الواجب سداده في نهاية كل سنة:

السنة الأولى

القسط المسدد في نهاية السنة الأولى=القسط السنوي المتساوي+فائدة السنة الأولى

$$V_1 = P + I_1$$

فائدة السنة الأولى= القرض× معدل الفائدة× المدة

$$I_1 = V_0 \times i \times n \Rightarrow I_1 = 50.000 \times 0.10 \times 01 = 5000$$

إذن $V_1 = P + I_1 \Rightarrow V_1 = 10.000 + 5000 = 15000$

رصيد آخر السنة الأولى=رصيد أول سنة−القسط المتساوي

=50.000−10.000=40.000

السنة الثانية

رصيد أول السنة الثانية= رصيد آخر السنة الأولى=40.000

فائدة السنة الثانية $I_2 = V_1 \times i \times n \Rightarrow I_2 = 40.000 \times 0.10 \times 01 = 4000$

القسط المسدد في نهاية السنة الثانية $V_2 = P + I_2 \Rightarrow V_1 = 10.000 + 4000 = 14000$

رصيد آخر السنة الثانية=رصيد أول السنة الثانية−القسط المتساوي

=40.000−10.000=30.000

وهكذا للسنة الثالثة والرابعة والخامسة.

3− تصوير جدول الإستهلاك

السنوات	الرصيد أول السنة	القسط المتساوي	الفائدة على الرصيد	القسط المسدد	رصيد آخر السنة
01	**50.000**	**10.000**	**5000**	**15.000**	**40.000**
02	**40.000**	**10.000**	**4000**	**14.000**	**30.000**
03	**30.000**	**10.000**	**3000**	**13.000**	**20.000**
04	**20.000**	**10.000**	**2000**	**12.000**	**10.000**
05	**10.000**	**10.000**	**1000**	**11.000**	**00**
المجموع		**50.000**	**15.000**	**65.000**	

4− حساب مجموع الفوائد المسددة مقابل هذا الإقتراض: يمكن حساب الفوائد مباشرة من الجدول حيث انها تساوي 15.000 دج

أو يتم حسابها بإستخدام العلاقة التالية

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = \frac{n}{2}\left[I_1 + I_n\right] \Rightarrow \sum_{i=1}^{5} I_i = \frac{5}{2}\left[5000 + 1000\right] = 15.000$$

ملاحظات على الجدول السابق

1−رصيد القرض يتناقص آخر كل سنة بمقدار القسط المتساوي

2−القسط المسدد=القسط المتساوي+الفائدة عن نفس السنة

3-مجموع الأقساط المتساوية=قيمة القرض الأصلي

4-مجموع الأقساط المسددة= مجموع الفوائد+مجموع الأقساط المتساوية

5-رصيد القرض في نهاية السنة الأخيرة= صفر

رابعا:سداد القرض وفوائده بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معا

بمقتضى هذه الطريقة يتم سداد القرض والفوائد على أقساط متساوية تدفع بصفة دورية في نهاية كل فترة زمنية خلال مدة القرض وهذا يعني ان القسط الدوري المسدد في نهاية كل فترة يتكون من جزأين هما قيمة الإستهلاك من أصل القرض والفائدة المستحقة على الرصيد المتبقي من القرض عن فترة زمنية معينة واحدة.

بمعنى انه في هذه الطريقة يتم حساب مبلغ ثابت متساوي يدفع دوريا من الأصل والفوائد معا للسداد، وتعتبر هذه الطريقة من أكثر الطرق إستخداما في المؤسسات المالية لسهولة إستخدامها.

وفقا لهذه الطريقة فإن **جملة القرض في نهاية المدة= جملة الأقساط**

لإعداد جدول الإهتلاك نستعين بالرموز التالية

V_0 قيمة القرض في بداية المدة.

a:قيمة القسط الثابت

m:الإهتلاك

n:مدة القرض أو عدد الإستهلاكات او الأقساط

i: معدل فائدة القرض

القيم المتبقية من القرض هي $V_1, V_2, V_3, ..., V_n$

الفوائد خلال مدة القرض $I_1, I_2, I_3, ..., I_n$

ومنه يمكن توضيح جدول الإهتلاك القرض بدفعات ثابتة (متساوية) كمايلي

السنوات	أصل المبلغ في بداية السنة	الفائدة I	القسط المتساوي a	الإهتلاك M	أصل المبلغ في نهاية السنة
01	V_0	I_1	a_1	m_1	V_1
02	V_1	I_2	a_2	m_2	V_2
03	V_2	I_3	a_3	m_3	V_3
04	V_3	I_4	a_4	m_4	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	V_{P-1}
P	V_{P-1}	I_P	a_p	m_p	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	V_{n-2}
$n-1$	V_{n-2}	I_{n-1}	a_{n-1}	m_{n-1}	V_{n-1}
n	V_{n-1}	I_n	a_n	m_n	$V_n=0$
المجموع	**V**	$\sum I$	$\sum a$	$\sum m$	

لإستخراج جميع العلاقت المتعلقة بهذا النوع من الإهتلاكات نستعرض المثال التالي

مثال04: قرض قيمته 100.000دج يسدد خلال 05 دفعات ثابتة أولاها بعد سنة من عقد الإتفاق، معدل الفائدة المركبة 06% سنويا وقيمة الدفعة الثابتة 23739.60 دج

المطلوب:

إعداد جدول الإهتلاك

الحل:

السنوات	أصل المبلغ في بداية السنة	الفائدة I	القسط المتساوي a	الإهتلاك M	أصل المبلغ في نهاية السنة
01	100.000	6000	23739.60	17739.60	82260.40
02	82260.40	4935.624	23739.60	18803.98	63456.42
03	63456.42	3807.39	23739.60	19932.21	43524.21
04	43524.21	2611.45	23739.60	21128.15	22396.06
05	22396.06	1343.76	23739.60	22396.06	0
المجموع		18698.224	118696	100.000	

1-حساب قسط الإهتلاك

تحسب جملة القرض وفق العلاقة التالية $A = V_0(1+i)^n$

أما جملة الدفعات (الأقساط) فتحسب وفق العلاقة التالية $A = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

وبما أن جملة لاقرض تساوي جملة الأقساط في نهاية المدة إذن

$$V_0(1+i)^n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow V_0 = a \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \times (1+i)^{-n}$$

$$\Rightarrow V_0 = a \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$\Rightarrow a = V_0 \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

أي ان أصل القرض في بداية المدة ما هو إلى القيمة الحالية للدفعات $a = V_0 \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$

ويمكن الحصول عليه وفق العلاقة التالية $a = V_0 \times \frac{1}{V\,\overline{n|}_i}$

ويتم حساب قيمة a من الجدول المالي رقم (05).

وللتاكد $a = V_0 \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] \Rightarrow a = 100.000 \times \left[\frac{0.06}{1-(1.06)^{-05}}\right] = 23739.64$

2-العلاقة بين القسط الثابت والإهتلاك

نعلم ان القسط الثابت=الإهتلاك+الفائدة

$$a=m+I\Rightarrow\sum a=\sum m+\sum I$$
$$\Rightarrow na=\sum m+\sum I$$
$$\Rightarrow a=\frac{\sum m+\sum I}{n}$$

$$\boxed{a=\frac{\sum m+\sum I}{n}}$$

من المثال السابق نحسب قيمة القسط الثابت

$$a=\frac{\sum m+\sum I}{n}\Rightarrow a=\frac{100.000+18698.224}{05}=23739.64$$

ومن جدول الإهتلاكات لدينا

$$\begin{cases}\frac{a}{m_5}=\frac{23739.06}{22396.06}=(1.06)\\ \frac{a}{m_4}=\frac{23739.06}{21128.15}=(1.06)^2\\ \frac{a}{m_3}=\frac{23739.06}{19932.21}=(1.06)^3\\ \frac{a}{m_2}=\frac{23739.06}{18803.98}=(1.06)^4\\ \frac{a}{m_1}=\frac{23739.06}{17739.06}=(1.06)^5\end{cases}$$

ومن العلاقات السابقة نستنتج العلاقة التالية

$$\boxed{a=m_k(1+i)^{n-(k-1)}}$$

3-العلاقة بين رأس المال المقترض والإهتلاكات

إن مبلغ القرض يساوي مجموع الإهتلاكات وعليه

$$V_0=m_1+m_1(1+i)+m_1(1+i)^2+m_1(1+i)^3+.........+m_1(1+i)^{n-1}$$

مجموع متتالية هندسية حدها الأول m_1 وأساسها $(1+i)$ وبحساب المجموع نجد

$$V_0=m_1\times\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

وعليه يمكننا إستنتاج القسط الأول

$$\boxed{m_1=\frac{V_0\times i}{(1+i)^n-1}}$$

من المثال السابق

$$m_1=\frac{V_0\times i}{(1+i)^n-1}\Rightarrow m_1=\frac{100.000\times 0.06}{(1.06)^5-1}=17739.64$$

4-العلاقة بين الإهتلاكات: من جدول الإهتلاك السابق نجد

$$\frac{m_2}{m_1}=\frac{m_3}{m_2}=\frac{m_4}{m_3}=\frac{m_5}{m_4}=.........=\frac{m_n}{m_{n-1}}=(1+i)$$

وعليه فإن

$$m_n=m_{n-1}(1+i)$$

أما إذا كان لدينا إهتلاكين غير متتالين فيمكن تطبيق العلاقة التالية

$$m_n=m_p(1+i)^{n-p}$$

على سبيل المثال وإنطلاقا من الجدول الخامس يمكن استخراج معدل الفائدة كمايلي

$$m_n=m_p(1+i)^{n-p}\Rightarrow m_5=m_2(1+i)^3\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22396.06=18803.98(1+i)^3\Rightarrow i=06\%$$

5-العلاقة بين إهتلاكين متتالين

لدينا

$$m_n-m_{n-1}=(a-I_n)-(a-I_{n-1})$$
$$=I_{n-1}-I_n$$

الفرق بين إهتلاكين متتالين هو مساو للفرق بين فائدتين متتاليتين

من الجدول السابق ناخذ على سبيل المثال الإهتلاك الثالث والرابع

$$m_n-m_{n-1}=I_{n-1}-I_n\Rightarrow m_4-m_3\Rightarrow$$
$$21128.15-19932.21=3807.39-2611.45=1195.94$$

6-العلاقة بين فائدتين متتاليتين

$$I_n-I_{n+1}=(a-m_n)-(a-m_{n+1})$$
$$=m_{n+1}-m_n$$
$$=m_n(1+i)-m_n=m_n\times i$$

من الجدول السابق ولنفرض فائدة السنة الرابعة والخامسة

$$I_n-I_{n+1}=m_n\times i\Rightarrow I_4-I_5=m_4\times i$$
$$\Rightarrow I_4-I_5=21128.15\times 0.06=1267.689$$

7-الفرق مابين الفائدتين الأخريتين وإستعماله

من خلال هذه العلاقة يمكن إستنتاج المعدل المجهول كمايلي

نعلم ان

$$I_{n-1}-I_n=\ m_{n-1}\times i$$
$$=\frac{m_n\times i}{1+i}\Rightarrow 1+i=\frac{m_n\times i}{I_{n-1}-I_n}\Rightarrow 1+i=\frac{I_n}{I_{n-1}-I_n}$$

8-العلاقة بين مجموع الإهتلاكات والإهتلاك الأول

$$V_0 = m_1 + m_1(1+i) + m_1(1+i)^2 + m_1(1+i)^3 + \dots\dots\dots + m_1(1+i)^{n-1}$$

مجموع الإهتلاكات يشكل متتالية هندسية حدها الأول m_1 وأساساها $(1+i)$

$$V_0 = m_1 + m_1(1+i) + m_1(1+i)^2 + m_1(1+i)^3 + \dots\dots\dots + m_1(1+i)^{n-1}$$

إذن

$$\sum m = m_1 \times \frac{(1+i)^k - 1}{i} \Rightarrow m_1 = \frac{\sum m \times i}{(1+i)^k - 1}$$

ونعلم مما سبق أن

$$m_1 = \frac{V_0 \times i}{(1+i)^k - 1}$$

نساوي بين المعادلتين فنتحصل على

$$\frac{\sum m \times i}{(1+i)^k - 1} = \frac{V_0 \times i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow \sum m = V_0 \times \frac{\left[(1+i)^k - 1\right]}{\left[(1+i)^n - 1\right]}$$

وبصفة عامة

$$\sum_{i=1}^{K} m = V_0 \times \frac{\left[(1+i)^K - 1\right]}{\left[(1+i)^n - 1\right]}$$

9-العلاقة بين رصيد القرض في نهاية المدة ومجموع الإهتلاكات المسددة في تلك المدة

من الجدول السابق يمكن إستخراج العلاقة بين الرصيد في نهاية المدة ومجموع الإهتلاكات كمايلي

$$\begin{cases} V_1 = V_0 - m_1 \\ V_2 = V_0 - (m_1 + m_2) \\ V_3 = V_0 - (m_1 + m_2 + m_3) \\ . \\ . \\ V_m = V_0 - (m_1 + m_2 + m_3 + \dots\dots\dots + m_m) \end{cases}$$

أي ان

$$V_m = V_0 - (m_1 + m_2 + m_3 + \dots\dots\dots + m_m) = V_0 - \sum_{i=1}^{m} m_i$$

وبما أن الإهتلاكات تشكل متتالية هندسية إذن

$$\sum_{i=1}^{n} m = m_1 \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = V_0$$

وخلال الفترة m تصبح العلاقة السابقة كمايلي

$$\sum_{i=1}^{m} m = m_1 \times \frac{(1+i)^m - 1}{i}$$

إذن

$$V_m = V_0 - \sum_{i=1}^{n} m_i \Rightarrow V_m = m_1 \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} - m_1 \times \frac{(1+i)^m - 1}{i}$$

$$\Rightarrow V_m = m_1 \times \left[\frac{(1+i)^n - (1+i)^m}{i}\right]$$

ونعلم انه توجد علاقة تربط بين القسط الثابت و الإهتلاك الأول هي كالتالي

$$m_1 = a\times(1+i)^{-n}$$

بتعويض العلاقة الأخيرة في العلاقة السابقة نجد

$$V_m = a\times(1+i)^{-n}\times\left[\frac{(1+i)^n-(1+i)^m}{i}\right]\Rightarrow$$

$$V_m = a\times\left[\frac{1-(1+i)^{m-n}}{i}\right]$$

من الجدول السابق نجد

$$\begin{cases} V_1 = 23739.06\times\dfrac{1-(1.06)^{1-5}}{0.06} = 82260.40 \\ V_2 = 23739.06\times\dfrac{1-(1.06)^{2-5}}{0.06} = 63456.42 \\ V_3 = 23739.06\times\dfrac{1-(1.06)^{3-5}}{0.06} = 43524.21 \\ V_4 = 23739.06\times\dfrac{1-(1.06)^{4-5}}{0.06} = 22396.06 \\ V_5 = 23739.06\times\dfrac{1-(1.06)^{5-5}}{0.06} = 0 \end{cases}$$

10-حساب رأس المال المسدد

رأس المال المسدد يساوي مجموع الإهتلاكات المدفوعة ونرمز لرأس المال المسدد بالرمز V_R بحيث

$$V_R = m_1+m_2+m_3+.......+m_R$$

$$V_R = m_1+m_1(1+i)+m_1(1+i)^2+m_1(1+i)^3+.........+m_1(1+i)^{R-1}$$

تشكل متتالية هندسية حدها الأول m_1 وأساساها $(1+i)$ وعدد حدودها R حدا

إذن مجموعها يساوي $\sum_{i=1}^{R} V_R = m_1\times\dfrac{(1+i)^R-1}{i}$

أما قيمته بدلالة القسط الثابت فهي كالتالي

$$\sum_{i=1}^{R} V_R = m_1\times\frac{(1+i)^R-1}{i}\Rightarrow\sum_{i=1}^{R} V_R = a\times(1+i)^{-n}\times\left[\frac{(1+i)^R-1}{i}\right]$$

$$\Rightarrow\sum_{i=1}^{R} V_R = a\times\left[\frac{(1+i)^{R-n}-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

11-حساب رأس المال المتبقي

رأس المال المتبقي للتسديد V_S يساوي رأس المال المقترض V_0 مطروحا منه رأس المال المسدد V_R أي

$$V_S = V_0 - V_R$$

لتصبح العلاقة في الأخير بدلالة القسط الثابت كالتالي

$$V_S = V_0 - V_R \Rightarrow V_S = a \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] - a \times \left[\frac{(1+i)^{R-n} - (1+i)^{-n}}{i}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_S = a \times \left[\frac{1-(1+i)^{R-n}}{i}\right]$$

كما يمكن إيجاد نفس العلاقة بدلالة الإهتلاك الأول كما يلي

$$V_S = V_0 - V_R \Rightarrow V_S = m_1 \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] - m_1 \times \left[\frac{(1+i)^R - 1}{i}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_S = m_1 \times \left[\frac{(1+i)^n - (1+i)^R}{i}\right]$$

مثال05:رأس مال مقرض قدره 100.000 دج يسدد على ثماني دفعات ثابتة بمعدل فائدة مركبة 06%

المطلوب: حساب مايلي

1- قيمة القسط الثابت؟

2-مبلغ الإهتلاك الأول؟

3-مبلغ الإهتلاك الثالث؟

4-رأس المال المسدد في السنة السادسة؟

5-رأس المال المتبقي تسديده؟

الحل:

1-حساب قيمة القسط الثابت

لدينا من العلاقة التالية:

$$a = V_0 \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] \Rightarrow a = 100000 \times \left[\frac{0.06}{1-(1.06)^{-8}}\right] = 16103.60$$

2-حساب مبلغ الإهتلاك الأول

نعلم أن

$$a = m_k (1+i)^{n-(k-1)} \Rightarrow a = m_1 (1+i)^n \Rightarrow m_1 = a(1+i)^{-n}$$

$$\Rightarrow m_1 = 16103.60(1.06)^{-08} = 10103.60$$

كما يمكن إيجاده مباشرة من علاقة رأس المال كمايلي

$$m_1 = \frac{V_0 \times i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow m_1 = \frac{100000 \times 0.06}{(1.06)^8 - 1} = 10103.60$$

3-حساب مبلغ الإهتلاك الثالث: نعلم مما سبق أن

$$m_n = m_p(1+i)^{n-p} \Rightarrow m_3 = m_1(1+i)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_3 = 10103.60 \times (1.06)^2 = 11352.40$$

كما يمكن إيجاده من علاقة القسط الثابت كمايلي

$$a = m_k(1+i)^{n-(k-1)} \Rightarrow a = m_3(1+i)^{06} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_3 = \frac{a}{(1+i)^{06}} = \frac{16103.60}{(1.06)^{06}} = 11352.40$$

4-حساب رأس المال المسدد في السنة السادسة: إنطلاقا من العلاقة التالية

$$\sum_{i=1}^{R} V_R = m_1 \times \frac{(1+i)^R - 1}{i} \Rightarrow \sum_{i=1}^{6} V_6 = 10103.60 \times \frac{(1.06)^6 - 1}{0.06} = 70475.83$$

كما يمكن حسابه بدلالة القسط الثابت كمايلي

$$\sum_{i=1}^{R} V_R = a \times \left[\frac{(1+i)^{R-n} - (1+i)^{-n}}{i}\right] \Rightarrow \sum_{i=1}^{6} V_6 = 16103.60 \times \left[\frac{(1.06)^{-2} - (1.06)^{-8}}{0.06}\right] = 70475.82$$

5- رأس المال المتبقي تسديده: لدينا من العلاقة التالية

$$V_S = m_1 \times \left[\frac{(1+i)^n - (1+i)^R}{i}\right] \Rightarrow V_S = 10103.60 \times \left[\frac{(1.06)^8 - (1.06)^6}{0.06}\right] = 29524.23$$

كما يمكن إيجاد نفس النتيجة بإستخدام علاقة القسط الثابت كمايلي:

$$V_S = a \times \left[\frac{1-(1+i)^{R-n}}{i}\right] \Rightarrow V_S = 16103.60 \times \left[\frac{1-(1.06)^{-2}}{0.06}\right] = 29524.22$$

إختيار وتقييم الإستثمارات

مقدمة: تنشق القيمة الاقتصادية للمشروع الاستثماري من تأثيره على التدفقات النقدية للمشروع و على ذلك يجب قبل تقييم المشروع الاستثماري إن يتم تقدير جميع التدفقات النقدية التي سوف تنتج عن قبوله،حيث يقتضي المنطق الاقتصادي بأن يتم اختيار المشروعات الاستثمارية في أية فترة زمنية بحيث تحقق أفضل استخدام للموارد التمويلية المتاحة من منظور الأهداف المختارة لذلك يجب أن يتم أولا تقييم كل مشروع تقييم مطلق على حدا لمعرفة المنفعة الصافية المتوقعة لكل مشروع توصلا لقبول بعضها قبولا مبدئيا و استبعاد المشروعات الخاسرة من الحسبان.

أولا: التقييم المالي للمشاريع الإستثمارية في ظل ظروف التأكد

تعبر ظروف التأكد التام عن تلك الظروف التي تسمح بأن تكون معلومات النتائج كاملة ومحددة بدقة، حيث لكل بديل أو أي تصرف نتيجة واحدة وإحتمال واحد صحيح.

وتنقسم معايير التقييم في ظروف التأكد إلى قسمين أحدهما يتجاهل القيمة الزمنية للنقود، والآخر يعتمد على القيمة الزمنية للنقود وتتمثل هذه المعايير في:

1-1معايير التقييم غيرالمخصومة : ويقصد بها تلك المعايير التقليدية المستعملة في التقييم، أو تلك المعايير التي لا تأخذ الزمن بعين الاعتبار، أو المعايير غير المعدلة بالوقت، وتنقسم إلى كل من فترة الاسترداد، ومعدل العائد المحاسبي

أ. معيار فترة الاسترداد Le délai de récupération (DR)

هي تلك الفترة التي يستطيع فيها المشروع استرداد الأموال المستثمرة فيه، أو الفترة التي عندها يتحقق التساوي بين التدفقات النقدية الداخلة والخارجة، ويحدد عادة حد أقصى لفترة الاسترداد يسمى بفترة القطع (فترة الاسترداد القصوى المقبولة) حيث تعطى الأفضلية للمشروع الذي يتميز بفترة استرداد أقل، والتي يعبر عنها رياضيا كالآتي:

فترة الاسترداد = الكلفة الاستثمارية الأولية/ متوسط التدفقات السنوية

$$I = \sum_{t=0}^{P} (F + D)_t$$

حيث أن:

I: الاستثمارات الإجمالية الأولية ،P: فترة الاسترداد ،t: السنة المعنية، (F+D): صافي الإيرادات السنوية،F: تمثل الأرباح الصافية في سنة عادية (بعد خصم الضرائب)، D : تمثل الإهتلاك السنوي في تلك السنة العادية.

كما أن طريقة حساب فترة الاسترداد تختلف باختلاف طبيعة التدفقات النقدية، وعليه يمكن التمييز بين الطرق التالية في حساب فترة الاسترداد:

1.طريقة التدفقات النقدية المتساوية: في هذه الحالة يتم حساب فترة الاسترداد وفق للعلاقة التالية:

فترة الاسترداد (DR) = الاستثمار المبدئي (التكلفة الاستثمارية) / صافي التدفقات النقدية

$$DR = \frac{I_0}{cfn}$$

حيث

DR: فترة الاسترداد.

I0: الاستثمار المبدئي.

cfn: التدفقات النقدية الصافية.

من خلال العلاقة السابقة نستنتج أن فترة الاسترداد لا تستعمل فقط في معرفة المدة اللازمة لاسترداد الأموال أو التكاليف الاستثمارية فقط وإنما تستعمل أيضا في معرفة ما إذا كان المشروع مقبول أو مرفوض، وذلك عندما تكون هناك مدة تحكمية وهي مدّة زمنية يحددها المستثمر وهي تمثل أقصى مدة زمنية يمكن أن تصلها فترة الاسترداد في نظره ونجد الحالات التالية:

قبول المشروع إذا كانت فترة الاسترداد أقل من المدّة التحكمية.

رفض المشروع إذا كانت فترة الاسترداد أكبر من المدّة التحكمية.

أما إذا كانت فترة الاسترداد تساوي المدّة التحكمية فيترك الخيار للمستثمر.

2.طريقة التدفقات النقدية الغير متساوية: في حالة عدم تساوي التدفقات النقدية السنوية الصافية يتم حساب فترة الاسترداد كما يلي:

فترة الاسترداد (DR)= الاستثمار المبدئي/ متوسط التدفقات النقدية

حيث أن:

$$DR = \frac{I_0}{Mcfn}$$

3.طريقة صافي التدفقات النقدية الجارية: إستخدام صافي التدفقات النقدية الجارية هذا يعني ضرورة استبعاد نفقات الإهتلاك والضريبة المباشرة على نشاط المشروع **(ضريبة دخل المشروع)**، وتشترط هذه الطريقة تحديد طريقة احتساب الإهتلاك، ويتوجب في حساب فترة الاسترداد تحديد دقيق للتدفقات السنوية بحيث يضاف إلى السنة الأخيرة من حياة المشروع النقد من الخردة والنقد من تصفية رأس المال العامل إن وجد، أما المعادلة فهي تعطى بالصيغة التالية:

فترة الاسترداد(DR)= تكلفة الاستثمار الأولية/ متوسط صافي التدفقات النقدية

مثال 01: نفرض أن تكلفة استثمار مقترح، في مجال صناعة الكواشف الطبية، تعادل1000000وحدة نقدية، العمر الإنتاجي المقترح 5 سنوات.

التدفقات النقدية المحتملة موضحة في الجدول التالي

العمر الإنتاجي	التدفقات السنوية	المجموع التراكمي
1	200000	200000
2	300000	500000
3	500000	1000000
4	550000	1550000
5	620000	2170000
المجموع	**2170000**	-

المطلوب:

حساب فترة الإسترداد

الحل:

1.نقوم بإيجاد الوسط الحسابي للتدفقات السنوية كونها متغيرة على طول العمر الإنتاجي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{0}^{n} x1}{n} = \frac{2170000}{5} = 434000$$

2.إيجاد فترة الاسترداد:

$$PBP = \frac{1000000}{434000} = 2.3$$

يسترد المقترح الاستثماري رأسماله بعد مرور 2.3 سنة، أي ما يعادل سنتين و 3 أشهر و 18 يوم .

➢ **مزايا وعيوب معيار فترة الاسترداد**

لمعيار فترة الاسترداد مزايا عديدة إلا أنه لا يخلو من العيوب، وسيتم ذكر كل منها فيما يلي:

✓ **المزايا:**

- يمتاز هذا المعيار بالسهولة الكبيرة في الحساب و بالتالي يمكن استخدامه كطريق سريع لإلغاء كل مشروع يكون توقعاته متواضعة،و إن إستخدام طرق تحليلية أكثر عمقا لم يؤكد فائدته.
- إن فترة الاسترجاع قد تكون معيارا ملائما للمؤسسات التي توضع أمامها احتمالات متعددة من مجالات الاستثمار و لكنها مقيدة بالوسائل التمويلية.
- إن هذا المعيار يمكن إستخدامه للحكم على نوعية الإستثمارات ذات المخاطر العالية في المجالات حيث التقدم الفني سريع جدا و أن التأخر في ذلك يعمل على تقادم المعدات قبل أن يحين موعد إندثارها المادي و يستوجب إستبدالها.أو لأسباب سياسية أو تجارية تستوجب إجراء تعديل كلي لظروف تشغيل المنشأة.

- يستعمل هذا المقياس في حالة عدم الاستقرار السياسي و الاقتصادي لأي بلد.
- استعمال هذه الطريقة تسمح باسترجاع الأموال المستثمرة بسرعة و تقلل من المجازفة و المخاطرة و تفتح فرصة إعادة الاستثمار.
- يضاف إلى ذلك أن هذه الطريقة تحقق قدرا كبيرا من الأمان لأنها تركز على الاقتراحات التي يمكن استرداد الاستثمار فيها بأسرع ما يمكن.

✓ **العيوب:**

- لا يبدو أن هذا المعيار يسمح بتقييم العائدات الحقيقية لمشروع معين لسببين:

- إن معيار فترة الاسترجاع يعطي وزنا كبيرا للاسترجاع السريع للأرباح التي تميل من هنا إلى تحديد هدف وحيد لبرنامج التنمية أو لمشروع الإستثمار.
- أن هذا المعيار لا يأخذ بنظر الاعتبار فترة حياة المشروع، حيث انه يتجاهل ماذا سيحصل بعد فترة الاسترجاع ،و في الحقيقة فان مشروع له فترة إسترجاع تعد 3 سنوات يمكن أن تكون له فترة حياة 3 أو 5 أو 10 سنوات، ومن الواضح أن القيمة الفعلية لمشروع معين تعتمد على فترة حياته التي من خلالها يستطيع تحقيق الأرباح.

- لا يمكن إستخدامه كمعيار متكامل لاختيار الإستثمار بل يمكن أن يكون معيارا ثانويا.
- يتنافى هذا المقياس والمخططات التنموية طويلة المدى.
- تتجاهل هذه الطريقة القيمة الزمنية لنقود.

مما سبق نجد أن إستخدام هذه الطريقة يؤدي إلى الموافقة على إستثمارات غير مقبولة و لكنها تتمتع بحياة إقتصادية قصيرة، بينما يؤدي إلى رفض إقتراحات مقبولة لها حياة إنتاجية طويلة.

ب. معيار معدل العائد المحاسبي Simple Rate of Return (SRR)

يقوم هذا المعيار على إيجاد نسبة متوسط صافي الربح المحاسبي السنوي، بعد خصم الاستهلاك والضرائب إلى متوسط الإستثمار المبدئي اللازم للمشروع، ومن الواضح أن هذا المعيار لا يقوم على التدفقات النقدية الداخلة أو الخارجة.

أي هو عبارة عن نسبة صافي الأرباح المتحصل عليها إلى تكلفة الإستثمار الأولية.

ويتم قياس معدل العائد البسيط بالطريقتين التاليتين:

أ. **الطريقة الأولى:** تقوم على تجاهل نفقات الإهتلاك وقيمة الخردة، وفيما يلي الصيغ المستخدمة في القياس:

1.معدل العائد البسيط كحاصل قسمة متوسط العائد السنوي على التكلفة الأولية للاستثمار في غياب الإهتلاك والضريبة، وتعطى بالعلاقة التالية:

معدل العائد المحاسبي (SRR) = متوسط العائد السنوي/ التكلفة الأولية للاستثمار

2.معدل العائد البسيط كحاصل قسمة متوسط العائد السنوي على متوسط التكلفة الأولية للإستثمار في غياب الإهتلاك والضريبة، وتعطى بالعلاقة التالية:

معدل العائد المحاسبي (SRR) = متوسط العائد السنوي/ متوسط التكلفة الأولية للإستثمار

ب. الطريقة الثانية: تقوم على حساب صافي العائد السنوي من خلال احتساب الاندثار والضريبة على الدخل، إذ يمكن الحصول على معدل العائد البسيط من خلال حاصل قسمة متوسط صافي العائد السنوي على متوسط التكلفة الأولية للاستثمار، وتعتبر هذه الطريقة الأكثر استخداما في تقييم المشاريع ، وتعطى العلاقة بالصيغة التالية:

معدل العائد المحاسبي (SRR) = متوسط العائد السنوي/ متوسط التكلفة الأولية للإستثمار

بحيث:

متوسط صافي العائد السنوي= مجموع الأرباح الصافية المتوقعة طوال سنوات العمر الاقتصادي للمشروع/ العمر الاقتصادي المتوقع للمشروع.

أما متوسط التكلفة الأولية للإستثمار فيتوقف على وجود قيمة الخردة للأصول من عدمه

1.**في حال وجود قيمة للخردة:** في هذه الحالة فإن:

متوسط التكلفة الأولية للإستثمار=(التكلفة الإستثمارية+قيمة الخردة)/2

2.في حال عدم وجود قيمة للخردة: في هذه الحالة فإن:

متوسط التكلفة الأولية للإستثمار= التكلفة الإستثمارية/2

مثال02: تتطلب إحدى دراسات الجدوى تقييم مشروع مقترح جهاز لتقطير المياه في مختبرات الكيمياء في مؤسسة أكاديمية بهدف تحديد فيما إذا كان المشروع مجديا اقتصاديا على أساس الربحية التجارية، تقدمت للمؤسسة ثلاث شركات، البيانات المتاحة موضحة في الجدول التالي:

البيانات	الشركة الأولى	الشركة الثانية	الشركة الثالثة
تكلفة الاستثمار الأولية	60000	40000	50000
العمر الإنتاجي لجهاز التقطير	5	4	3
قيمة الخردة في نهاية العمر الإنتاجي	15000	10000	14000
العائدات	25000	15000	20000
ضريبة دخل الشركات	0.20	0.20	0.20
سعر الفائدة في السوق	0.15	0.15	0.15

المطلوب:

1-تقييم الربحية التجارية على أساس معدل العائد البسيط بطريقة متوسط التكلفة و متوسط العائد السنوي.

2-تقييم الربحية التجارية بإستخدام صافي التدفق السنوي.

الحل:

نقوم بإيجاد المتوسط الحسابي للتدفقات السنوية في العروض السابقة على النحو التالي:

العرض الأول: $\bar{X} = \frac{\sum_0^n x1}{n} = \frac{25000+25000+25000+25000+25000}{5} = 25000$

العرض الثاني: $\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_0^{\mathbf{n}} \mathbf{x1}}{\mathbf{n}} = \frac{15000+15000+15000+15000}{4} = 15000$

العرض الثالث: $\bar{X} = \frac{\sum_0^n x1}{n} = \frac{2000+2000+2000}{3} = 2000$

ثانيا: حساب متوسط التكلفة باستخدام العلاقة التالية:

متوسط التكلفة الأولية للإستثمار= (التكلفة الاستثمارية + قيمة الخردة) /2

متوسط تكلفة الإستثمار الأول: $\frac{15000+60000}{2} = 37500$

متوسط تكلفة الإستثمار الثاني: $\frac{10000+40000}{2} = 25000$

متوسط تكلفة الإستثمار الثالث: $\frac{14000+50000}{2} = 32000$

ثالثا: قياس معدل العائد البسيط

العرض الأول: $\frac{25000}{37500} = 0.66$

العرض الثاني: $\frac{15000}{25000} = 0.6$

العرض الثالث: $\frac{20000}{32000} = 0.62$

نتيجة التقييم: تعتبر البدائل الاستثمارية السابقة في مجملها مجدية اقتصاديا بالنسبة لسعر الفائدة السائد في السوق، في المرتبة الأولى يأتي البديل الأول، في المرتبة الثانية البديل الثالث فللثاني، و فيما بينها يعتبر البديل الأول هو الأفضل كونه يحقق عائدا أعلى (0.66).

➢مزايا وعيوب معيار معدل العائد المحاسبي

يتسم هذا المعيار بمجموعة من المزايا والعيوب نوجزها فيما يلي:

✓المزايا:

-معيار سهل و بسيط و لا يتطلب عمليات معقدة بالإضافة إلى توافر البيانات التي ينبني عليها بسهولة ومن ثم فهو أيضا أكثر مناسبة في حالة عدم توافر المعلومات و البيانات لإجراء تحليل متعمق و شامل في المراحل الأولى للمشروع.

-يعطي مؤشرا مبدئيا و سريعا عن ربحية الإستثمار.

✓العيوب:

-هذا المعيار لا يصلح لتقييم المشروعات الجديدة لأنه يبني على صافي الربح المحاسبي و ليس صافي التدفق النقدي، أي أن هذا المعيار أكثر مناسبة للمشروعات القائمة بالفعل.

-تجاهل القيمة الزمنية للنقود، فالقيمة المتحققة في السنة الأولى وفقا لهذا المعيار تتساوى مع قيمته في السنة الأخيرة، و هذا يختلف مع الواقع.

-يتجاهل هذا المعيار أيضا العمر المقدر للمشروع فيتساوى مشروعان من حيث الأفضلية حينما يحققان نفس معدل العائد بينما أحدهما يحقق ربحا لفترة أطول من الأخر.

-لا يعالج هذا المعيار مشكلة عدم التأكد وأثرها على الفرص الإستثمارية.

ثانيا: معايير التقييم المخصومة

تسمح هذه الطرق بالأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود وتنقسم إلى:

أ. معيار القيمة الحالية الصافية La valeur actuelle nette (VAN)

يعرف بـأنه القيمة المتحققة عن طريق خصم الفرق بين التدفقات النقدية السنوية الداخلة والخارجة للمشروع لكل سنة على حدا طوال عمره الافتراضي و ذلك بسعر الفائدة السائد.

ويساوي صافي لقيمة الحالية للمشروع، القيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية السنوية مطروحا منها القيمة الحالية للتكاليف الاستثمارية، حيث يمكن التعبير عن صافي القيمة الحالية للمشروع بالصيغة الرياضية التالية:

القيمة الحالية الصافية VAN= القيمة الحالية للتدفقات الداخلة- القيمة الحالية للتدفقات الخارجة

وتعتمد هذه الطريقة على إيجاد القيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية المتوقعة للاستثمار مخصومة عند معدل معين يمثل تكلفة رأس المال، مطروحا من هذه القيمة تكلفة الاستثمار المبدئي، وهناك عدة طرق لحساب هذا المقياس هما كالتالي:

1.الطريقة الأولى طريقة التدفقات النقدية: في هذه الحالة تعطى المعادلة كالتالي:

$$VAN=\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{cft}{(1+i)^{t}}\right)-I_0$$

حيث:

cft: صافي التدفق النقدي المتوقع في السنوات من M+1 إلى n (فترة الإنتاج).

i: معدل الفائدة.

I: تكلفة الإستثمار المبدئي موزعة في الفترة مابين (M-0) والتي تمثل فترة الإنشاء أو الإنجاز، أما الفترة مابين (N-M+1) فتمثل فترة الإنتاج.

2.الطريقة الثانية طريقة الربح المحاسبي: في هذه الطريقة تحسب أقساط الإهتلاك وكذا أعباء الفائدة من المبلغ الإجمالي للإستثمار، وتعطى المعادلة كالتالي:

$$VAN=\sum_{t=1}^{n}\frac{R_t}{(1+i)^t}+\frac{V_r}{(1+i)^n}$$

حيث:

Vr: القيمة البيعية المتبقية.

R_t: الربح المحاسبي قبل الضريبة و يحسب كالتالي: $R_t=C_t-(A_t+iJ_t)$

C_t: التدفقات النقدية ، **A_t**: أقساط الإهتلاك، **J_t**: رأس المال الغير المهتلك.

3.الطريقة الثالثة حالة التدفقات النقدية المتساوية: في حال ما إذا كانت التدفقات النقدية متساوية فإن القيمة الحالية الصافية تحسب وفقا للعلاقة التالية:

$$VAN = R \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - I_0$$

4.في حال وجود قيمة متبقية من الإستثمار في نهاية الفترة: في حال وجود قيمة متبقية من الإستثمار في نهاية الفترة فإن القيمة الحالية الصافية تحسب وفق العلاقة التالية:

$$VAN = R \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + \frac{VR}{(1+i)^n} - I_0$$

ومن خلال الطرق السابقة نميز الحالات الثلاثة التالية:

1.إذا كان **VAN** أكبر من الصفر هذا يعني أن البديل الإستثماري يعتبر مقبولا إذا كانت القيمة الحالية للتدفقات الداخلة أكبر من القيمة الحالية للتدفقات الخارجة.

2.إذا كان **VAN** أقل من الصفر هذا يعني أن البديل الاستثماري يعتبر مرفوضا إذا كانت القيمة الحالية للتدفقات الداخلة أقل من القيمة الحالية للتدفقات الخارجة.

3.إذا كان **VAN** يساوي الصفر أي إذا تساوت القيم الحالية للتدفقات الداخلة والتدفقات الخارجة، يعاد النظر في البديل أو المقترح الاستثماري.

مثال03: يفكر رجل أعمال في شراء آلة ب 35000دج، و تكلفة وضع الآلة تقدر ب 5000دج، واستغلالها يقدر ب8000دج.

بينما تقدر التدفقات النقدية قبل الضريبة في السنوات المقبلة كما يلي:

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية	10.400	13.400	14.600	17.000

بافتراض أن القيمة البيعية المتبقية تساوي صفر في نهاية السنة الرابعة.

المطلوب: حساب القيمة الحالية الصافية بطريقة التدفقات النقدية ،حيث أن معدل الفائدة يساوي10%؟

الحل:

بطريقة التدفقات النقدية:

حيث أن: Vr=0

$I_0 = 35000+5000+8000=48000$

$VAN = 10400(1.10)^{-1}+13400(1.10)^{-2}+14600(1.10)^{-3}+17000(1.10)^{-4}=43109.35$

$VAN = 43109.35-48000=-4890.65$

قرار الاستثمار هو رفض المشروع لأن **VAN<0**.

مثال04: مشروع إستثماري تقدر تكلفته الإستثمارية ب 800.000 دج،أما إيراداته السنوية المتوقعة فقدرت ب 60.000 دج آخر كل سنة ولمدة 08 سنوات،مع العلم أن معدل الفائدة المركبة السنوي هو 10%

المطلوب:

1-حساب القيمة الصافية للمشروع؟

2-هل يقبل المشروع ام لا؟

الحل:

1-بتطبيق علاقة القيمة الحالية في حالة تساوي التدفقات النقدية

$$VAN = R \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - I_0 \Rightarrow VAN = 60.000 \times \frac{1-(1.10)^{-8}}{0.10} - 800.000 = -479904.43$$

2-بم ان قيمة $VAN < 0$ يرفض المشروع

مثال05: ليكن لديك العناصر التالية والمتعلقة بإستثمارين لهما نفس الأهداف الإنتاجية:

المشروع الأول: تكلفة الحيازة 295000 دج،أعباء سنوية 15000 دج من السنة الثانية حتى السنة الخامسة،إيرادات سنوية من السنة الأولى إلى السنة الخامسة 90000 دج،قيمة بقايا الإستثمار في آخر السنة الخامسة 25000 دج

المشروع الثاني: تكلفة الحيازة 310000 دج،أعباء من السنة الثالثة إلى الرابعة 20000دج لسنتين فقط ،إيرادات سنوية من السنة آخر السنة الأولى إلى آخر السنة الخامسة 97000 دج،قيمة بقاياه في نهاية مدته أي السنة الخامسة 50000 دج .

المطلوب:

بإستعمال صافي القيمة الحالية حدد أي الإستثمارين تختاره اي مؤسسة إذا كان امامها النوعين،مع العلم ان معدل الفائدة المستعمل يقدر ب12%

الحل:

قبل حساب صافي القيمة الحالية نحسب أولا صافي الإيرادات السنوية بطرح التكاليف السنوية من الإيرادات السنوية

المشروع الأول

للسنة الأولى 90000 دج ولباقي السنوات 75000دج

بتطبيق علاقة القيمة الحالية نجد:

$$VAN = R \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + \frac{VR}{(1+i)^{n}} - I_0 \Rightarrow$$

$$VAN = 90.000(1.12)^{-1} + 75000 \times \frac{1-(1.12)^{-4}}{0.12} + \frac{25000}{(1.12)^{-5}} - 295.000 = 27344.015$$

المشروع الثاني

صافي الإيرادات من السنة الأولى إلى الثانية 97000 دج

صافي الإيرادات من السنة الثالثة إلى الرابعة 77000 دج

صافي الإيرادات للسنة الخامسة 97000 دج

بتطبيق علاقة صافي القيمة الحالية نجد:

$$VAN = R \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + \frac{VR}{(1+i)^{n}} - I_0 \Rightarrow$$

$$VAN = 97000 \times \frac{1-(1.12)^{-2}}{0.12} + 77000 \times \frac{1-(1.12)^{-2}}{0.12} + \frac{50000}{(1.12)^{-5}} + 97000(1.12)^{-1} - 310.000 = 99047.36$$

نلاحظ أن صافي القيمة الحالية للمشروع الثاني أكبر من المشروع الأول وبالتالي يقع الإختيار على المشروع الثاني

➢ مزايا وعيوب معيار القيمة الحالية الصافية

يجمع هذا المعيار بين مجموعة من المزايا والعيوب نوجزها فيمايلي :

✓ المزايا:

- أخذ القيمة الزمنية للنقود في الحسبان.
- كما تأخذ هذه الطريقة في الاعتبار جميع التدفقات النقدية المتحققة على مدى عمر المشروع.
- تستخدم تكلفة الأموال (معدل العائد المطلوب تحقيقه) كمعدل لخصم التدفقات النقدية.
- تقيس الربحية في صورة مطلقة.

✓ العيوب:

- لا تصلح هذه الطريقة في اتخاذ قرار المفاضلة بين مشروعين يتساويان في التكاليف الاستثمارية و يطبق عليهما نفس معدل الخصم و لكن احدهما يسترد تكاليفه بسرعة عن الآخر.
- وهذه الطريقة لا تأخذ في الاعتبار توقيت و مقدار التدفقات النقدية.

-تعتمد هذه الطريقة على معدل الخصم الذي تخصم به التدفقات النقدية الداخلة و الخارجة، وهو يخضع في تقديره لتوقعات تعتمد بشكل كبير على الحكم و التقدير الشخصي مما يعرض هذا المعدل للخطأ و بالتالي أخطاء الأرقام المبنية عليه.

و يعبر صافي القيمة الحالية لأي اقتراح (مشروع) استثماري عن الفرق بين القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة و الخارجة للاقتراح، ففي زيادة القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة من القيمة الحالية الموجبة فإن الإقتراح الإستثماري عندها يكون مربحا و في حالة العكس من ذلك يعتبر الإقتراح الإستثماري غير مربح إذا كان صافي القيمة الحالية سالبا.

و يبن معامل القيمة الحالية الصافية مقدار القيمة الحالية الصافية الناتج عن وحدة من إجمالي الاستثمار،مما يمكن من مقارنة المشروعات البديلة.

➢ إن إستخدام هذا المعيار يوجب مراعاة بعض القواعد:

- هذا المعيار لا يمكن تطبيقه إلا إذا كانت أعمار المشاريع موحدة، أي أن مدّة الحساب يجب أن تكون مبدئيا مناظرة لفترة حياة المعدات الأكثر عمرا و إذا لم تكن أعمار المشاريع موحدة، فإنه يستوجب إما إختيار فترة عمر مناظرة لأصغر وحدة مشتركة في فترة حياة المشروعين و إدخال التجديد على الإستثمار العمري الأصغر، أو رأخذها بنظر الإعتبار في القيمة المتبقية.
- إذا كانت المقارنة ستكون على إثنين أو أكثر من المشاريع غير المتجانسة فنيا فإن الإختيار سيحمل على المشروع الذي يعطي أعلى صافي قيمة حالية متراكمة.
- إذا كانت المقارنة تدخل بين مشاريع متجانسة و في الحالة التي لا تكون هناك محددات على التمويل من المفضل هنا تنفيذ جميع المشاريع التي لها صافي القيمة الحالية موجبة.

ب. معيار دليل (مؤشر) الربحية L'indice de profitabilité (IP)

وهو نسبة القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة إلى التدفقات النقدية الخارجة، حيث أن القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة تحسب بنفس طريقة صافي القيمة الحالية، سواء كانت هذه التدفقات النقدية متساوية أو غير متساوية.

ويقبل المشروع فقط إذا كان الناتج أكبر من الواحد الصحيح.

وتعطى علاقته بالصيغة الرياضية التالية:

دليل الربحية = القيمة الحالية للتدفقات الداخلة/القيمة الحالية للتدفقات الخارجة

$$IP = \frac{\sum_{i=1}^{n} CF_i (1+t)^{-i}}{I}$$

ونميز فيه الحالات التالية:

1.إذا كان دليل الربحية أقل من الواحد الصحيح، يرفض المشروع.

2.إذا كان لدينا مشروعين، يؤخذ المشروع الذي يحقق أكبر قيمة لمعامل دليل الربحية.

3.إذا كانت قيمة دليل الربحية أكبر من الواحد الصحيح، يعتبر البديل الإستثماري قيد التقييم مجديا إقتصاديا.

4.إذا كانت قيمة دليل الربحية تساوي الواحد الصحيح، فيجب إعادة النظر في تقييم المقترح الإستثماري.

➢ مزايا وعيوب معيار دليل الربحية

لمعيار دليل الربحية مزايا وعيوب نذكر منها:

✓ المزايا:

-تحقق هذي الطريقة كل التي تحققها طريقة صافي القيمة الحالية بالإضافة إلى أنها تساعد في الاختيار بين المشروعات في حالة اختلاف التكاليف الاستثمارية و هي المشكلة التي لم تتغلب عليها طريقة صافي القيمة الحالية.

✓ العيوب:

بالإضافة إلى عيوب صافي القيمة الحالية ينسب له العيوب التالية:

-تفشل هذه الطريقة في إعطاء قرار صحيح في المفاضلة بين المشروعات في حالات معينة.

-تعتمد بصفة أساسية على معدل الخصم الذي يتم به خصم التدفقات النقدية.

-لا تبين على وجه الدقة مقدار الأرباح التي يحققها المشروع و من ثم مقدار ما يضاف إلى حقوق الملاك حيث أن أكبر أو أصغر دليل ربحية لا يعني كبر أو صغر المبلغ الواجب إضافته إلى حقوق الملاك.

مثال 06:لدينا بديلين إستثماريين (A) و (B)، قدرت تكلفتهما الإستثمارية ب 10000ون، 30000 ون على التوالي، وكانت تدفقاتهما النقدية على النحو التالي:

السنوات	1	2	3	4
المشروع A	5000+	2000+	3000+	4000+
المشروع B	20000+	12000+	7000+	6000-

المطلوب:

1.احسب القيمة الحالية الصافية **VAN** للمشروعين **A**، **B** ؟

2.احسب مؤشر الربحية **IP** للمشروعين ورتبهما حسب الأولوية ؟

الحل:

-لا يمكن أن نعتمد على معيار **VAN** في اختيار هذه المشاريع لاختلاف تكاليفها الاستثمارية، وبالتالي نلجأ إلى معيار مؤشر الربحية **IP.**

-حساب مؤشر الربحية **IP** للمشروعين **A** و **B:**

مؤشر الربحية $IP = \dfrac{\text{القيمة الحالية للتدفقات النقدية}}{\text{الاستثمار الأولي } I_0}$

$$IP_A = \frac{14000}{10000} = 1.4 = 140\ \%$$

$$IP_B = \frac{33000}{30000} = 1.1 = 110\ \%$$

حسب مؤشر الربحية **IP** البديل **(A)** أحسن من البديل **(B).**

ج. معيار معدل العائد الداخلي Le taux de rentabilité interne (TRI)

معدل العائد الداخلي هو سعر الفائدة الذي عنده تتساوى القيمة الحالية للتدفقات النقدية المتوقعة للاستثمار مع تكلفة الاستثمار المبدئي.

أو هو المعدل الذي يجعل صافي القيمة الحالية للمشروع الإستثماري مساوٍ للصفر.

ويحسب معدل العائد الداخلي بالعلاقة التالية:

$$\sum_{t=1}^{n} cft(1+i)^{-t} - I_0 = 0$$

حيث:

Cft: التدفقات النقدية الصافية، **i** معدل الخصم، $\mathbf{I_0}$ تكلفة الاستثمار.

والفكرة الأساسية لهذا المعيار هي إيجاد سعر الخصم الذي تتساوى عنده القيمة الحالية لتكاليف الإستثمار مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة طيلة عمر المشروع، فكلما زاد سعر الخصم قل صافي القيمة الحالية للمشروع والعكس صحيح.

ويتم التمييز ضمن هذا المعيار بين حالتين أساسيتين تتمثلان في:

- ✓ إذا كان معدل العائد أكبر من معدل الحصول على الأموال يقبل المشروع.
- ✓ إذا كان معدل العائد أصغر من معدل الحصول على الأموال فيرفض المشروع.
- ✓ في حالة وجود عدة مشروعات مقترحة متنافسة يفضل الإقتراح الذي يكون فيه معدل العائد الداخلي الأكبر

وتوجد طريقتين لحساب هذا المعيار هما:

1.طريقة التجربة والخطأ: تقتضي طريقة التجريب والخطأ إختيار معدلات مختلفة لسعر الفائدة، وتخصم التدفقات النقدية عند هذه الأسعار إلى أن يتحقق الهدف المنشود، تساوي التدفقات النقدية الداخلة والتدفقات النقدية الخارجة، في قيمها الحالية وتعتبر هذه الطريقة مطولة ومضنية.

وفي هذه الطريقة نميز الحالتين التاليتين:

- إذا كان صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية موجبا خلال عملية التجريب، خصم القيم عند سعر فائدة محدد، فهذا يعني ضرورة إختيار سعر فائدة مرتفع من شأنه أن يخفض صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية.
- إذا كان صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية سلبا خلال عملية التجريب ، فمن الضروري إختيار سعلا فائدة منخفض كي يعظم صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية.

2.**طريقة التقريب الخطي:** تقتضي هذه الطريقة أن نختار معدلين للخصم، أحدهما منخفض **(d_1)** بحيث يكون صافي القيمة الحالية المقابل له هو **(VAN_1)** موجبا ونطلق عليه الحد الأدنى، وثانيهما مرتفع **(d_2)** بحيث يكون صافي القيمة الحالية المقابل له هو **(VAN_2)** سالبا ونطلق عليه الحد الأعلى، ثم نستخدم المحاولتين السابقتين في الحصول على معدل العائد الداخلي من خلال الصيغة الرياضية التالية:

$$IRR = d_1 + (d_1 - d_2)\left[\frac{VAN_1}{VAN_1 - VAN_2}\right]$$

مثال07: لتكن لديك المعطيات التالية

القيمة الحالية الصافية من أجل معدل الخصم الأصغر تساوي 45000 دج

القيمة الحالية الصافية من أجل معدل الخصم الأكبر تساوي 25000 دج

معدل الخصم الأكبر 08.75 %

معدل الخصم الأصغر يساوي 07.50%

المطلوب:

حساب معدل العائد الداخلي

الحل:

بتطبيق علاقة معدل العائد الداخلي نجد:

$$IRR = d_1 + (d_1 - d_2)\left[\frac{VAN_1}{VAN_1 - VAN_2}\right] \Rightarrow$$

$$IRR = 0.075 + (0.0875 - 0.075) \times \left[\frac{25000}{45000 - 25000}\right] = 0.090625$$

$$IRR = 9.0625\%$$

➢ مزايا وعيوب معيار معد العائد الداخلي:

يوجد لهذا المعيار مزايا وعيوب عديدة أهمها:

✓ المزايا:

- يراعي القيمة الزمنية للنقود باستعماله التدفقات النقدية المخصومة.
- يعتبر هذا المعيار مقياسا داخليا للمؤسسة، أي عند حسابه لا تستخدم متغيرات خارجية.
- يعطي هذا المعيار معلومات عن معدل الفائدة الأقصى، الذي يمكن للمشروع تحمله في حالة تمويله بالإقراض الكلي.
- ينسجم مع هدف تعظيم القيمة السوقية حيث أنه يتم مقارنته بمعدل العائد المطلوب والذي يعني الحد الأدنى الذي يتوقعه المستثمرون على إستثماراتهم.
- يختلف هذا المعيار عن المعايير الأخرى المعتمدة على القيم المخصومة للعوائد والتكاليف في أن معدل الخصم هنا يكون مجهولا، والمطلوب معرفة قيمة ذلك المعدل والذي يجعل القيمة الحالية الصافية للمشروع مساوية للصفر.
- يعتبر معيار معدل العائد الداخلي كافيا عند قبول أو رفض المشروع، فإذا كان المعدل الداخلي للمشروع أعلى من معدل الخصم في السوق المالية الذي بواسطته نستطيع الحصول على التمويل يمكن تنفيذ المشروع.

✓ العيوب:

- إن مفهوم العائد ليس شائعا إلا لدى رجال الأعمال و الإداريين.
- عندما يراد الإختيار بين عدّة مشاريع غير متجانسة فإن معيار معدل العائد الداخلي لا يعتبر كافيا إذ لا يكفي في الواقع لإثبات إن العديد من المشاريع هي مربحة بل يستوجب تحديد الأفضل.

الملاحق

جدول يبين كيفية حساب المدة بين تاريخين مختلفين لسنة بسيطة

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	
01	01	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335	01
02	02	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336	02
03	03	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337	03
04	04	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338	04
05	05	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339	05
06	06	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340	06
07	07	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341	07
08	08	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342	08
09	09	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343	09
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344	10
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345	11
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346	12
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347	13
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348	14
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349	15
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350	16
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351	17
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352	18
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353	19
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354	20
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355	21
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356	22
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357	23
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358	24
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359	25
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360	26
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361	27
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362	28
29	29	----	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363	29
30	30	----	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364	30
31	31	----	90	----	151	----	212	243	----	304	----	365	31

جدول يبين كيفية حساب المدة بين تاريخين مختلفين لسنة كبيسة

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	
01	01	32	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336	01
02	02	33	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337	02
03	03	34	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338	03
04	04	35	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339	04
05	05	36	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340	05
06	06	37	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341	06
07	07	38	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342	07
08	08	39	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343	08
09	09	40	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344	09
10	10	41	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345	10
11	11	42	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346	11
12	12	43	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347	12
13	13	44	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348	13
14	14	45	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349	14
15	15	46	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350	15
16	16	47	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351	16
17	17	48	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352	17
18	18	49	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353	18
19	19	50	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354	19
20	20	51	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355	20
21	21	52	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356	21
22	22	53	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357	22
23	23	54	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358	23
24	24	55	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359	24
25	25	56	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360	25
26	26	57	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361	26
27	27	58	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362	27
28	28	59	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363	28
29	29	60	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364	29
30	30	----	90	121	151	182	212	243	274	304	335	365	30
31	31	----	91	----	152	----	213	244	----	305	----	366	31

قائمة المراجع

1. إبراهيم على إبراهيم عبد ربه، أساسيات الرياضيات البحتة والمالية،دار المطبوعات الجامعية،الإسكندرية-مصر ،2008
2. أحمد عبد الرحيم زردق، محمد سعيد بسيوني، مبادئ دراسات الجدوى الاقتصادية، الإسكندرية-مصر ، 2011.
3. بسام حسين بني عطا، الجدوى الإقتصادية للمشروعات، الطبعة الأولى، مركز الكتاب الأكاديمي، عمان-الأردن، 2010،
4. جلال الملاح، تخطيط وتقييم المشروعات الزراعية، دار المريخ للنشر، الرياض-المملكة العربية السعودية،1991
5. جلال جويدة القصاص، تخطيط المشروعات ودراسات الجدوى الاقتصادية، الدار الجامعية، الإسكندرية- مصر ، 2010.
6. جميل احمد توفيق، أساسيات الإدارة المالية، دار النهضة العربية، بيروت- لبنان، 1987.
7. حميد جاسم الجميلي، عبد الحليم محمد جبران، الجدوى الإقتصادية وتقييم المشاريع-القضايا ومنظومة المعايير المستخدمة-، الطبعة الأولى، دار زهران للنشر والتوزيع، عمان-الأردن،2012
8. خليل محمد عطية، دراسات الجدوى الاقتصادية، الطبعة الأولى، مركز تطوير الدراسات العليا والبحوث، كلية الهندسة- جامعة، القاهرة، 2008.
9. سعد زكي نصار، التقييم المالي والاقتصادي للمشروعات، الطبعة الأولى، المكتبة الأكاديمية، القاهرة-مصر ، 1995
10. سعيد عبد العزيز عثمان، دراسة جدوى المشروعات- بين النظرية والتطبيقي-، جامعة الإسكندرية- مصر ، 2001
11. سميحة زهران ،رياضيات الإستثمار-الرياضة البحتة والمالية-،الجزء الثاني،جامعة مصر للعلوم و التكنولوجيا ،مصر-القاهرة.2009
12. صباح شنايت،سلاح الطالب في الرياضيات المالية،دار خليف للطباعة و النشر والتوزيع،الجزائر.
13. صليحة بن طلحة، الرياضيات المالية، الطبعة الأولى، منشورات الدار الجزائرية،2015
14. عبد الرسول عبد الرزاق الموسوي، دراسات الجدوى و تقييم المشروعات، الطبعة الأولى، دار وائل لنشر، عمان-الأردن، 2004،
15. عبد القادر بابا، دراسات الجدوى و تقييم المشروعات، الطبعة الأولى، مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع، عمان- الأردن، 2014
16. عبد الله توفيق الهلباوي، الرياضة المالية،مكتبة الحرية للنشر والتوزيع،مصر-القاهرة،2009

17.عدنان كريم نجم الدين،الرياضيات المالية،الطبعة الأولى،الكادميون للنشر والتوزيع، عمان–الأردن،2015

18.علي أحمد شاكر،رياضيات التمويل والإستثمار،مطبعة النهضة العربية، القاهرة–مصر،1983

19.عيد أحمد أبو بكر، رياضيات التمويل والإستثمار،الطبعة الثانية، دار صفاء للنشر والتوزيع،عمان–الأردن،2015

20.غازي فلاح المومني،الرياضيات المالية المعاصرة،الطبعة الأولى،دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان–الأردن،2006

21.فتحي خليل حمدان، الرياضيات المالية مع تطبيقات في الحاسوب، الطبعة الأولى، دار وائل للنشر والتوزيع،عمان–الأردن،2010

22.كاظم جاسم العيساوي، دراسات الجدوى الاقتصادية وتقييم المشروعات، الطبعة الثانية، دار المنهاج، عمان– الأردن،2005

23.مدحت القريشي، دراسات الجدوى الاقتصادية وتقييم المشروعات الصناعية، الطبعة الأولى، دار وائل للنشر والتوزيع،

24.مصطفى عبد الغني أحمد،الرياضة المالية الأسس العلمية والنواحي العلمية،مكتبة عين شمس، القاهرة–مصر،2004

25.معوض حسن حسنين، منى محمد عمار،محمد وحيد عبد الباري،رياضيات التمويل والإستثمار،منشورات جامعة القاهرة،مصر –القاهرة،2000

26.مناضل الجواري، مقدمة في الرياضيات المالية،دار اليازوري للنشر والتوزيع،عمان–الأردن.

27.منصور بن عوف عبد الكريم،مدخل إلى الرياضيات المالية،ديوان المطبوعات الجزائرية،الجزائر،2009

28.ناصر دادي عدون،الرياضيات المالية، الجزء الأول،دار المحمدية، الجزائر،1995

29.ناصر دادي عدون،الرياضيات المالية، الجزء الثاني،دار المحمدية، الجزائر،1995

30.Benjamin Legros, Mathematique Financieres,Dunod,Paris,2011

31.Mohamed Choyakh,Mathematique Financieres,appliquées aux produits de la banque Exercices et cas corrigés,premiére édition.1998,tunis

32.Mohamed Diouri,Adil Elmarhoum,Mathématiques Financiéres,Cours et exercices corrigés,édition TOUBKAL,

33.Anne–Marie Keiser, Gestion Financière, éditions ESKA, 6 édition, paris, 2002