وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة عبد الرحمن ابن خلدون – تيارت -

كلية العلوم الإقتصادية ،التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

مطبوعة بعنوان :

محاضرات وتمارين محلولة في مقياس الإقتصاد الجزئي -1-

موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك

من إعداد :

د. بلخضر ناصيرة

السنة الجامعية : 2023/2022

فهرس المحتويات

فهرس المحتويات	الصفحة
توطئة	01
قائمة بعض مصطلحات مقياس الاقتصاد الجزئي –1–	05-02
المحاضرة الأولى: مقدمة في الاقتصاد الجزئي. – مدخل عام للاقتصاد الجزئي .	12-06
المحاضرة الثانية: نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الكمية). – نظرية المنفعة القياسية (العددية) . – الفرضيات التي تقوم عليها نظرية المنفعة القياسية – المنفعة الكلية والمنفعة الحدية (الهامشية) – العلاقة بين المنفعة الكلية والمنفعة الحدية . – قانون تناقص المنفعة الحدية.	16-13
المحاضرة الثالثة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الكمية). – توازن المستهلك. – اشتقاق دوال الطلب . – تمارين تدريبية مع الحلول .	29-17
المحاضرة الرابعة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية / منحنيات السواء). – نظرية المنفعة الترتيبية (**Théorie ordinale de l'utilité**). – نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية/منحنيات السواء). – المنفعة الترتيبية وفرضياتها. – مفهوم منحنيات السواء. – خصائص منحنيات السواء. – المعدل الحدي للاحلال $\mathbf{TMS_{xày}}$	32-30
المحاضرة الخامسة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية / منحنيات السواء). – خط الميزانية (خط الدخل) .	49-33

– التغير في وضع خط الميزانية: – توازن المستهلك بيانيا (باستخدام منحنيات السواء). – تمارين تدريبية مع الحلول .	
المحاضرة السادسة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية/منحنيات السواء) – منحنى استهلاك– الدخل واشتقاق منحنى أنجل . – منحنى استهلاك – السعر واشتقاق منحنى الطلب الفردي. – تمارين تدريبية مع الحلول .	56-50
المحاضرة السابعة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية/منحنيات السواء). – تحليل سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية. – أثر الدخل و أثر الإحلال . – تمارين تدريبية مع الحلول .	71-57
المحاضرة الثامنة :الطلب والعرض وتوازن السوق (تحليل الطلب). – نظرية الطلب . – تمارين تدريبية مع الحلول .	79-72
المحاضرة التاسعة :الطلب والعرض وتوازن السوق (تحليل العرض). – تحليل نظرية العرض	87-80
المحاضرة العاشرة : الطلب والعرض وتوازن السوق (تحليل توازن السوق). – تعريف توازن السوق. – أثر التغيرات في الطلب والعرض على سعر وكمية التوازن. – أنواع التوازن.	97-88
المحاضرة الحادية عشر : نظرية الطلب ومرونته. – مرونة الطلب السعرية . – مرونة القوس .	104-98

– العوامل المحددة لمرونة الطلب السعرية . – علاقة مرونة الطلب السعرية بإنفاق المستهلك و الإيراد الكلي للمنتج . – أهمية مرونة الطلب .	
المحاضرة الثانية عشر : المرونات (مرونة الطلب الدخلية، مرونة الطلب التقاطعية). – مرونة الطلب الدخلية. – مرونة الطلب التقاطعية. – تمارين تدريبية مع الحلول .	115-105
المحاضرة الثالثة عشر : المرونات (مرونة العرض). – مرونة العرض . – تمارين تدريبية مع الحلول . – العوامل المحددة لمرونة العرض السعرية.	120-116
المحاضرة الرابعة عشر :التنظيم الحكومي للسوق (السياسة السعرية). – سياسات التدخل الحكومي و التأثير على توازن السوق . – التدخل الحكومي بتحديد حد أقصى أو أعلى للثمن (**Maximum price**). – التدخل الحكومي بتحديد حد أدنى أو أقل للثمن (**Minimum price**) – تمارين تدريبية مع الحلول .	125-121
المحاضرة الخامسة عشر :التنظيم الحكومي للسوق (السياسة المالية) . – سياسة فرض الضرائب . – سياسة تقديم الإعانات . – فائض المستهلك و فائض المنتج . – تمارين تدريبية مع الحلول .	138-126
المحاضرة السادسة عشر :تحليل سلوك المنتج (الإنتاج) في الفترة القصيرة .	148-139

– تحليل سلوك المنتج في الفترة القصيرة . – تمارين تدريبية مع الحلول .	
المحاضرة السابعة عشر :تحليل سلوك المنتج (الإنتاج) في الفترة الطويلة . – تحليل سلوك المنتج في الفترة الطويلة. – منحنيات الناتج المتساوي. – المعدل الحدي للإحلال. – منحنى التكاليف المتساوية وقيد الميزانية . – توازن المنتج . – مسار التوسع الإنتاجي (المسار الأمثل للتطور). – مرونات الإنتاج . غلة الحجم . – دالة الإنتاج كوب دوغلاس . – تمارين تدريبية مع الحلول .	179-149
المحاضرة الثامنة عشر :تحليل سلوك المنتج (نظرية التكاليف و الايرادات) . – نظرية التكاليف – تكاليف الإنتاج في الفترة القصيرة	185-180
المحاضرة التاسعة عشر :تحليل سلوك المنتج (نظرية التكاليف و الايرادات) . – نظرية التكاليف (تابع): – تكاليف الإنتاج في الفترة الطويلة . – نظرية الإيرادات . – القاعدة العامة لتعظيم الربح . – تمارين تدريبية مع الحلول .	212-186

توطئة :

عزيزي الطالب يعتبر الاقتصاد الجزئي أحد مقاييس السنة الأولى جذع مشترك علوم اقتصادية، تجارية وعلوم التسيير .وهو من المقاييس الأساسية في السداسي الأول، يهدف إلى تعريف الطلبة على مختلف المفاهيم والنظريات في مجال الاقتصاد على المستوى الفردي و إكسابه المهارات الأساسية في تحليل الأوضاع الاقتصادية،معرفة أدوات التحليل الأساسية ومنهجية العمل بها .

الاقتصاد الجزئي يتناول تحليل سلوك الأعوان الاقتصاديين الفرديين كالمستهلك ، المنتج، المستثمر ، العامل ...الخ، بالإضافة إلى تحليل تكوين الأسعار في سوق السلع والخدمات أولا ، ثم في سوق عوامل الإنتاج ثانيا، وذلك عن طريق دراسة التفاعل بين العرض والطلب.

ولفهم استيعاب مقياس الاقتصاد الجزئي يحتاج الدارس إلى معارف مسبقة تتمثل أساسا في المراجعة في الرياضيات كعملية الاشتقاق والتفاضل تحديدا، المحددات، التمثيل البياني وغيرها من أساسيات علم الرياضيات وفهم النظرية الاقتصادية .

وهذه المطبوعة عبارة عن محاضرات وتمارين ، وهي ثمرة تدريس لمقياس الاقتصاد الجزئي لعدة سنوات ، وقد تم مواءمتها وتكييفها مع البرنامج الوزاري المعتمد ، إذ سنحاول من خلالها تبسيط وتوضيح المفاهيم المرتبطة بنظرية الاقتصاد الجزئي في جزئه الأول ، ومعالجة محاور وفصول هذا المقياس بالاعتماد على تعاريف واستنتاجات ومختلف النماذج والوسائل الرياضية حتى يتسنى لطالب هذا المستوى فهمها واستيعابها .

قائمة بعض مصطلحات مقياس الاقتصاد الجزئي –1–

بعض مصطلحات مقياس الاقتصاد الجزئي -1- باللغة العربية	الترجمة باللغة الإنجليزية
الاقتصاد	Economy
نظام اقتصادي	Economic system
المشكلة الاقتصادية	The economic problem
النظرية الاقتصادية	Economic theory
نموذج اقتصادي	Economic model
تحليل اقتصادي	Economic analysis
النظرية الاقتصادية الجزئية	Microeconomic theory
السلع	Goods
سلوك المستهلك	Consumer's behaviour
نظرية سلوك المستهلك	Consumer's behaviour theory
استهلاك	Consumption
نظرية المنفعة القياسية (العددية)	Cardinal utility theory
نظرية المنفعة الترتيبية	Ordinal utility theory
المنفعة	Utility
المنفعة الكلية	Total utility
المنفعة الهامشية (الحدية)	Marginal utility
تعظيم المنفعة	Utility Maximisation
الدخل / الميزانية .	Income / Budget
قيد الدخل /قيد الميزانية	Income constraint/Budget constraint
خط الدخل /خط الميزانية	Income line/ Budget line
توازن المستهلك	Consumer equilibrium
تدنية الانفاق	Minimizing spending
التوليفة	Combination
وحدة	Unity
قيمة	Value
منحني السواء	Indifference curve

Indifference map	خريطة السواء
Marginal rate of substitution	المعدل الحدي للاحلال
Income consumption curve	منحنى استهلاك – دخل
Price consumption curve	منحنى استهلاك – سعر
Marshallian demand function	دالة الطلب المارشالية
Hexian demand function	دالة الطلب الهيكسية
Engel function	دالة أنجل
Price effect	أثر السعر
Substitution effect	أثر الاحلال
Income effect	أثر الدخل
Demand theory	نظرية الطلب
Supply theory	نظرية العرض
Law of supply and demand	قانون العرض والطلب
Market	السوق
Market forces	قوى السوق
Market equilibrium	توازن السوق
Demand function	دالة الطلب
Supply function	دالة العرض
Equilibrium price	سعر التوازن
Equilibrium quantity	كمية التوازن
Elasticities	المرونات
Price elasticity of demand	مرونة الطلب السعرية
Cross elasticity of demand	مرونة الطلب التقاطعية
Income elasticity of demand	مرونة الطلب الدخلية
Arc elasticity	مرونة القوس
Total revenue	الإيراد الكلي
Aggregate expenditure	الإنفاق الكلي
Monetary policy	السياسة النقدية
Fiscal policy	السياسة المالية
Maximum price	سعر أقصى

Minimum price	سعر أدنى
Bid price	سعر المشتري
Asked price	سعر البائع
Surplus	فائض
Shortage	عجز
Tax /Subsidy	الضريبة /الإعانة
Tax burden	عبء ضريبي
Taxable	خاضع للضريبة
State revenue collection	حصيلة ايرادات الدولة
Government spending	الانفاق الحكومي
Consumer surplus	فائض المستهلك
Producer surplus	فائض المنتج
Producer behaviour theory	نظرية سلوك المنتج
Producer /Seller(vender)	منتج / بائع
Production	الانتاج
Means of production	وسائل الإنتاج
Labor /capital	العمل / رأس المال
Total productivity	الإنتاجية الكلية
Marginal Productivity	الإنتاجية الحدية
Variable	متغير
Production Function	دالة الإنتاج
Returns to scale	غلة الحجم
Homogeneous Function	الدالة المتجانسة
Production elasticity	مرونات الانتاج
Expansion path	مسار التوسع
Production optimization	تعظيم الانتاج
Minimizing cost /cost minimization	تدنية التكاليف
Iso-product curve	منحنى الناتج المتساوي
Iso-cost curve	منحنى التكاليف المتساوية
Iso-cost line	خط التكلفة المتساوي

Costs / Revenue	التكاليف / الايرادات
Total cost	تكلفة كلية
Variable cost	تكلفة متغيرة
Fixed cost	تكلفة ثابتة
Average cost	تكلفة متوسطة
Marginal cost	تكلفة حدية
Average revenue	ايراد متوسط
Marginal revenue	ايراد حدي
Profit	ربح
Marginal profit	ربح حدي
Enterprises	خسارة

المحاضرة الأولى : مقدمة في الاقتصاد الجزئي

عناصر المحاضرة:

– مدخل عام للاقتصاد .

تمهيد :

قبل البدء في دراسة المحاور الأساسية لمقياس الاقتصاد الجزئي ، لابد من عرض مدخل عام للاقتصاد بصفة عامة و الاقتصاد الجزئي بصفة خاصة. ثم التعرف على بعض الأسئلة المهمة في الاقتصاد الجزئي و التي بدورها تحدد طبيعة الموضوع وأساليب معالجته ونطاقه، وهذا سيقودنا إلى عرض المفاهيم الأساسية التالية بإيجاز :

أولا– ماهية علم الاقتصاد :

1–تعريف علم الاقتصاد :

يهتم علم الاقتصاد بكل قرارات توزيع الموارد التي تتخذ بواسطة الأفراد ومنشآت الأعمال ، وكذلك بالقرارات التي تكون على نطاق أوسع ، والخاصة بكيفية قيام المجتمع كله بتوزيع موارده على الاستخدامات المختلفة . فعلم الاقتصاد يوضح لنا كيف يتم هذا الاختيار في توزيع الموارد بحيث يمكن أن يحقق أكبر قدر من الإشباع [1].

وقد عرف **روبنز** علم الاقتصاد سنة 1932 م في كتابه " **طبيعة علم الاقتصاد** " ، بأنه دراسة السلوك الإنساني كعلاقة بين الأهداف والحاجات المتعددة وبين الوسائل النادرة ذات الاستعمالات المختلفة[2] ، أي هو العلم الذي يقوم بدراسة السلوك الانساني كحلقة اتصال بين الغايات والحاجات العديدة من جهة و الوسائل والإمكانات الإنتاجية النادرة والتي لها استعمالات بديلة من جهة أخرى .

[1] بوجرادة سهيلة ، **الاقتصاد الجزئي 1**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر 3، الجزائر، 2017/2016، ص 08.

[2] أحمد محمد مندور وآخرون، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي**، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2002، ص 10.

أما **كيرنكروس** فقد عرفه بأنه علم اجتماعي يدرس الكيفية التي يحاول بها الأفراد تطبيق الندرة على حاجاتهم والطريقة التي تتفاعل بها هذه المحاولات بعضها مع بعض عن طريق التبادل [1] .

كما يعرف بأنه العلم الذي يدرس كيفية استخدام الموارد المحدودة لإشباع حاجيات الإنسان المتعددة، وهذا ما يطلق عليه المشكلة الاقتصادية .

ويعرفه الاقتصادي الفرنسي **رافمون بار** في كتابه **الاقتصاد السياسي** بأنه العلم الذي يدرس تسيير الموارد النادرة و أشكال تحويل هذه الموارد ، فهو علم يبين السبل التي يتبعها الأفراد و المجتمعات لمواجهة الحاجيات العديدة والتي لا حصر لها باستعمالهم وسائل محدودة[2] .

ومن خلال التعاريف السابقة يتضح أن **علم الاقتصاد** هو ذلك العلم الاجتماعي الذي يتضمن الأفكار والفروض والنظريات والقوانين التي يهتدي بها الإنسان في استخدام الموارد الإنتاجية النادرة، لإنتاج السلع والخدمات المختلفة وكيفية توزيعها لغرض الاستهلاك في الحاضر أو المستقبل على مختلف أفراد المجتمع لغاية إشباع الحاجة .

2–أهمية دراسة علم الاقتصاد :

تتمثل أهمية دراسة علم الاقتصاد في أنها وسيلة لبناء قاعدة من المعرفة والمعلومات تمكن صاحبها من فهم المشاكل الاقتصادية والتنبؤ بالنتائج المختلفة والمتوقعة للسياسات ، دراسة علم الاقتصاد تدرب الطالب على الأساليب وأدوات التحليل المختلفة التي تمكنه من رسم السياسات وتقييمها وتوضيحها للعامة بصورة بسيطة يسهل عليهم فهمها، فالاقتصادي يمكنه أن يشخص المشكلة الاقتصادية التي تواجه المجتمع، ويضع الحلول المناسبة لذلك . فالدولة في جميع مؤسساتها تحتاج للاقتصاديين لتسيير العمل ووضع السياسات وتنفيذها [3].

[1] نفس المرجع، ص 10.

[2] فتح الله ولعلو ، **الاقتصاد السياسي، مدخل الدراسات الاقتصادية**، دار الحداثة، لبنان ، ط1، 1981، ص 23. نقلا عن ابراهيم بولمكاحل، سلسلة محاضرات مدخل لعلم الاقتصاد السياسي، جامعة قسنطينة، الجزائر، 2015.

[3] بوجرادة سهيلة، مرجع سبق ذكره، ص 08.

ثانيا– النظرية الاقتصادية :

يقوم التحليل الاقتصادي على أساس بناء نظريات لتساعد في التفسير والتنبؤ بسلوك الوحدات الاقتصادية في المجتمع (المستهلكين والمنتجين والوحدات الحكومية). والنظريات الاقتصادية قابلة للاختبار من خلال مراجعتها مع الواقع الفعلي للظواهر التي تدرسها لإثبات مدى صحتها في التفسير والتنبؤ بسلوك تلك الوحدات [1].

إن النظرية الاقتصادية كالنظرية العلمية تحاول فهم وتفسير الظواهر الاقتصادية، وذلك بطريقة تبسيطية وتجريدية ، فالنظرية هي فرضية مبرهن على صحتها ، أما الفرضية هي قدر من المعرفة لا يوجد دليل على صحتها، هي بحاجة إلى دليل للإثبات أو الرفض . إلا أن اختبار النظرية الاقتصادية لا يتم بنفس السهولة التي يتم بها اختبار النظرية العلمية نظرا لتشابك المتغيرات الاقتصادية وعدم إمكانية عزل بعضها عن بعض [2].

وتتعدد النظريات في مجال علم الاقتصاد بتعدد ظواهر الحياة الاقتصادية وأحداثها ، لذا جرت العادة على تسمية كل نظرية اقتصادية باسم الظاهرة التي تحاول هذه النظرية تفسيرها والتنبؤ بسلوك متغيراتها ، فنقول مثلا نظرية الطلب أو نظرية العرض ..الخ، لكن عندما نذكر النظرية الاقتصادية دون أن ننسبها إلى ظاهرة بذاتها ، فإن ذلك يشير إلى فرع متميز من فروع المعرفة الاقتصادية ، يقف إلى جانب الفرعين الآخرين لهذه المعرفة وهما : الاقتصاد الوصفي والاقتصاد التطبيقي ليشكل ثلاثتهم قوام علم الاقتصاد [3].

1–منهج علم الاقتصاد :

المنهج هو مجموعة الخطوات التي يتخذها الذهن بهدف استخلاص المعرفة، وهناك طريقتان أساسيتان يستخدمها الاقتصادي ، وهما الطريقة الاستنباطية والطريقة الاستقرائية . وهو يتوصل عادة نتيجة استخدام أحدهما إلى وضع القوانين الاقتصادية ، ولإثبات صحة القانون الاقتصادي يستخدم الاقتصادي الطريقتين معا [4].

أ–المنهج الاستنباطي :

يتمثل في مجموعة من العمليات الذهنية التي تدور كلها في عقل الباحث بعيدة عن الواقع، ففي هذا المنهج يبدأ الباحث بمجموعة من المقدمات تتمثل في مجموعة من التعريفات والافتراضات الأساسية ثم سلسلة من عمليات التحليل

[1] أحمد محمد مندور وآخرون، **النظرية الاقتصادية الجزئية**، الدار الجامعية ، الإسكندرية، 2007، ص 10.

[2] البشير عبد الكريم ، **الاقتصاد الجزئي دروس مع تمارين محلولة** ،دار الأديب، الشلف، الجزائر، 2005، ص 17.

[3] أحمد محمد مندور وآخرون، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي**، مرجع سبق ذكره، ص 20.

[4] كساب علي، **النظرية الاقتصادية (التحليل الجزئي)**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004، ص 07.

المنطقي والتدليل العقلي للبحث ، ثم يحاول الباحث بعد ذلك استنباط ما يمكن أن يترتب من نتائج معينة من المقدمات الأولية التي بدأ بها ، وهكذا نجد أن المنهج الاستنباطي يهبط من مقدمات الكليات إلى الجزئيات ، أي أنه يبدأ من العام وينتهي إلى الخاص [1].

ب–المنهج الاستقرائي:

يقوم على دراسة ظاهرة اقتصادية جزئية أو فرعية على أساس الملاحظة و المشاهدة والتجربة، أي أن الباحث يبدأ من المادة ، وليس من العقل فعلى ضوء الحقائق المشاهدة في دنيا الواقع، وعن طريق التجريب والتحليل المنظم لهذه الحقائق يحاول الباحث الوصول إلى القوانين العامة التي تحكم ظاهرة موضوع البحث . وهكذا نجد أن المنـهج الاستقرائي (منهج تجريب البحث) ، يصعد من الجزئيات إلى الكليات ، أي أنه يبدأ من الخاص إلى العام ، ويعالج الفكر التقليدي، كلا المنهجين بشكل مستقر عن الآخر ، لكن في هذه الفترة الأخيرة اتجهت النظرة الحديثة إلى المنهج العلمي التجريبي الذي يجمع بين الاستنباط والاستقراء [2].

2–أدوات التحليل الاقتصادي (The Meachanism of Economic Analysis): تتسم الظواهر والعلاقات بالتعقيد لذلك يلجأ الباحثون إلى تبسيطها تحت الدراسة إلى نماذج اقتصادية محددة ومصغرة ، حيث تكمن وظيفة النموذج في عرض الظاهرة الاقتصادية بصورة مختصرة، مبسطة، سهلة الفهم والتحليل والتركيب، ويتم العرض بأحد أو كل الأساليب التالية [3]:

–التحليل الرياضي :أي التعبير عن الظاهر الاقتصادية في شكل معادلة تضم المتغيرات المستقلة (عبارة عن عوامل أو متغيرات تتسبب في تغير المتغير التابع) وتسمى أيضا بالمتغيرات الخارجية، و المتغيرات التابعة التي تسمى أيضا بالمتغيرات الداخلية حيث يكون المتغير التابع تابعا في تغيره لتغير المتغير المستقل .

–التحليل اللفظي : أي دراسة وتحليل ظاهرة اقتصادية باستخدام تعبيرات لفظية بدءا من وضع الفروض إلى الاستنتاجات إلى النتائج والقوانين التي تفسر الظاهرة الاقتصادية محل الدراسة ، وقد يدعم تحليله اللفظي التحليل الرقمي من خلال استخدام جداول رقمية توضح مسار العلاقات الاقتصادية .

---

[1] مخلفي أمينة، بن قرينة محمد حمزة، **محاضرات في مقياس مدخل الاقتصاد لطلبة السنة الأولى (ل م د)**، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير ، جامعة ورقلة، الجزائر، 2018/2017، ص 14.

[2] نفس المرجع، ص 14.

[3] محمد أحمد الأفندي، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي**، الأمين للنشر والتوزيع، صنعاء، 2012، ص ص 13 ، 14.

–التحليل البياني : أي عرض النموذج الاقتصادي في صورة رسوم و أشكال بيانية ، يتم من خلالها توضيح طبيعة ودرجة العلاقة بين المتغيرين .

3–النظرية الاقتصادية الجزئية والنظرية الاقتصادية الكلية : من المفيد أن نوضح للطالب وباختصار الفرق بين نظريتين أساسيتين في التحليل الاقتصادي وهما نظرية الاقتصاد الجزئي و نظرية الاقتصاد الكلي .

أ–نظرية الاقتصاد الجزئي : الاقتصاد الجزئي يعمل على دراسة جزئيات عناصر النشاط الاقتصادي ، ثم يدرس المتغيرات على مستوى الوحدة ، أي يهتم بدراسة سلوك الوحدات الاقتصادية على انفراد والعلاقات التي تظهر بينها في سوق السلع والخدمات وسوق عناصر الإنتاج ، بمعنى أدق أن الاقتصاد الجزئي يحلل ويفسر سلوك الأعوان الاقتصاديين الفرديين من مستهلك، منتج، عامل، مستثمر ، مدخر كل على حدا ثم يدرس تفاعل هذه السلوكيات ، فيما بينها في مختلف الأسواق ، إن الهدف من الاقتصاد الجزئي هو معرفة كيفية تكوين الأسعار في السوق ولهذا يسمى الاقتصاد الجزئي أحيانا بنظرية الأسعار [1].

ب–نظرية الاقتصاد الكلي : يتناول الاقتصاد الكلي دراسة المواضيع الاقتصادية ذات الحجم الكبير التي من شأنها تحديد مستوى الرفاهية الاقتصادية [2]، أي يهتم بالمتغيرات أو المجمعات الكلية وتطورها عبر الزمن مثل الإنتاج ، الدخل الكلي ، حجم البطالة والاستخدام ، التضخم ، المستوى العام للأسعار ، الميزان التجاري، ميزان المدفوعات، كمية النقد المتداولة .....الخ، كمـــا يحاول اكتشاف العلاقات الموجودة بينها [3].

ثانيا– المشكلة الاقتصادية :

1–طبيعة المشكلة الاقتصادية : علم الاقتصاد هو العلم الذي يبحث في المشكلة الاقتصادية من ناحية أسباب وجودها وكيفية علاجها [4]، فما يميز الموارد الاقتصادية المتاحة لدى أي مجتمع في لحظة زمنية معينة أن هذه الموارد مهما كبر حجمها أو زادت كفاءتها فإنها تظل عاجزة عن أنتاج كل السلع والخدمات التي تشبع كافة رغبات واحتياجات أفراد المجتمع المختلفة [5]، أي أن هذه الموارد تعد غير كافية ونادرة بالنسبة للرغبات والاحتياجات المتعددة والمتزايدة والمتجددة من السلع والخدمات .

2–أسباب المشكلة الاقتصادية :يمكن توضيح أسباب المشكلة الاقتصادية من خلال الشكل أدناه :

---

[1] البشير عبد الكريم ، **الاقتصاد الجزئي** ، مرجع سبق ذكره، ص 23.

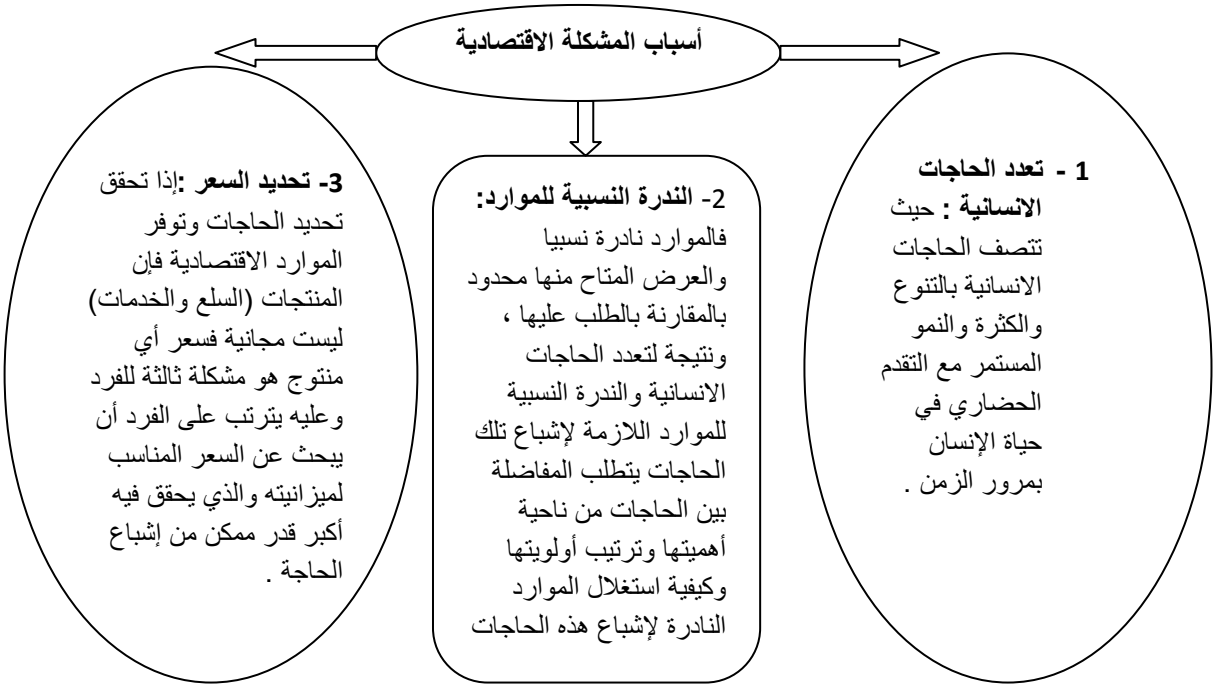
[2] ضياء مجيد الموسوي، **النظرية الاقتصادية، التحليل الاقتصادي الكلي**، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 1994، ص 11.

[3] البشير عبد الكريم ، **الاقتصاد الجزئي** ، مرجع سبق ذكره، ص 23.

[4] محمد علي الليثي، **مقدمة في علم الاقتصاد** ، الجزء الأول، الاقتصاد الجزئي، الدار الجامعية، الإسكندرية ،1997،ص 35.

[5] أحمد محمد مندور، **النظرية الاقتصادية الجزئية** ،مرجع سبق ذكره، ص 05.

شكل رقم (01): *أسباب المشكلة الاقتصادية*



المصدر : مخلفي أمينة ، بن قرينة محمد حمزة ، مرجع سبق ذكره ، ص 11.

وعليه فإن المشكلة الاقتصادية تكمن أساسا في الندرة ومن هذا المنطلق نستنتج أن المشكلة الاقتصادية هي مفهوم قائم على ثلاثة أركان رئيسية هي : محدودية الموارد، تعددية الاحتياجات وتنافسية الاستخدامات التي تصب كلها في الإجابة على التساؤلات المهمة التالية [1]:

*ماذا ننتج ؟

*كيف ننتج ما اتفقنا عليه ؟

*لمن ننتج ؟

3–خصائص المشكلة الاقتصادية : تتمثل خصائص المشكلة الاقتصادية فيما يلي :

أ–الديمومة :أي دائمة وأبدية ، فمنذ خلق الله تعالى الإنسان وهو يواجه هذه المشكلة ، والمجتمعات الحديثة والمستقبلية كلها تواجه وستواجه هذه المشكلة مستقبلا ، فهي مستمرة وأبدية عبر العصور والأزمنة .

ب–العمومية : هي عامة في كل مكان وزمان ،لا ينفرد بها مكان سوى الآخر .

[1] توام زاهية ، كلاخي لطيفة، **الوجيز في الاقتصاد الجزئي – محاضرات وتمارين –**،ألفا للوثائق للنشر والتوزيع، الأردن، ط1، 2022، ص 22

ت–الندرة النسبية : الموارد محدودة ونادرة نسبيا لأن لها استخدامات متعددة وبديلة .

ث–التضحية : بسبب ندرة الموارد وكثرة الاحتياجات ، لابد من المفاوضة والتضحية ببعض الحاجات مقابل إشباع حاجات أخرى أكثر أهمية ، أي ينبغي التضحية ، التخصيص وترتيب الحاجات حسب أولوياتها.

4–علاج المشكلة الاقتصادية : إن الصراع المستمر بين الإنسان والطبيعة يحسم المشكلة الاقتصادية وعلى الإنسان أن يعمل على تحرير الموارد الطبيعية ليحقق منها المنفعة ، فالموارد الإنتاجية تستلزم مجهودات كي تصبح صالحة لإشباع الحاجات والواقع أن أي نظام اقتصادي رأسمالي أو اشتراكي يتعين عليه القيام بما يلي لعلاج المشكلة الاقتصادية :

–تحديد أو تقرير الحاجات المطلوب إشباعها أو الأهداف الإنتاجية بحسب مختلف طبقات أفراد المجتمعات.

–توزيع الموارد الاقتصادية على فروع الإنتاج المختلفة ويسمى هذا تخصيص الموارد .

–توزيع المنتجات على الحاجات المختلفة أو توزيع الناتج الكلي .

–تحديد أسعار السلع والخدمات بحسب حاجيات طبقات المجتمعات .

المحاضرة الثانية : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الكمية)

عناصر المحاضرة:

- **نظرية المنفعة القياسية (العددية)** (Théorie cardinale de l'utilité) .
  - ✓ **الفرضيات التي تقوم عليها النظرية.**
  - ✓ **المنفعة** (Utilité): (**المنفعة الكلية** (Utilité total)/ **المنفعة الحدية أو الهامشية** (Utilité marginale))
  - ✓ **العلاقة بين المنفعة الكلية والمنفعة الحدية.**
- **قانون تناقص المنفعة الحدية.**

تمهيد :

إن الحافز الأصلي والغاية الحقيقية التي تدفع المستهلك إلى طلب سلعة أو خدمة هو تحقيق المنفعة و الإشباع لنفسه هذه المنفعة هي شعور داخلي لا ترى بالعين المجردة يشعر بها الفرد من جراء استهلاكه للسلع و الخدمات و هي تقييم لمقدار الإشباع المتحقق عند استهلاك كمية محددة من السلع و هنا هو المفهوم الاقتصادي للمنفعة [1] .

وتحاول **نظرية سلوك المستهلك** أن تفسر الطبيعة التي يوزع بها المستهلك دخله المحدود على هذه السلع والخدمات ، وقد عرف **أنجل** سلوك المستهلك على أنه التصرفات التي يقوم بها الأفراد بصورة مباشرة من أجل الحصول واستعمال الخدمات الاقتصادية ، بما في ذلك القرارات التي تحدد هذه التصرفات [2]، أي هي التصرفات التي يختارها المستهلك بصورة مباشرة والقرارات التي يتخذها لتلبية حاجاته ورغباته أي الوصول إلى أقصى إشباع كلي في حدود ميزانيته المحدودة أو دخله المحدود.

وظهرت فكرة المنفعة كأساس فني لتحليل الاستهلاك في السبعينات من القرن 19م، حيث قام بعض الاقتصاديين بتحليل سلوك المستهلك اعتمادا على فكرة أن الإنسان يسعى دائما إلى تحقيق أقصى قدر من المنفعة و بأقل قدر من

[1] البشير عبد الكريم ,**الاقتصاد الجزئي** ، مرجع سبق ذكره، ص 36.

[2] مداني بن شهرة، **النظرية الاقتصادية الجزئية**، الجزء الأول، دار الخلدونية ، الجزائر، 2012، ص 165.

التضحية ، والأول من جاء بنظرية المنفعة لتحليل سلوك المستهلك هو الاقتصادي الانجليزي **(ويليام ستولي جيفونز W.Stauly Jevins 1871م)** [1].

يوجد نظريتين لتحليل المنفعة هما نظرية المنفعة القياسية (العددية أو الكمية) أو نظرية المنفعة الحدية ، وهي مفهوم تقليدي ونظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء) وهي مفهوم حديث نوعا ما .

أولا– نظرية المنفعة القياسية (العددية) (Théorie cardinale de l'utilité):

وهي النظرية القائمة على فكرة أن المستهلك قد يستطيع قياس المنفعة أو درجة الإشباع التي يحققها من خلال عملية استهلاكية معينة بوحدات قياس افتراضية تسمى وحدات المنفعة، أي يفترض في هذا الإطار أن المستهلك يستطيع قياس المنفعة التي يأخذها من استهلاك سلعة أو مجموعة من السلع ، ولقد ظل تحليل المنفعة القياسية هو المرشد الأساسي لسلوك المستهلك وتحديد حجـــم الطلب لهذا المستهلك [2].

1–الفرضيات التي تقوم عليها النظرية : يضع الاقتصاديون بعض الفروض لتحليل المنفعة القياسية من بينها[3] :

أ–العقلانية أو الرشادة : إن المستهلك يتبع سلوكا رشيدا وعقلانيا ويبحث على تعظيم منفعته ورفاهيته في إطار دخله المحدود .

ب–قياس المنفعة : افترض الاقتصاديون التقليديون إمكانية قياس المنفعة من طرف المستهلك ، وحسب الفراد مارشال أفضل مقياس يكون مقياسا نقديا ، غير أنه غير موضوعي لأنه يختلف من شخص لآخر ،فنفس الكمية المستهلكة من سلعة ما من طرف فرد ما تقيم بمستويات إشباع مختلفة بالنسبة لفرد آخر .

ت–المستهلك على دراية بمختلف البدائل المتاحة .

ث–تناقص المنفعة الحدية للنقود : معناه أن الدينار الأخير المنفق على السلعة يعطي للمستهلك منفعة أقل من الدينار الذي أنفق من قبل .

ج–دخل المستهلك محدود وينفق كليا على الاستهلاك .

ح–المنفعة الكليـــة لمجموعة من السلع $(x_1, x_2, x_3 \dots \dots \dots x_n)$ هي دالة للكميات المستهلـكة من هـــذه السلع : $UT = f(x_1, x_2, x_3 \dots \dots \dots x_n)$

---

[1] نفس المرجع، ص 167.

[2] رشيد بن الذيب ، نادية شطاب عباس، **اقتصاد جزئي، نظرية وتمارين**، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، ط3، 2003، ص 06.

[3] البشير عبد الكريم ,**الاقتصاد الجزئي** ، مرجع سبق ذكره، ص ص 36، 37.

حيث : UT : المنفعة الكلية .

x_i : الكمية المستهلكة من السلعة x_i حيث i يتغير من 1 إلى n.

خ–المنافع الحدية للسلع مستقلة عن بعضها البعض ، بمعنى أن الزيادة أو تخفيض استهلاك إحدى السلع لا يؤثر في المنفعة الحدية للسلع الأخرى .

2–المنفعة (Utilité): هي مستوى الرضا، الإشباع ، الارتياح والشعور الإيجابي الداخلي الذي يكتسبه الفرد بعد استهلاكه وحدة أو مجموعة من الوحدات من سلعة أو خدمة معينة أو من مجموعة من سلع و/أو خدمات معينة ، فالمنفعة المستمدة من أي سلعة أو خدمة تتوقف على مقدار الإشباع النفسي الذي تجلبه للمستهلك ، وهنا يتم التفرقة بين مفهومي المنفعة الكلية والمنفعة الحدية [1] :

أ –**المنفعة الكلية** (Utilité total): مستوى الإشباع الإجمالي الذي يحققه المستهلك من جميع الوحدات أو كامل الكمية المتاحة لديه من سلع معينة في وحدة زمنية معينة ، ونرمز لها بالرمز (UT) ، وتزداد المنفعة الكلية بزيادة عدد الوحدات المستهلكة حتى يصل المستهلك إلى حد الإشباع الكامل (الحد الأقصى للمنفعة)، ويمكن صياغة دالة المنفعة الكلية (هي دالة رياضية تربط بين متغير تابع متمثل في مستوى المنفعة الكلية والمتغير المستقل المتمثل في عدد وحدات سلعة معينة أو كميات مجموعة من سلع معينة ، وتكتب الصيغة العامة لدالة المنفعة الكلية لمستهلك معين بالعبارة العامة التالية :

$$UT = f(x_1, x_2, x_3 \dots \dots \dots x_n)$$

ب – **المنفعة الحدية أو الهامشية** (Utilité marginale): تعبر عن مقدار التغير في المنفعة الكلية (بالزيادة أو النقصان) نتيجة زيادة استهلاك وحدة إضافية واحدة من سلعة ما، أي أنها منفعة الوحدة الأخيرة ، ونرمز لها بالرمز (Um)، ويمكن صياغة دالة المنفعة الحدية (هي دالة رياضية تعبر عن علاقة موجودة ما بين متغير تابع متمثل في المنفعة الحدية والمتغير المستقل المتمثل في عدد وحدات سلعة معينة أو كميات مجموعة من السلع) لمستهلك معين بالعبارة العامة التالية :

$$Um_x = f(x_1, x_2, x_3 \dots \dots \dots x_n)$$

ويتم قياس المنفعة الحدية رياضيا كما يلي :

[1] أحمد محمد مندور و آخرون، **النظرية الاقتصادية الجزئية** ، مرجع سبق ذكره، ص 94 .

- **حالة البيانات المتقطعة :** $Um_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta X} = \frac{UT_{x2} - UT_{x1}}{X_2 - X_1}$ ، **حيث تعبر** Δ **عن التغير (زيادة أو نقصان أو ثبات)**
- **حالة البيانات المستمرة :** $Um_x = \frac{dUT_x}{dx}$ **حيث تعبر** d **عن العدد المشتق الأول**

الاستنتاج:

$$UT_x = \sum_{i=1}^{i=n} Um_x = Um_{x1} + Um_{x2} + .. Um_{xn} = \int Um_x \, d_x = \int \left(\frac{dUT_x}{dx}\right)$$

3–العلاقة بين المنفعة الكلية والمنفعة الحدية : تتمثل العلاقة بينهما فيما يلي [1]:

–عندما تكون المنفعة الكلية للسلعة x متزايدة بمعدل متزايد تكون المنفعة الحدية للسلعة x موجبة .

–عندما تكون المنفعة الكلية للسلعة x متزايدة بمعدل متناقص تكون المنفعة الحدية للسلعة x متناقصة وموجبة

–عندما تكون المنفعة الكلية للسلعة x في أعظم قيمة لها تكون المنفعة الحدية للسلعة x معدومة .

–عندما تكون المنفعة الكلية للسلعة x متناقصة تكون المنفعة الحدية للسلعة x سالبة

4– قانون تناقص المنفعة الحدية : يعتبر قانون تناقص المنفعة الحدية ذا أهمية خاصة في تفسير سلوك المستهلك وينص هذا القانون على أنه إذا استمر فرد ما في استهلاك وحدات متماثلة من سلعة ما ، فإن المنفعة الحدية لابد وأن تبدأ في التناقص بعد حد معين حتى تصل إلى الصفر عند حد الإشباع، والملاحظ هنا أنه تعتمد فكرة تحقيق المستهلك لأقصى قدر ممكن من المنفعة على قانون تناقص المنفعة الحدية [2]، أي أن نتائج هذا القانون هي :

–منحنى المنفعة الحدية متناقص باستمرار .

–منحنى المنفعة الكلية يتزايد بمعدل متناقص .

[1] سعدي هند، **ملخصات دروس وتمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي(1)**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، جامعة المسيلة، الجزائر، 2019/2018، ص 17.

[2] كساب علي، **النظرية الاقتصادية (التحليل الجزئي)**، مرجع سبق ذكره، ص 210.

المحاضرة الثالثة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الكمية)

عناصر المحاضرة:

– توازن المستهلك :

- ✓ توازن المستهلك في حالة وجود سلعة واحدة.
- ✓ توازن المستهلك في حالة وجود أكثر من سلعة .
- ✓ تمارين تدريبية مع الحلول .
- ✓ توازن المستهلك في حالة وجود أكثر من سلعة باستخدام طريقة مضاعف لاغرانج (Lagrange) (حالة التعظيم وحالة التدنية).

– اشتقاق دوال الطلب :

- ✓ اشتقاق دالة الطلب المارشالية (Derivation of the marshallian Demand Functions)
- ✓ اشتقاق دالة الطلب الهيكسية (Derivation of the Hiksian Demand Function (compensated demand))
- ✓ تمارين تدريبية مع الحلول .

أولا– توازن المستهلك): التوازن يعني المواءمة ما بين رغبته اللامحدودة من جهة، و بين قدرته الشرائية المحدودة من جهة أخرى (إلتقاء محدودية دخله مع عدم قدرته على التحكم في أسعار السلع)، أي أن توازن المستهلك يعبر عن حالة وصول المستهلك إلى أقصى إشباع كلي ممكن عندما ينفق كامل ميزانيته المحدودة، فالمستهلك الرشيد يسعى جاهدا دائما و أبدا على التفكير مليا لاتخاذ القرار الذي يجعل منه قادرا على تحديد الكمية المناسبة التي يمكن أن يستهلكها من سلعة ما لتحقيق أعلى مستوى ممكن من المنافع ، وذلك في ظل توفر عاملين أساسيين هما الدخل المحدود وأسعار السلع التي تعتبر ثابتة في هذا النوع من التحليل ، حيث أن المستهلك لا يمتلك أي قدرة بالتأثير على الأسعار وخاصة إذا كان يقوم بعمليات الشراء من سوق تتميز بالمنافسة الكاملة [1].

[1] نضال علي عباس، سامر علي عبد الهادي، **مبادئ الاقتصاد الجزئي**، دار الأيام ، الأردن، ط1،2015، ص ص 149، 150.

وأهم الفرضيات التي يقوم عليها تحليل سلوك المستهلك هي كالآتي :

- أن يكون لدى المستهلك قدرا محددا من الدخل النقدي (ثبات الدخل).
- ثبات أسعار السلع والخدمات .
- ثبات ذوق المستهلك .
- تجانس جميع وحدات كل سلعة من السلع .
- أن يستهلك المستهلك سلوكا اقتصاديا رشيدا في إنفاق دخله .

✓ **الدخل أو الميزانية** (Revenu): هي قيمة الموارد النقدية التي يستخدمها المستهلك لشراء السلع والخدمات التي يريد من خلال إستهلاكها إشباع رغباته وتحقيق منفعة.

✓ **قيد الدخل (قيد الميزانية)**(Contrainte de revenu): هو معادلة رياضية تعبر عن جميع التوليفات (التشكيلات أو المجموعات) السلعية التي تكلف المستهلك جميع دخله، بمعنى أنه المعادلة الرياضية المعبرة عن مساواة المبلغ الإجمالي للإنفاق الاستهلاكي لقيمة الدخل النقدي أو الميزانية النقدية للمستهلك وتكتب صيغته بالعبارة العامة التالية :

في حالة استهلاك المسهلك لسلعتين فقط X و Y: $R = XPx + YPy$

في حالة استهلاك المستهلك لـ n سلعة :

$$R = X_1Px_1 + X_2Px_2 + \cdots + X_iPx_i + \cdots + X_nPx_n$$

حيث :

R : تعبر عن ميزانية أو دخل المستهلك .

$Px.Py$: هي أسعار السلعتين $x.y$ على التوالي .

$x.y$: الكمية المشتراة من السلعتين .

1–توازن المستهلك في حالة وجود سلعة واحدة : تفترض نظرية المنفعة أن المستهلك عند قيامه بدفع ثمن عن سلعة ما فهو يضحي بمنفعة النقود ، وبالتالي يتعين عليه المقارنة بين المنفعة المحصلة نتيجة استهلاكه لسلعة ما (المنفعة المكتسبة Um) والمنفعة المضحى بها ، حيث يتحقق التوازن عند تعادل المنفعتين .

إن شرط التوازن الذي يكون عنده الإشباع الكامل هو[1] :

$$\frac{Um_x}{Px} = \lambda \leftarrow \lambda \times Px = Um_x \leftarrow$$ **المنفعة الحدية المكتسبة = المنفعة المضحى بها**

حيث : $\lambda \times Px$ **= المنفعة المضحى بها.**

λ : مقدار مساهمة كل وحدة نقدية في المنفعة الكلية للمستهلك .

أما في حالة عدم معرفة قيمة λ ، فإنه يتم تعويضه بشرط الإنفاق الذي يعبر عن المساواة بين الدخل المخصص للاستهلاك ومجموع الإنفاق ، حيث يتم صياغته وفق المعادلة التالية : $R = x\,Px \rightarrow x = \frac{R}{Px}$

2–توازن المستهلك في حالة وجود أكثر من سلعة : يقصد بذلك قيام المستهلك باستهلاك أكثر من سلعة ، أي أن المستهلك ينفق دخله النقدي على أكثر من سلعة ، ومشكلة المستهلك هي أن يقرر الكمية التي يجب أن يستهلكها من السلع المختلفة بحيث يحقق أقصى إشباع ممكن ، وذلك في حدود دخله المتاح للاستهلاك ، وينص شرط التوازن في هذه الحالة على ضرورة تحقق الشرطين التاليين :

***قيد الميزانية (الشرط الأول)**: تصرفات المستهلك لتحقيق أكبر قدر من الإشباع مقيدة بدخله وأسعار السلع التي يرغب في استهلاكها ، لأن دخل المستهلك محدود والأسعار تتحدد في الأسواق وعليه تقبلها ، أي أنه مقيد بشرط الإنفاق الذي يعبر عن المساواة بين الدخل المخصص للاستهلاك ومجموع الإنفاق ($\boldsymbol{R = x.P_x + YP_y}$) وتسمى هذه الصيغة معادلة ميزانية المستهلك (قيد الميزانية) [2]، أي قيد الميزانية يقتضي ضرورة عدم تجاوز إنفاق المستهلك دخله المخصص للاستهلاك كما هو معبر عنه في المعادلة السابقة .

***تساوي المنافع الحدية للنقود (الشرط الثاني)** :يتحقق توازن المستهلك عندما تتعادل المنافع الحدية المكتسبة للسلع و الخدمات المختلفة منسوبة إلى أسعارها مع بعضها البعض وفي نفس الوقت تتعادل مع المنفعة الحدية لوحدة النقود [3](ويرمز لها بالرمز λ) ويمكن التعبير عن ذلك رياضيا كما يلي :

$$\frac{\boldsymbol{Um_x}}{\boldsymbol{P_x}} = \frac{\boldsymbol{Um_y}}{\boldsymbol{P_y}} = \lambda$$

[1] طويطي مصطفى، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي، دروس وتمارين محلولة**، جامعة البويرة ،الجزائر، 2014/2013، ص 74.

[2] خليفي عيسى ، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي 1** ، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة بسكرة، الجزائر، ص 07.

[3] السيد محمد أحمد السريتي ، علي عبد الوهاب نجاء ، **مبادئ الإقتصاد الجزئي**، الدار الجامعية، الإسكندرية ، 2008، ص 206.

أي أن المستهلك يختار التوليفة المثلى عند تحقق الشرطين : تعادل المنافع الحدية للسلع إلى أسعارها و الإنفاق الكامل للدخل المخصص للاستهلاك ، وبالتالي لا يلجأ للاستدانة بالنسبة للتوليفة التي تتطلب أكثر من الدخل المخصص ، ولا يلجأ كذلك للادخار بالنسبة للتوليفة التي تحتاج إلى دخل أقل وهذا

يعني أن وضع التوازن يتطلب تحقيق مايلي :

$$\begin{cases} \frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} \\ R = x.P_x + YP_y \end{cases}$$

حيث :

Um_x ; Um_y : المنافع الحدية للسلعتين x ، y على التوالي .

R : تعبر عن ميزانية أو دخل المستهلك .

$Px.Py$: هي أسعار السلعتين $x.y$ على التوالي .

$x.y$: الكمية المشتراة من السلعتين .

تمارين تدريبية مع الحلول :

التمرين الأول : يبين الجدول التالي البيانات الخاصة بالمنفعة الكلية لمستهلك معين بعد استهلاكه وحدات متتالية من سلعة معينة :

x	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
UT_x	00	20	37	50	58	62	64	64	62	**58**
Um_x										

المطلوب :

1 إتمام الجدول ، ورسم منحنيي المنفعة الكلية والحدية لهذا المستهلك في نفس المعلم المتعامد ، مع التعليق عليهما

2 إذا كانت السلعة مجانية، ما هي أفضل كمية سيأخذها المستهلك من هذه السلعة x ؟

3 تحديد أفضل كمية سيأخذها المستهلك من هذه السلعة إذا كان دخل المستهلك يعادل 42 ون، والسعر الوحدوي لهذه السلعة 06ون

4 –تحديد أفضل كمية سيأخذها المستهلك من هذه السلعة إذا زاد دخل المستهلك بـ 06 ون، وبقاء الأمور الأخرى على حالها ;

5 تحديد الكمية التوازنية التي سيأخذها المستهلك من هذه السلعة إذا أصبح دخل المستهلك 36 ون وبقاء الأمور الأخرى على حالها ;

6 تحديد الكمية المثلى التي سيأخذها المستهلك من هذه السلعة حين يكون دخله 42 ون ويرتفع سعر السلعة إلى 14 ون ;

التمرين الثاني : لنفترض أن الصيغة الرياضية لدالة المنفعة الكلية الخاصة بمستهلك معين :

$$UT = 30x - 3x^2$$

المطلوب :

1 تحديد كمية السلعة x التي تعظم الإشباع الكلي لهذا المستهلك إذا كان عقلانيا وكانت السلعة مجانية ;

2 تحديد الكمية المثلى من السلعة x ، إذا كان سعر شرائها الوحدوي 5ون وكان دخل المستهلك 20 ون;

3 تحديد الكمية التوازن من السلعة x ، إذا انخفض سعر شرائها إلى 4ون وبقاء الأمور الأخرى على حالها ;

4 تحديد الكمية المثلى من السلعة x ، إذا ارتفع سعر شرائها إلى 6 ون و وبقاء الأمور الأخرى على حالها ;

5 تحديد الكمية المثلى من السلعة x ، في حالة بقاء سعر شرائها الوحدوي 5 ون و زاد دخـــل المستهلك بـــ 15 ون ;

6 ستنتج الشروط الأساسية حتى يستمر المستهلك في استهلاك وشراء وحدات إضافية من السلعة x ;

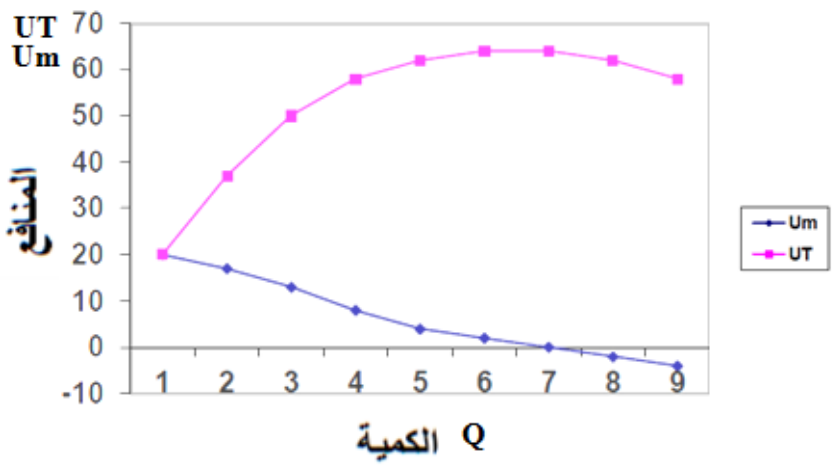
الحل النموذجي للتمرين الأول :

1 إتمام الجدول بحساب المنفعة الحدية للسلعة x : $Um_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta X} = \frac{UT_{x2} - UT_{x1}}{X_2 - X_1}$

x	01	02	03	04	05	06	07	08	09
UT_x	20	37	50	58	62	64	64	62	**58**
Um_x	/	17	13	08	04	02	00	-02	**-04**

✓ رسم منحنيي المنفعة الكلية والحدية لهذا المستهلك في نفس المعلم المتعامد :

شكل رقم (02) : منحنيي المنفعة الكلية والحدية



✓ **التعليق** : نلاحظ أن المنفعة الحدية متناقصة، وهو ما يعبر عنه بقانون تناقص المنفعة الحدية ، بمعنى أن المنفعة الإضافية (الحدية) تتراجع نتيجة الاستمرار في استهلاك وحدات أكثر من سلعة ما ، وطبقا لقانون تناقص المنفعة الحدية فإنه كلما تم استهلاك أكثر فأكثر من سلعة ما ، فإن المنفعة الكلية ستزداد بمعدل أبطأ فأبطأ، بسبب تناقص المنفعة الإضافية (الحدية) نتيجة ازدياد الاستهلاك من السلعة المعنية ، وعليه فقانون تناقص المنفعة الحدية ينص على أنه كلما ازدادت الكمية المستهلكة من سلعة ما، فإن المنفعة الحدية من تلك السلعة تأخذ في التناقص أي : $\frac{\Delta Um_{xi}}{\Delta Q_{xi}} < 0$ ، كما أن المنفعة الحدية عندما تصل إلى الصفر ، تصل حينئذ المنفعة الكلية إلى حدها الأقصى بمعنى أن المستهلك يصل إلى حد التشبع (تعظيم الإشباع الكلي) لما تنعدم المنفعة الحدية أي

$$Max\ UT \Rightarrow \mathrm{Um} = 0:$$

كما تبدأ المنفعة الكلية في التناقص لما تصبح المنفعة الحدية سالبة

2 – إذا كانت السلعة مجانية، أفضل كمية سيأخذها المستهلك من السلعة x هي 07 وحدات .

3 – أفضل كمية سيأخذها المستهلك من هذه السلعة إذا كان دخل المستهلك يعادل 42 ون، والسعر الوحدوي لهذه السلعة 06ون هي 07 وحدات .

لدينا سلعة واحدة وبالتالي قيد الدخل يكون بالشكل التالي : $R = xPx \Rightarrow \mathrm{x} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{Px}} = \frac{42}{6} = 07\mathrm{u}$

4 – أفضل كمية سيأخذها المستهلك من هذه السلعة إذا زاد دخل المستهلك بـ 06 ون، وبقاء الأمور الأخرى على حالها :

$R = xPx \Rightarrow \mathrm{x} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{Px}} = \frac{48}{6} = 08\mathrm{u}$ مرفوضة

أفضل كمية سيأخذها المستهلك من هذه السلعة هي 07 وحدات لأنها تحقق له أقصى إشباع أما 08 وحدات مرفوضة لأنها تنقص من المنفعة الكلية (منفعة الوحدة 08 هي **02–**).

5 – الكمية التوازنية التي سيأخذها المستهلك من هذه السلعة إذا أصبح دخل المستهلك 36 ون وبقاء الأمور الأخرى على حالها هي 06 وحدات .

$$R = xPx \Rightarrow \mathrm{x} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{Px}} = \frac{36}{6} = 06\mathbf{u}$$

6 – الكمية المثلى التي سيأخذها المستهلك من هذه السلعة حين يكون دخله 42 ون ويرتفع سعر السلعة إلى 14 ون:

هي 03 وحدات : $R = xPx \Rightarrow \mathrm{x} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{Px}} = \frac{42}{14} = 03\mathbf{u}$

الحل النموذجي للتمرين الثاني :

1 – تحديد كمية السلعة x التي تعظم الإشباع الكلي لهذا المستهلك إذا كان عقلانيا وكانت السلعة مجانية : يصل إلى حد التشبع (تعظيم الإشباع الكلي) لما تنعدم المنفعة الحدية أي : $Max\ UT_x \Rightarrow Um_x = 0$

$$Um_x = \frac{dUT_x}{dx} \Rightarrow Um_x = 30-6x=0 \Rightarrow x = \frac{30}{6} = 5u$$

2 – الكمية المثلى من السلعة x ، إذا كان سعر شرائها الوحدوي 5ون وكان دخل المستهلك 20 ون:

هي 04 وحدات : $R = xPx \Rightarrow x = \frac{R}{Px} = \frac{20}{5} = 04u$

3 – كمية التوازن من السلعة x ، إذا كان انخفض سعر شرائها إلى 4ون وبقيت الأمور الأخرى على حالها :

هي 05 وحدات : $R = xPx \Rightarrow x = \frac{R}{Px} = \frac{20}{4} = 05u$

4 – الكمية المثلى من السلعة x ، إذا ارتفع سعر شرائها إلى 6 ون و وبقاء الأمور الأخرى على حالها :

هي 03 وحدات : $R = xPx \Rightarrow x = \frac{R}{Px} = \frac{20}{6} = 3.33$

5 – الكمية المثلى من السلعة x ، في حالة بقاء سعر شرائها الوحدوي 5 ون و زيادة دخـــــل المستهلك بـــ 15 ون:

هي 05 وحدات: $R = xPx \Rightarrow x = \frac{R}{Px} = \frac{35}{5} = 07u$ مرفوضة

6 – الشروط الأساسية حتى يستمر المستهلك في استهلاك وشراء وحدات إضافية من السلعة x هي :

- ✓ الرغبة.
- ✓ القدرة على الإنفاق .
- ✓ أن تكون المنفعة الحدية موجبة .

1 – **توازن المستهلك في حالة وجود أكثر من سلعة باستخدام طريقة مضاعف لاغرانج (Lagrange):**

✓ **حالة التعظيم** : إذا كان في دالة المنفعة أكثر من متغيرين ، فإن اتباع طريقة التعويض تصبح معقدة ، وفي هذه الحالة تستخم طريقة أخرى معروفة بطريقة **مضاعف لاغرانج** ، ومبدأ هذه الطـــــــريقة هو تعظيم دالة المنفعة تحت قيد دخـــل المستهلك ، وقد تم اقتراح هذه الطريقة من طـــرف الباحثـــين (**Tucher and Khun**)، ولتبسيط تطبيق الطريقة نفرض أن المستهلك يستهلك سلعتين فقط ، وبالتالي فإن معادلة المنفعة وقيد الميزانية يصاغ وفق النموذج التالي[1] :

[1] طويطي مصطفى، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي**، مرجع سبق ذكره، ص 77.

$$\begin{cases} Max: \boldsymbol{UT_{(x,y)} = f(x,y)} \\ s/c: \boldsymbol{R = x.P_x + YP_y.} \end{cases}$$

وعليه يتم صياغة مضاعف لاغرانج وفق الطريقة التالية :

$$L = UT + \lambda(R - XPx - YPy) \rightarrow Max$$

ولإيجاد قيم التوازن x ، y يجب تحقيق الشرطين التاليين :

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC): يتمثل في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاغف لاغرانج بالنسبة لكل متغير مساوية للصفر $(\frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0، \frac{\delta L}{\delta y} = 0، \frac{\delta L}{\delta x} = 0)$ وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \rightarrow \frac{\delta f}{\delta x} - Px\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{\delta f}{\delta x}}{Px} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \rightarrow \frac{\delta f}{\delta y} - Py\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{\delta f}{\delta y}}{Py} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow R - xPx - yPy = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) وبعد إجراء بعض الحسابات ثم نعوضها في (03) نجد قيم: $x، y، \lambda$.

- **شروط الدرجة الثانية (الكافية)** (SOC):للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرانج لتحديد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة على النحو التالي :

$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} \left[\frac{\delta 2L}{\delta x^2}\right] & \left[\frac{\delta 2L}{\delta xy}\right] & \left[\frac{\delta 2L}{\delta x\lambda}\right] \\ \left[\frac{\delta 2L}{\delta xy}\right] & \left[\frac{\delta 2L}{\delta y^2}\right] & \left[\frac{\delta 2L}{\delta y\lambda}\right] \\ \left[\frac{\delta 2L}{\delta x\lambda}\right] & \left[\frac{\delta 2L}{\delta y\lambda}\right] & \left[\frac{\delta 2L}{\delta \lambda^2}\right] \end{bmatrix}$$

والشروط الثانية لتعظيم لاغرانج تتطلب أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر [1] أي $\det(MHB) > 0$

[1] زغيب شهرزاد، بن ديب رشيد، **الاقتصاد الجزئي أسلوب رياضي**، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 2010، ص 26.

✓ **حالة التدنية** : يمكن أن يكون الهدف من تطبيق مضاعف لاغراج إيجاد قيمة الدخل الواجب إنفاقه للحصول على مستوى محدد من الإشباع ، وعليه فإن دالة التدنية و صيغة لاغرانج تصاغ بالشكل التالي :

$$\begin{cases} Min: \boldsymbol{R} = \boldsymbol{x}.\boldsymbol{P_x} + \boldsymbol{YP_y} \\ s/c: \boldsymbol{UT_{(x,y)}} = \boldsymbol{f(x,y)}. \end{cases}$$

وعليه يتم صياغة مضاعف لاغرانج وفق الطريقة التالية :

$$L = \boldsymbol{x}.\boldsymbol{P_x} + \boldsymbol{YP_y} + \lambda(UT - \boldsymbol{f(x,y)}) \rightarrow Min$$

ولإيجاد قيم التوازن x ، y يجب تحقيق الشرطين التاليين :

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC): يتمثل في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاغف لاغرانج بالنسبة لكل متغير مساوية للصفر ($\frac{\delta L}{\delta x} = 0$، $\frac{\delta L}{\delta y} = 0$، $\frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0$) وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \rightarrow Px - \frac{\delta f}{\delta x}\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{Px}{\frac{\delta f}{\delta x}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \rightarrow Py - \frac{\delta f}{\delta y}\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{Py}{\frac{\delta f}{\delta y}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow UT - \boldsymbol{f(x,y)} = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) وبعد إجراء بعض الحسابات ثم نعوضها في (03) نجد قيم: x، y، λ .

- **شروط الدرجة الثانية (الكافية)** (SOC):للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرانج لتحديد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة والشروط الثانية للتدنية تتطلب أن يكون المحدد الهيسي أقل من الصفر أي $\det(MHB) < 0$

2 – اشتقاق دوال الطلب : تهتم نظرية سلوك المستهلك أساسا بدالة ومنحنى طلب المستهلك على سلعة ما وكيفية اشتقاقه ، ويمكن اشتقاق منحنى طلب المستهلك باستخدام نظرية المنفعة الحدية وتوازن المستهلك ، وتبدأ من وضع يكون فيه المستهلك في حالة توازن ،ومنه نحصل على نقطة واحدة على منحنى طلب المستهلك على السلعة المراد اشتقاق منحنى الطلب عليها ، ثم نقوم بعد ذلك بتغيير سعر هذه السلعة ، الأمر الذي يؤدي إلى تغير وضع توازن

المستهلك واتجاهه إلى وضع توازن جديد [1] ،وهكذا حتى نحصل على سلسلة من النقاط التوازنية مما يعطينا جدولا للطلب على هذه السلعة ، ثم نقوم برسم منحنى الطلب بتوصيل بياني لمختلف النقاط التوازنية المشتراة ، فمنحنى الطلب على سلعة معينة يربط بين الكميات التوازنية المشتراة من السلعة وثمنها في السوق مع ثبات العوامل الأخرى للدخل النقدي وأثمان السلع الأخرى وتفضيلات المستهلك [2].

✓ **اشتقاق دالة الطلب المارشالية (Derivation of the marshallian Demand Functions)** : تعرف دالة الطلب المارشالية بأنها كميات السلعة التي تعظم منفعة المستهلك خضوعا لقيد الدخل (budget constraint) ،بحيث يعتمد الطلب على دخل المستهلك وسعر السلعة ، ويمكن اشتقاق دالة الطلب المارشالية لسلعة ما باستعمال نفس طريقة إيجاد الكميات التوازنية في حالة التعظيم لكن بدون تعويض قيمة أي متغير .

✓ **اشتقاق دالة الطلب الهيكسية (Derivation of the Hiksian Demand compensated demand) Function**: دالة الطلب الهيكسية أو دالة الطلب التعويضية لسلعة ما هي كميات السلعة المطلوبة لتدنية أو تقليل إنفاق المستهلك على جميع السلع مع تقديم مستوى ثابت من المنفعة ، كما نقوم بواسطة دالة الطلب الهيكسية بمعرفة أثر إحلال (Substitution Effect) سلعة مكان أخرى ..وأثر الدخل(Income Effect) في الطلب على سلعة ما ..، ويمكن اشتقاق دالة الطلب الهيكسية لسلعة ما باستعمال نفس طريقة إيجاد الكميات التوازنية في حالة التدنية لكن بدون تعويض قيمة أي متغير.

3 **نقد نظرية المنفعة القياسية** : بالرغم من النتائج التي توصل إليها التحليل الاقتصادي الجزئي باتباع نظرية المنفعة القياسية (الكمية) للمدرسة الحدية ، والوصول لتفسير وتحليل منطقي لسلوك المستهلك و طريقة اتخاذه قرار الاستهلاك ، إلا أنها تعرضت للنقد ، ومن أهم الانتقادات التي وجهت لها نجد :

- ✓ فكرة المنفعة ذاتية و ليست موضوعية ، أي أنها فكرة نسبية تختلف من شخص لآخر و من ظرف لآخر لنفس الشخص .
- ✓ عدم إمكانية قياس المنفعة لانعدام توافر وسائل القياس ، بل أكد اقتصاديون معاصرون استحالة قياس المنفعة عمليا ، وقالوا بأن المستهلك عادة ما يقوم بالتفضيل بين مجموعات السلع و الخدمات ، و لاستكمال النقائص التي وردت في نظرية المنفعة الكمية (القياسية) ، تم اعتماد المدخل الترتيبي للمنفعة أو ما يعرف بنظرية المنفعة الترتيبية .

[1] السيد محمد أحمد السريتي ، علي عبد الوهاب نجا ، **مبادئ الاقتصاد الجزئي**، الدار الجامعية، الاسكندرية، 2008، ص 212.

[2] أحمد محمد مندور وأخرون، **النظرية الاقتصادية الجزئية**، مرجع سبق ذكره ، ص 142.

تمارين تدريبية مع الحلول :

التمرين الأول : يبين الجدول التالي البيانات الخاصة بالمنفعة الحدية لمستهلك معين بعد استهلاكه وحدات متتالية من السلعتين x و y:

Q	01	02	03	04	05	06	07	08
Um_x	80	70	60	50	40	30	20	**10**
Um_y	55	50	45	40	35	30	25	**20**

المطلوب :

إذا كان دخل المستهلك المخصص للسلعتين هو $R = 60um$ ، وكان سعر السلعتين x و y على التوالي :

$$Px = 10um\ ; Py = 05um$$

01 – تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك ، وحساب مقدار المنفعة الكلية المحققة من هذه التوليفة .

02 – ماهي الكميات التوازنية الجديدة إذا علمت أن سعر السلعة x انخفض إلى 05 ون مع بقاء الأمور الأخرى على حالها ;

03 – استنتج دالة الطلب على السلعة x علما أنها خطية ;

04 – مثل بيانيا منحنى الطلب على السلعة x في معلم متعامد ومتجانس ;

الحل النموذجي :

01 – تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك:

Q	01	02	03	04	05	06	07	08
Um_x	80	70	60	50	40	30	20	**10**
Um_y	55	50	45	40	35	30	25	**20**
$\frac{Um_x}{P_x}$	8	7	6	5	4	3	2	**1**
$\frac{Um_y}{P_y}$	11	10	9	8	7	6	5	**4**

– بتطبيق شرطي توازن المستهلك واعتمادا على النتائج في الجدول أعلاه نجد :

$$\begin{cases} \frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} \dots (1) \rightarrow (x,y) = \{(8,4);(2,5);(3,6);(4,7);(5,8) \\ R = x.P_x + YP_y \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

– نتحقق من شرط الإنفاق الكامل للدخل لمختلف التوليفات التي حققت الشرط (01):

$$\begin{cases} R_{(1,4)} = 1(10) + 4(5) = 30 \rightarrow R_{(1,4)} < 60um \text{ مرفوض} \\ R_{(2,5)} = 2(10) + 5(5) = 45 \rightarrow R_{(2,5)} < 60um \text{ مرفوض} \\ R_{(3,6)} = 3(10) + 6(5) = 60 \rightarrow R_{(3,6)} = 60um \text{ مقبول} \end{cases}$$

ومنه التوليفة الاستهلاكية المثلى هي : $(x,y) = (3u;6u)$

02 – الكميات التوازنية الجديدة عند انخفاض سعر السلعة x إلى 05 ون مع بقاء الأمور الأخرى على حالها :

Q	01	02	03	04	05	06	07	08
Um_x	80	70	60	50	40	30	20	**10**
Um_y	55	50	45	40	35	30	25	**20**
$\frac{Um_x}{P_x}$	16	14	12	10	8	6	4	**2**
$\frac{Um_y}{P_y}$	11	10	9	8	7	6	5	**4**

– بتطبيق شرطي توازن المستهلك واعتمادا على النتائج في الجدول أعلاه نجد :

$$\begin{cases} \frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} \dots (1) \rightarrow (x,y) = \{\{(4,2);(5,4);(6,6);(7,8)\} \\ R = x.P_x + YP_y \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

– نتحقق من شرط الإنفاق الكامل للدخل لمختلف التوليفات التي حققت الشرط (01):

$$\begin{cases} R_{(4,2)} = 4(5) + 2(5) = 30 \rightarrow R_{(4,2)} < 60um \text{ مرفوض} \\ R_{(2,5)} = 5(5) + 4(5) = 45 \rightarrow R_{(5,4)} < 60um \text{ مرفوض} \\ R_{(3,6)} = 6(5) + 6(5) = 60 \rightarrow R_{(6,6)} = 60um \text{ مقبول} \end{cases}$$

ومنه التوليفة الاستهلاكية المثلى هي: $(x, y) = (6u; 6u)$

03 – استنتج دالة الطلب على السلعة x علما أنها خطية ;

الصيغة العامة لدالة الطلب :

$$Qd_x = a + bP_x$$

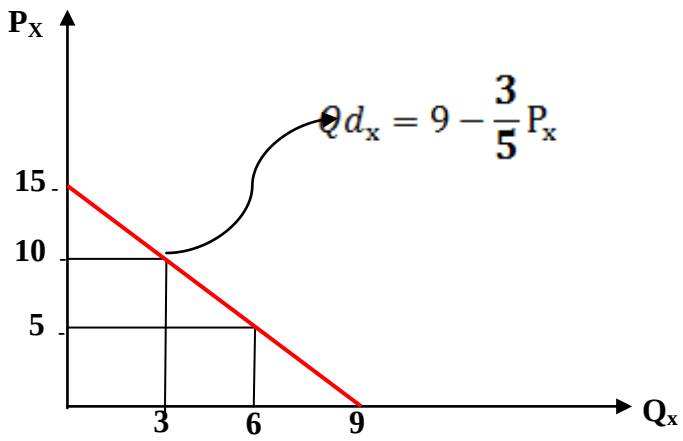
$$\begin{cases} 3 = a + b(10) \dots\dots (1) \rightarrow (2) - (1) \text{ بالطرح} \\ 6 = a + b(5) \dots\dots (2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 = -5b \\ \rightarrow b = \dfrac{-3}{5} \end{cases}$$

بتعويض b في (1)أو (2) نجد : $6 = a - \left(\frac{3}{5}\right)(5) \rightarrow a = 9$

ومنه الصيغة الرياضية لدالة الطلب على السلعة x هي : $Qd_x = 9 - \frac{3}{5}P_x$

04 – تمثيل منحنى الطلب :

شكل رقم (03) : منحنى الطلب .



المحاضرة الرابعة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية / منحنيات السواء)

عناصر المحاضرة:

– **نظرية المنفعة الترتيبية** (Théorie ordinale de l'utilité).

- ✓ **الفرضيات التي تقوم عليها النظرية .**
- ✓ **تعريف منحنى السواء .**
- ✓ **خريطة السواء.**
- ✓ **خصائص منحنيات السواء.**

–المعدل الحدي للاحلال $TMS_{xày}$

أولا– نظرية المنفعة الترتيبية (Théorie ordinale de l'utilité): **هي** نظرية قائمة على فكرة استحالة قياس مستوى الإشباع المحقق وإنما على قابلية ترتيب تفضيلات المستهلك لما يستهلكه من سلع وخدمات، أي هذه النظرية ترفض فكرة قابلية المنفعة أو الإشباع للقياس، فتحليل سلوك المستهلك اعتمادا على فكرة المنفعة الترتيبية أو تحليل منحنيات السواء الذي يقوم على أساس قابلية المنفعة للقياس الترتيبي وعدم قابليتها للقياس العددي ، ومنحنيات السواء هي أداة تحليلية ابتكرها الاقتصادي البريطاني **فرنسيس ادجورث** ، كما تبناها الاقتصادي الإيطالي **باريتو** ، وشاع استخدامها بكثرة من طرف **هيكس وآلين** و قد قرر الباحثان أنه لا حاجة لإمكانية قياس المنفعة بل ما يمكن افتراضه هو أن المستهلك بإمكانه أن يوزع دخله بين السلع والخدمات المختلفة حسب تفضيلاته في فترة زمنية معينة .

1 – الفرضيات التي تقوم عليها النظرية :يعتمد تحليل منحنيات السواء أو نظرية المنفعة الترتيبية على مجموعة من الافتراضات أهمها:

- ✓ **رشد المستهلك** : أي أن المستهلك يكون عقلاني ويحسن الإدراك ، أي أن المستهلك الرشيد يسعى للحصول على أكبر قدر من المنفعة بتحمل أقل التكاليف .
- ✓ **المنفعة مفهوم ترتيبي** : أي أن المستهلك يكون قادر على تقييم مستوى الاشباع المستمد من كل مجموعة ، بحيث يستطيع مقارنة هذه المستويات من الإشباع و ترتيبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا.

✓ **مبدأ تناقص المعدل الحدي للاحلال** : جاء هذا المبدأ بديلا عن مبدأ تناقص المنفعة الحدية ، حيث أن استقرار وضع التوازن وتحقيق هدف تعظيم المنفعة يشترط سريان مفعول هذا القانون أي تناقص المعدل الحدي للإحلال.

✓ **وجود سلعتين فقط** : يقتصر تحليل منحنيات السواء وجود سلعتين فقط أمام المستهلك، لامكانية التمثيل البياني.

2 – تعريف منحنى السواء : يعتبر منحنى السواء وسيلة لترتيب تفضيلات المستهلك ، و يستعمل كأداة لتحليل سلوك المستهلك (بالفرنسية: La Courbe d'Indifférence، وبالانجليزية: *Indifference Curve The*)، و هو المحل الهندسي للمجموعات السلعية المختلفة التي تعطي للمستهلك نفس مستوى الاشباع ، أي منحنى يشمل مجموعة من النقاط التي تعبر عن توليفات من سلعتين مختلفتين وإحلاليتين (تبادليتين) X وY ، و التي تحقق للمستهلك نفس مستوى الإشباع الكلي، حيث أن الانتقال من نقطة لأخرى على نفس المنحنى يعني أن المستهلك يضحي بكمية معينة من السلعة Y لزيادة كمية معينة من السلعة X للحفاظ على نفس مستوى الإشباع الكلي.

3 – خريـــطة الســـواء :

(بالفرنسيـــة: Le Plan d'Indifférence وبالانجليزيـة: *The Indifférence Map*): هي مجموعة من منحنيات السواء الخاصة بمستهلك ما والتي تعكس تصوره الشخصي عن المجموعات السلعية التي تعطيه مستوى إشباع أكبر أو أقل بالمقارنة ، وكل منحنى سواء أعلى وإلى يمين منحنى سواء آخر يعطي للمستهلك مستوى إشباع أكبر والعكس صحيح .

4 – خصائص منحنيات السواء : تمتاز منحنيات السواء بعدد من الخصائص يمكن إبرازها على النحو التالي :

✓ منحنيات السواء تنحدر إلى الأسفل من اليسار إلى اليمين .

✓ منحنيات السواء لا تتقاطع و محدبة نحو نقطة الأصل .

✓ ميلها سالب .

✓ كل منحنى سواء يعني معدل إشباع مختلف عن الآخر .

5 – المعدل الحدي للاحلال $TMS_{x\grave{a}y}$:يقصد بالمعدل الحدي للإحلال بين السلعتين x و y عدد الوحدات من السلعة y التي يتم التخلي عنها مقابل تعويضها (إحلالها) بوحدة واحدة من السلعة x كي يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء ، ومحققا نفس درجة الإشباع $(\Delta UT = 0)$.

ويعبر عنه رياضيا بالعلاقة التالية: $TMS_{x\grave{a}y} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-Umx}{Umy}$

مثال : لتكن لدينا المجموعات السلعية من x و y المتمثلة في الجدول الآتي والتي تعطي للمستهلك نفس مستوى الإشباع :

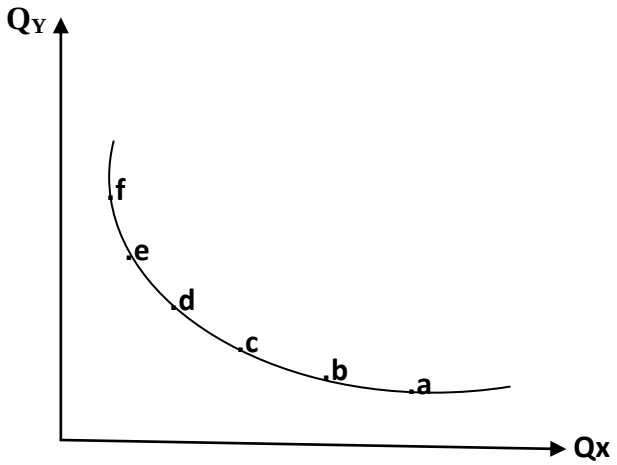
المجموعات السلعية	A	B	C	D	E	F
X	5	3.5	2.5	1.7	1.1	**0.6**
Y	1	2	3	4	5	**6**

المطلوب :

1 مثل منحنى السواء من خلال النقاط الموجودة في جدول السواء .

2 أوجد المعدل الحدي للاحلال $TMS_{xày}$

الحل : 1– التمثيل البياني لمنحنى السواء



1 **حساب المعدل الحدي للإحلال** $TMS_{xày}$:

المجموعات السلعية	A	B	C	D	E	F
X	5	3.5	2.5	1.7	1.1	**0.6**
Y	1	2	3	4	5	**6**
$TMS_{xày} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$	/	**–1.5**	**–1**	**–0.8**	**–0.6**	-0.5

المحاضرة الخامسة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية / منحنيات السواء)

عناصر المحاضرة:

- **خط الميزانية (خط الدخل) .**
- **التغير في وضع خط الميزانية:**
  - ✓ **التغير في الميزانية (دخل المستهلك).**
  - ✓ **التغير في سعر السلعة x.**
  - ✓ **التغير في سعر السلعة y.**
- **توازن المستهلك بيانيا (باستخدام منحنيات السواء).**
- **تمارين تدريبية مع الحلول .**

أولا– خط الميزانية (خط الدخل) : هو الخط الذي يمر من الأزواج التي تمثل الكميات المستهلكة من السلعتين والتي تحقق المعادلة : $R = XPx + YPy$، حيث :

R : تعبر عن ميزانية أو دخل المستهلك .

$Px.Py$: هي أسعار السلعتين $x.y$ على التوالي .

$x.y$: الكمية المشتراة من السلعتين .

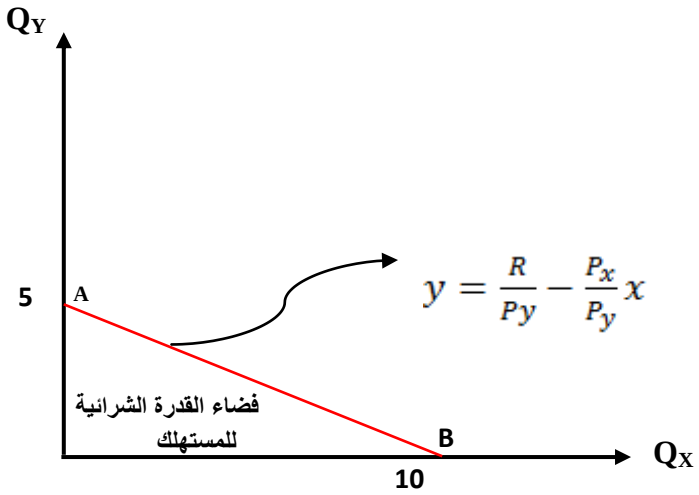
ويمكن تمثيل معادلة خط الميزانية كما يلي : $y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x$

مثال : إذا كانت أسعار السلعتين على التوالي 1 ون، 2ون ودخل المستهلك 10ون .

المطلوب : أوجد معادلة خط الميزانية وارسمه .

معادلة خط الميزانية : $R = XPx + YPy \rightarrow 10 = x + 2y \rightarrow y = 5 - \frac{x}{2}$

نقوم بتمثيل خط الميزانية انطلاقا من النقطتين A و B حيث $A\left(0,\frac{R}{P_y}\right); B\left(\frac{R}{P_x},0\right)$

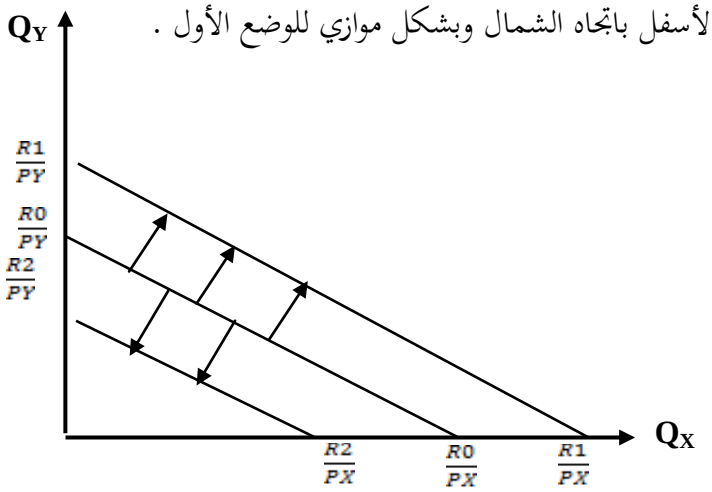


ملاحظة : أي توليفة استهلاكية تقع على خط الميزانية يستطيع المستهلك شراءها بصرف كامل دخله ، و أي توليفة استهلاكية تقع أسفل خط الميزانية تكون داخل فضاء القدرة الشرائية للمستهلك، و يستطيع شراءها لكنه لا يصرف كامل دخله، و أي

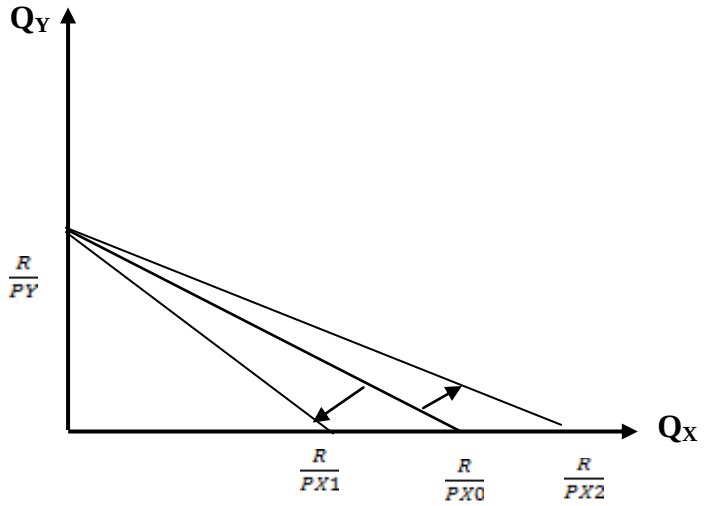
توليفة استهلاكية تقع أعلى خط الميزانية تكون خارج فضاء القدرة الشرائية للمستهلك، ولا يستطيع شراءها بدخله المحدود .

ثانيا– التغير في وضع خط الميزانية :يتغير وضع خط الميزانية (خط الدخل) نتيجة التغير في دخل المستهلك أو التغير في سعر السلعة x أو سعر السلعة y كما يلي :

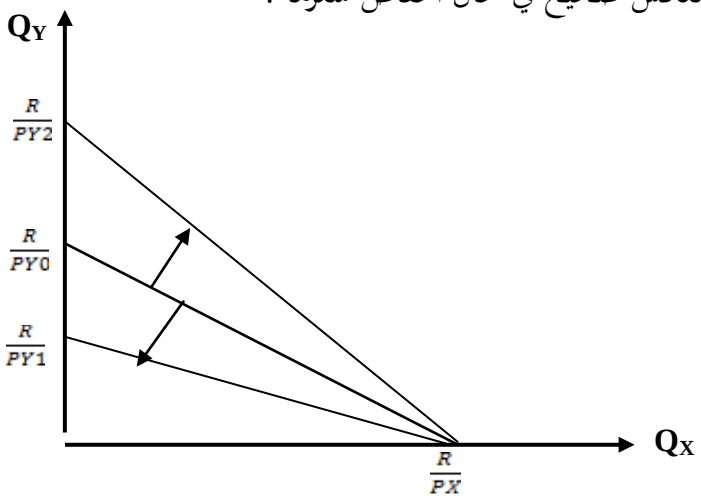
- ✓ **التغير في الميزانية (دخل المستهلك)** : أن الزيادة في دخل المستهلك يؤدي إلى انتقال أو نزوح خط الميزانية إلى الأعلى باتجاه اليمين وبشكل موازي لخط الميزانية الأول قبل تغير الدخل، بينما انخفاض دخل المستهلك يؤدي إلى نزوحه إلى الأسفل باتجاه الشمال وبشكل موازي للوضع الأول .



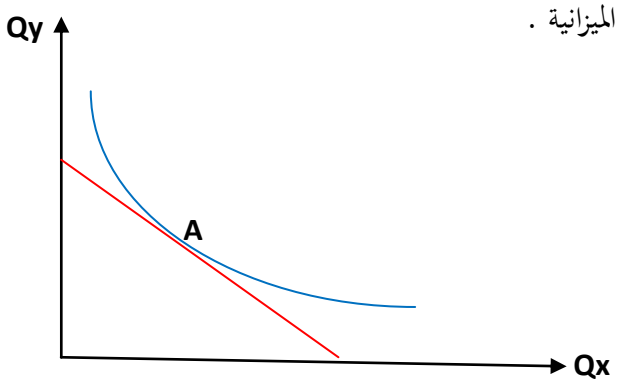
✓ **التغير في سعر السلعة x** :زيادة سعر السلعة x يؤدي إلى دوران خط الميزانية من ناحية السلعة x في اتجاه دوران عقارب الساعة والعكس صحيح في حال انخفاض سعرها .



✓ **التغير في سعر السلعة y**: زيادة سعر السلعة y يؤدي إلى دورن خط الميزانية من ناحية السلعة y في الاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة والعكس صحيح في حال انخفاض سعرها .



ثالثا– توازن المستهلك بيانيا (باستخدام منحنيات السواء) :إن منحنيات السواء تعبر عن رغبات المستهلك وذوقه، في حين يعرف خط الميزانية بأنه الخط الذي يحدد المجال الذي يتحرك ضمنه المستهلك استنادا إلى دخله النقدي وأسعار السلع السائدة في السوق ، بهذا فإن المستهلك يكون في وضع توازن عندما تتطابق رغباته مع إمكانياته المادية وتتمثل هذه الحالة تماما عند تماس منحنى السواء مع خط الميزانية .



يتضح من الشكل أن النقطة A تمثل نقطة توازن المستهلك حيث أن ميل منحنى السواء يساوي تماما ميل خط الميزانية و يمثل المعدل الحدي للإحلال عند التوازن، و يمكن كتابتها كما يلي: $TMS_{xày} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{Px}{Py}$

تمارين تدريبية مع الحلول [1] :

التمرين الأول : يبين الجدول التالي توليفات مختلفة من سلعتين X و Y والتي تحقق نفس مستوى الإشباع لمستهلك افتراضي معين :

Qx	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Qy	1	1.1	1.3	1.6	2	2.5	3.2	4.3	6	8.5	12	17	24

المطلوب :

1- تمثيل المنحنى الذي يشمل النقط ذات الإحداثيات (x.y) ، بوضع قيم Qx على المحور الأفقي و Qy على المحور الرأسي .

2- شرح المفهوم الاقتصادي الذي يمثله هذا المنحنى ؟ حلل المنحنى وانطلاقا من التحليل استنتج خصائص هذا النوع من المنحنيات .

3- حساب قيم ميل ذاك المنحنى البياني بين كل نقطتين متتاليتين من النقاط الظاهرة في الجدول الوارد أعلاه .

4- شرح المفهوم الاقتصادي الذي يمثله الميل بين كل نقطتين متتاليتين من المنحنى والواردة في الجدول أعلاه ؟

5- التعليق على قيم ميل المنحنى الذي تم تمثيله . ثم اذكر المعلومات التي يمكن استخلاصها من التمرين ؟

التمرين الثاني : لنفترض وجود مستهلك افتراضي يسعى إلى تعظيم اشباعه الكلي من خلال صرف مبلغ يقدر بـ45 ون كنفقات لشراء كميـــات متغيرة من سلعتين مختلفتين y,x بسعريـــن وحدويين يساويان وعلى هـــذا الترتيب : 9 ون ، 5 ون

المطلوب:

1-كتابة العبارة الرياضية لـ قيد دخل (Icome constraint) هذا المستهلك.

2- تمثيل خط ميزانيته المستهلك في معلم متعامد (بوضع قيم Qx على المحور الأفقي و Qy على المحور الرأسي)، واستنتاج ميله .

3- تحديد مواقع التوليفات C,B,A الممثلة بالثنائيات المرتبة (x,y)التالية : (5،4),(2،1), (4.5،2.5) ،وماذا تمثل ؟

4- شرح تأثير ارتفاع سعر السلعة x بوحدة نقدية واحدة على خط الميزانية (Budjet Line).

[1] من إعداد أعضاء الفرقة البيداغوجية لمقياس الاقتصاد الجزئي ، كلية العلوم الاقتصادية،التجارية وعلوم التسيير ، جامعة ابن خلدون ، تيارت.

5- شرح تأثير ارتفاع او انخفاض مستوى دخل المستهلك على خط الميزانية مع بقاء سعر السلعتين على حالهما .

التمرين الثالث : لنفرض أن الجدول الموالي يلخص مجموعة من الخيارات الاستهلاكية المتاحة لمستهلك عقلاني من السلعتين xوy ، معطاة وفق الجدول التالي:

Combination	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Q_X	01	02	04	06	02	03	05	07	05	**06**
Q_Y	16	16	14	14	11	10	10	09	06	**06**
Combination	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	**T**
Q_X	06	09	09	09	09	14	13	12	14	**15**
Q_Y	07	06	03	04	05	01	02	04	04	**03**

حيث تعطى التفضيلات الذاتية لهذا المستهلك على النحو التالي :

L-S/D-H-S ; C-K-O/P-M-I/A-E-P ;

G-k-R ;J-Q-N-B/B-F; **F>E ; O>N ; L>K ;**

المطلوب :

1 -ترتيب تفضيلات هذا المستهلك بناءا على جملة المعطيات الواردة في هذا التمرين .

2 -تحديد مختلف التوليفات الاستهلاكية التي يمكن لهذا المستهلك الحصول عليها بانفاق كامل دخل مقداره 45 ون، والاسعار الوحدوية للسلعتين x وy هما على التوالي:04ون،03ون.

- تعيين التوليفة الاستهلاكية المثلى التي سوف يختارها هذا المستهلك في ظل هذه المعطيات ، وإن كان عقلانيا ورشيدا ؟

التمرين الرابع : لنفترض أن الصيغة الرياضية الموالية عبارة عن دالة المنفعة الكلية الخاصة بمستهلك عقلاني معين : $UT = 2xy + 4y$، حيث تمثل UT مستوى الإشباع الكلي لهذا المستهلك في حين تمثل x و y الكميتين المستهلكتين من سلعتين مختلفتين ، مع العلم أن دخل المستهلك هو $R = 300um$ ، وكان سعر السلعتين $Px = 10um\ , Py = 20um$ ، (um تعني وحدة نقدية).

المطلوب :

1 تعيين توليفتين مختلفتين من السلعتين x و y التي يمكن لهذا المستهلك شراء كل واحدة منهما بصرف كامل دخله ;

2 تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك (بطريقتين)، وحساب مستوى إشباعه الكلي التوازني حينئذ ;

3 تحديد عبارة المعدل الحدي للإحلال ($TMS_{X,Y}$) ، مع إعطاء تعريف مضبوط له وحساب قيمته عند وضع التوازن :

4 اشتقاق عبارة دالة الطلب المارشالية، على السلعة x ثم على السلعة y ;

5 اشتقاق صيغة دالة المنفعة غير المباشرة لهذا المستهلك ;

6 اشتقاق عبارة دالة الطلب الهيكسية، على السلعة x ثم على السلعة y ;.

7 اشتقاق عيارتي دالتي أنجل لهذا المستهلك ;

8 إيجاد التوليفة الإستهلاكية التوازنية إذا انخفض سعر السلعة x إلى 05 ون، مع بقاء الأشياء الأخرى على حالها ;

9 التمثيل البياني لخط ميزانية هذا المستهلك في معلم متعامد ;

التمرين الخامس : لنعتبر أن الصيغة الرياضية الموالية تمثل عبارة دالة المنفعة الكلية الخاصة بأحد المستهلكين العقلانيين : $UT = 20x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$ ، حيث تمثل UT مستوى الإشباع الكلي لهذا المستهلك في حين تمثل x و y الكميتين المستهلكتين من سلعتين مختلفتين ، مع العلم أن دخل المستهلك هـــــو $R = 320um$ ، وكان سعـــــر السلعتين على الترتيب $Px = 8um\ , Py = 12um$ ، (um تعني وحدة نقدية).

المطلوب :

1 تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y وتحديد مستوى الإشباع الكلي في ذلك الوضع

2 اشتقاق عبارة دالة الطلب المارشالية، على السلعة x ثم على السلعة y ;

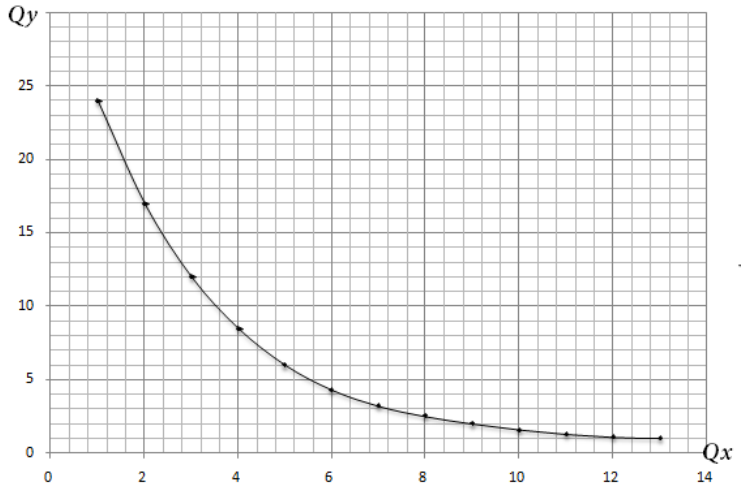
3 اشتقاق صيغة دالة المنفعة غير المباشرة لهذا المستهلك ;

4 اشتقاق عبارة دالة الطلب الهيكسية، على السلعة x ثم على السلعة y ;.

5 اشتقاق عيارتي دالتي أنجل لهذا المستهلك مع فرضية ثبات السعرين الإبتدائيين لهذا المستهلك ;

الحل النموذجي للتمرين الأول:

1 –**التمثيل البياني :**



2 –**شرح المعنى الاقتصادي للتمثيل البياني:** يمثل المنحنى البياني الظاهر أعلاه ما يعرف في لغة الاقتصاد بـ "منحنى السواء"، (بالفرنسية: La Courbe d'Indifférence، وبالانجليزية: *Indifference The Curve*)، و هو منحنى يشمل مجموعة من النقاط التي تعبر عن توليفات من سلعتين مختلفتين وإحلاليتين (تبادليتين) x وy ، و التي تحقق للمستهلك نفس مستوى الإشباع الكلي، حيث أن الانتقال من نقطة لأخرى على نفس المنحنى يعني أن المستهلك يضحي بكمية معينة من السلعة y لزيادة كمية معينة من السلعة x للحفاظ على نفس مستوى الإشباع الكلي.

خصائص منحنيات السواء: 1– سالبة الميل؛ 2– منحدرة من اليسار إلى اليمين؛ 3– محدبة نحو نقطة الأصل؛ 4– لا تتقاطع فيما بينها ولا تقطع المحورين الأفقي والعمودي. 5– في حالة وجود عدة منحنيات سواء فإن ذلك يسمى بـ "خريطة سواء" (بالفرنسية: Le Plan d'Indifférence، وبالانجليزية: *The Indifference Map*)، حيث يمثل كل منحنى سواء مستوى إشباع معين، وكلما انتقلنا من منحنى سواء إلى منحنى سواء آخر باتجاه اليمين كلما زاد مستوى الإشباع الكلي، وكلما انتقلنا يسارا انخفض مستوى الإشباع الكلي.

3. **حساب قيم ميل منحنى السواء :**

Qx	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
Qy	24	17	12	8.5	6	4.3	3.2	2.5	2	1.6	1.3	1.1	**1**
ميل منحنى السواء	/	-7	-5	-3.5	-2.5	-1.7	-1.1	-0.7	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	**-0.1**

و بنفس الطريقة نحسب بقية قيم الميل , $\text{الميل} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{17-24}{2-1} = -7$

– ميل منحنى السواء هو المعدل الحدي للإحلال $TMS_{xày}$

4- **المعدل الحدي للإحلال** $\mathbf{TMS_{xày}}$: هو المعدل الذي يعبر عن مقدار الكمية المضحى بها من السلعة y للحصول على كمية إضافية من السلعة x مع المحافظة على نفس مستوى الإشباع. و يمكن كتابته بالعبارة التالية:

$$TMS_{xày} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

5- **المعلومات التي يمكن استخلاصها من التمرين :**

- ✓ التوليفات السلعية (x.y) الواقعة على منحنى السواء هي سلعتين مختلفتين و احلاليتين (تبادليتين) تحقق للمستهلك نفس مستوى الإشباع الكلي أي $\Delta UT = 0$.
- ✓ ميل منحنى السواء هو المعدل الحدي للإحلال $TMS_{xày}$
- ✓ المعدل الحدي للإحلال متناقص .
- ✓ منحنى السواء وسيلة لترتيب تفضيلات المستهلك و أداة تحليلية لسلوك المستهلك .

الحل النموذجي للتمرين الثاني :

1. العبارة الرياضية لقيد الدخل: $R - XPx - YPy = 0$

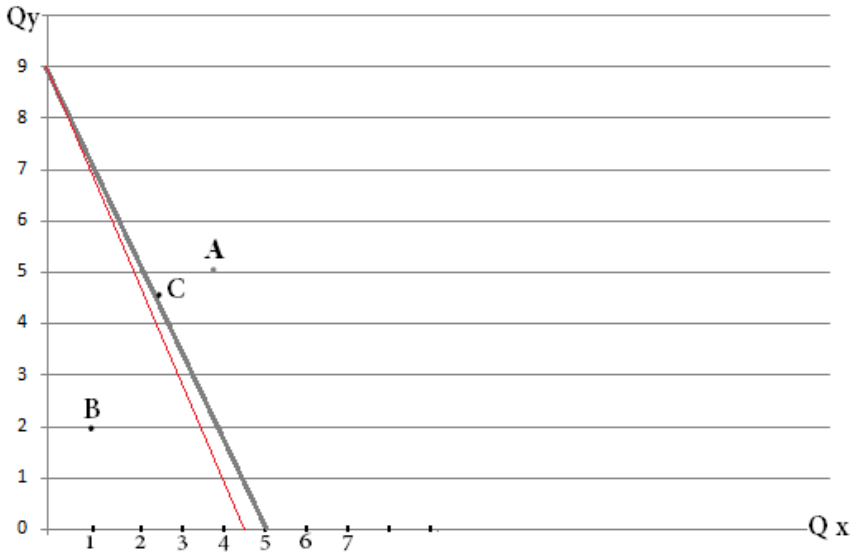
قيد الدخل لهذا المستهلك: $45 - 9X - 5Y = 0$

استنتاج معادلة خط ميزانية هذا المستهلك: لدينا : $45 - 9x - 5y = 0$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{45 - 9x}{5} \quad \Rightarrow \quad y = 9 - \frac{9}{5}x$$

تمثل : $-\frac{9}{5}$ **ميل خط الميزانية و هي تعبر عن :** $-\frac{Px}{Py}$

2 -نقوم بتمثيل معادلة خط الميزانية كما يلي:



3 تمثل النقطة A: توليفة استهلاكية تقع خارج فضاء القدرة الشرائية للمستهلك.

تمثل النقطة B: توليفة استهلاكية داخل فضاء القدرة الشرائية للمستهلك، يستطيع شراءها لكنه لا يصرف كامل دخله.

تمثل النقطة C : توليفة استهلاكية تقع على خط ميزانية المستهلك، تحقق توازن المستهلك يستطيع شراءها بصرف كامل دخله.

4- ارتفاع سعر السلعة X بوحدة نقدية واحدة يؤدي الى انتقال خط الميزانية يسارا و تغير ميل خط الميزانية .

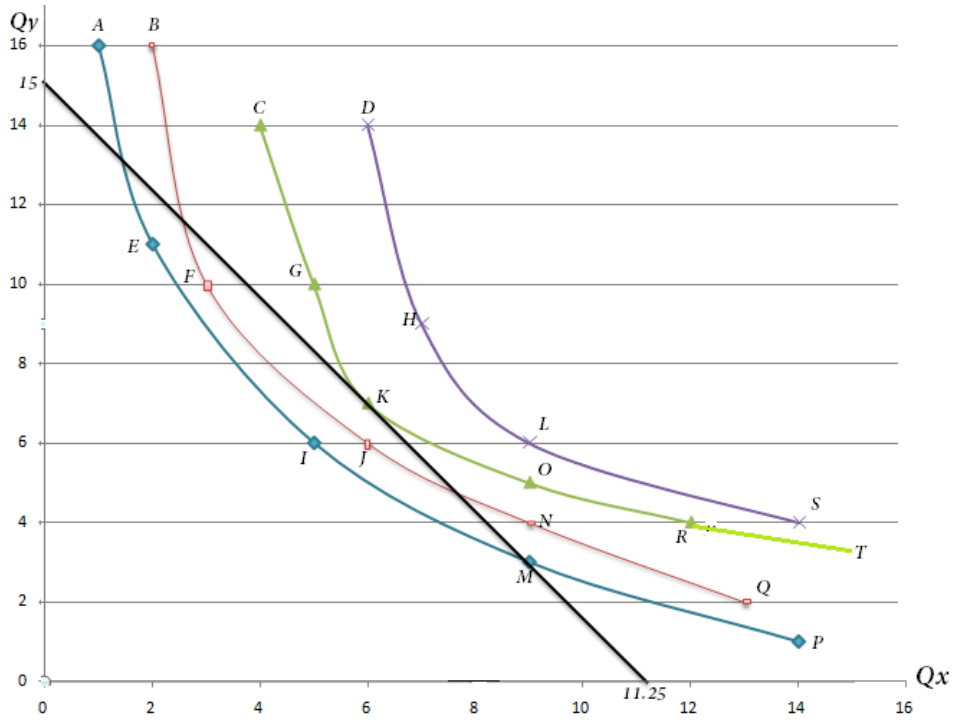
$$y = 9 - 2x$$

5- عند ارتفاع دخل المستهلك مع بقاء أسعار السلعتين ***x و y*** على حالهما ، فإن خط الميزانية ينسحب يمينا (دون تغير ميله)، مما يزيد من فضاء القدرة الشرائية للمستهلك.

عند انخفاض دخل المستهلك مع بقاء أسعار السلعتين على حالهما، فإن خط الميزانية ينسحب يسارا مما يقلل من فضاء القدرة الشرائية للمستهلك.

الحل النموذجي للتمرين الثالث:

1- ترتيب تفضيلات المستهلك و تمثيلها بيانيا :



2- التوليفات الاستهلاكية التي يمكن للمستهلك اختيارها إذا كان دخله 45 و.ن و أسعار السلعتين : و.ن 4 و 3 و.ن على التوالي هي: K(6,7) و M(9,3)

K(6,7) $\Rightarrow$ 6*4 + 7*3 = 45 u,m

M(9,3) $\Rightarrow$ 9*4 + 3*3 = 45 u,m

3- التوليفة الاستهلاكية المثلى التي سيختارها هذا المستهلك هي: K(6,7) لأنها تقع على منحنى السواء الثالث مما يعني أن مستوى الاشباع عند استهلاكها أكبر من مستوى الاشباع عند استهلاك التوليفة M(9,3) التي تقع على منحنى السواء الأول .

الحل النموذجي للتمرين الرابع :

1 تعيين توليفتين مختلفتين من السلعتين x و y التي يمكن لهذا المستهلك شراء كل واحدة منهما بصرف كامل دخله : نقوم بكتابة معادلة قيد الدخل $R - XPx - YPy = 0$، فنجد :

$300 - 10x - 20y = 0$ ، لإيجاد التوليفات المطلوبة نعوض في المعادلة بقيمة موجبة لـ x فنجد y والعكس صحيح :

مثلا : $(x = 8u; y = 11u)$ ،$(x = 10u; y = 10)$ ،$(x = 12; y = 9u)$

2 تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك (بطريقتين)، وحساب مستوى إشباعه الكلي التوازني حينئذ :

✓ **بطريقة شرطي التوازن نجد**

$$\begin{cases} \frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py} \rightarrow \frac{2y}{10} = \frac{2x+4}{20} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ R = XPx + YPy \rightarrow 300 = 10x + 20y \dots (2) \end{cases}$$:

من (1) نجد : $\rightarrow 10(2x + 4) = 20(2y) \rightarrow 20x + 40 = 40y$

$\frac{2y}{10} = \frac{2x+4}{20}$

و بالتعويض في المعادلة (2) نجد التوليفة التوازنية:

$\rightarrow x = 2y - 2$ أو $y = 0.5x + 1$

$300 = 10(2y - 2) + 20y \rightarrow 320 = 40y$

$\rightarrow y = 8u \; ; x = 2(8) - 2 = 14u$

التوليفة الإستهلاكية المثلى هي :$(x = 14u; y = 8u)$ ، الإشباع الكلي التوازني (نعوض التوليفة الإستهلاكية المثلى في دالة المنفعة) هو : $UT^{Max} = 256uu$

✓ **بطريقة مضاعف مضاعف لاغرونج :**

$L = UT + \lambda(R - XPx - YPy) \rightarrow Max$

$L = 2xy + 4y + \lambda(300 - 10X - 20Y) \rightarrow Max$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 2y - 10\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{2y}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 2x + 4 - 20\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{2x+4}{20} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 300 - 10x - 20y = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) وبعد إجراء بعض الحسابات نجد : $y = 0.5x + 1$ أو $x = 2y - 2$

بالتعويض في (03) نجد التوليفة الإستهلاكية المثلى : $(x^* = 14u; y^* = 8u)$، المنفعة الكلية

$$UT^{Max} = 256uu$$

- **شروط الدرجة الثانية (الكافية):** (SOC)

$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} [0] & [2] & [-10] \\ [2] & [0] & [-20] \\ [-10] & [-20] & [0] \end{bmatrix}$$

ومنه نجد : $Det\ MHB_{(x=14;y=8)} = +800 > 0$

ومنه التوليفة الإستهلاكية المثلى : $(x^* = 14u; y^* = 8u)$، المنفعة الكلية $UT^{Max} = 256uu$

3 تحديد عبارة المعدل الحدي للإحلال ($TMS_{X,Y}$)، مع إعطاء تعريف مضبوط له وحساب قيمته عند وضع التوازن :

المعدل الحدي للإحلال ($\mathbf{TMS_{X,Y}}$) هو المعدل الذي يتم به استبدال كمية من إحدى السلعتين مقابل الحصول على وحدة إضافية من السلعة الأخرى مع المحافظة على نفس درجة الإشباع ويساوي :

$$TMS_{xày} = -\frac{Umx}{Um\ y} = -\frac{Px}{Py}$$

✓ **حساب قيمته عند التوازن :**

$$TMS_{xày} = -\frac{Umx}{Umy} = -\frac{2y^*}{2X^*+4} = \frac{2(8)}{2(14)+4} = -\frac{16}{32} = -\frac{1}{2}$$

4 اشتقاق عبارة دالة الطلب المارشالية، على السلعة x ثم على السلعة y ;نشتق دالة الطلب المارشالية على السلعتين y,x من خلال شروط الدرجة الأولى ، حيث يكون الهدف هو تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل

$$\begin{cases} UT \to Max \\ s/c: R = xPx + YPy \end{cases}$$

$$L = UT + \lambda(R - XPx - YPy) \to Max$$

شروط الدرجة الأولى (الضرورية):(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 2y - \lambda Px = 0 \to \lambda = \frac{2y}{Px} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 2x + 4 - \lambda Py = 0 \to \lambda = \frac{2x+4}{Py} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = R - xPx - yPy = 0 \to \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد :

$$\frac{2y}{Px} = \frac{2x+4}{Py} \to y = \frac{xPx+2Px}{Py} \dots\dots (4); \quad x = \frac{yPy-2Px}{Px} \dots\dots\dots (5)$$

بتعويض (4) في (03) نجد :. $\boldsymbol{Qdx = \frac{R}{2Px} - 1 \dots (7)}$ ، و بتعويض (5) في (3) نجد :

$$\boldsymbol{Qdy = \frac{R+2Px}{2Py} \dots\dots (6)}$$

5 اشتقاق صيغة دالة المنفعة غير المباشرة لهذا المستهلك ;

لدينا : $UT = 2xy + 4y$ ، من (6) و (7) نجد :

$$UT = 2\left(\frac{R}{2Px} - 1\right)\left(\frac{R+2Px}{2Py}\right) + 4\left(\frac{R+2Px}{2Py}\right)$$

$$UT = \frac{R^2+4RPx+4Px^2}{2PxPy}$$

بعد جملة من الحسابات نجد الصيغة :

6 -اشتقاق عبارة دالة الطلب الهيكسية، على السلعة x ثم على السلعة y : حسب هيكس تكون المنفعة معلومة والهدف هو تدنية النفقات R_{min}، وعليه تكون صيغة لاغرونج كما يلي :

$$L = XPx + YPy + \lambda(UT - (2xy + 4y)) \rightarrow Min$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = Px - 2y\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{Px}{2y} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = Py - \lambda(2x + 4) = 0 \rightarrow \lambda = \frac{Py}{2x + 4} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = UT - (2xy + 4y) = 0 \rightarrow \cdots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد :

$$\frac{Px}{2y} = \frac{Py}{2x+4} \rightarrow y = \frac{xPx+2Px}{Py} \dots (4); \quad x = \frac{yPy-2Px}{Px} \dots\dots (5)$$

بتعويض (4) في (03) نجد دالة الطلب الهيكسية على السلعة X ا :$\boldsymbol{Qdx} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{UT*Py}}{\boldsymbol{2Px}}} - \boldsymbol{2}$ ، و بتعويض (5) في (3) نجد دالة الطلب الهيكسية على السلعة Y: $\boldsymbol{Qdy} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{UT*Px}}{\boldsymbol{2Py}}}$

7 -اشتقاق عيارتي دالتي أنجل لهذا المستهلك : منحنى أنجل هو ذلك المنحنى الذي يصور الكميات المشتراة من سلعة معينة (أي الطلب على تلك السلعة) عند مستويات مختلفة من دخل المستهلك .

لدينا : $\boldsymbol{Qdx} = \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{2Px}} - \boldsymbol{1} \dots (\boldsymbol{7}) \rightarrow X = \frac{R}{20} - \boldsymbol{1}$

$$\boldsymbol{Qdy} = \frac{\boldsymbol{R+2Px}}{\boldsymbol{2Py}} \dots (\boldsymbol{6}) \rightarrow Y = \frac{R}{40} + \frac{1}{2}$$

8 -إيجاد التوليفة الإستهلاكية التوازنية إذا انخفض سعر السلعة x إلى 05 ون، مع بقاء الأشياء الأخرى على حالها:

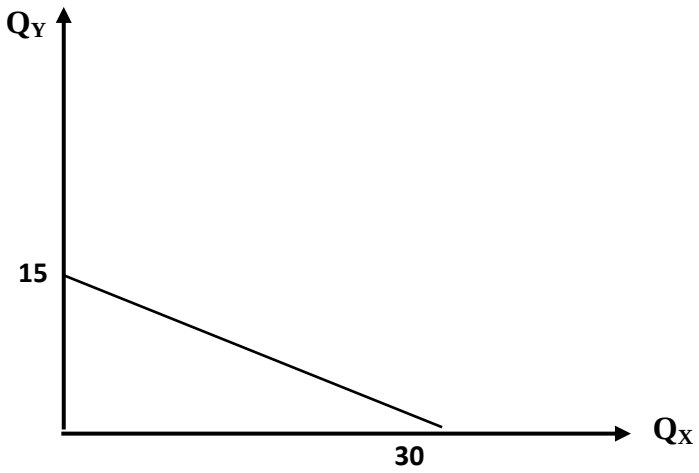
لدينا : $\boldsymbol{Qdx} = \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{2Px}} - \boldsymbol{1} \rightarrow X = \frac{300}{2(5)} - \boldsymbol{1} \rightarrow X = 29u$

ومنه التوليفة الإستهلاكية المثلى هي : $(x^* = 29u; y^* = 8u)$

9 -التمثيل البياني لخط ميزانية هذا المستهلك في معلم متعامد ;خط الميزانية هو الخط الذي يمر من الأزواج أو التوليفات (x,y)التي تمثل الكميات المستهلكة من السلعتين x و y على الترتيب والتي تحقق إنفاق كل الدخل ، ويكفي أن نعين نقطتين منه لرسمه :

$$R - xPx - yPy = 0 \rightarrow$$

$$300 - 5x - 20y = 0; (x = 0, y = 15)(y = 0, x = 30)$$



الحل النموذجي للتمرين الخامس :

1 -تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك (بطريقتين)، وحساب مستوى إشباعه الكلي التوازني حينئذ :

بطريقة مضاعف مضاعف لاغرونج :

$$L = UT + \lambda(R - XPx - YPy) \rightarrow Max$$

$$L = 20x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}} + \lambda(320 - 8X - 12Y) \rightarrow Max$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}} - 8\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}}}{8} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}} - 12\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}}}{12} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 320 - 8x - 12y = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) وبعد إجراء بعض الحسابات نجد :

$$\frac{5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}}}{8}=\frac{15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}}}{12}\rightarrow(\frac{y}{x})^{\frac{3}{4}}=2(\frac{x}{y})^{\frac{1}{4}}\rightarrow y=2x\ldots\ldots..(4)$$

بالتعويض في (03) نجد التوليفة الإستهلاكية المثلى : $(x^*=10u;y^*=20u)$

شروط الدرجة الثانية (الكافية): (SOC)

$$\text{MHB}:\begin{bmatrix}\left[\frac{-15}{4}x^{\frac{-7}{4}}y^{\frac{3}{4}}\right] & \left[\frac{15}{4}x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{-1}{4}}\right] & [-8]\\ \left[\frac{15}{4}x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{-1}{4}}\right] & \left[\frac{-15}{4}x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-5}{4}}\right] & [-12]\\ [-8] & [-12] & [0]\end{bmatrix}$$

$$MHB_{(x=10,y=20)}:\begin{bmatrix}[-0.631] & [0.315] & [-8]\\ [0.315] & [-0.158] & [-12]\\ [-8] & [-12] & [0]\end{bmatrix}$$

ومنه نجد :

$$Det\ MHB_{(x=10;y=20)}=(-0.631)((-0.158)*0-((-12)*(-12))-(0.315)((0.315)*0-(-12)*(-8))+(-8)((0.315)*(-12)-((-0.158)*(-8))=90.864+30.24+40.352=161.456>0$$

ومنه التوليفة الإستهلاكية المثلى : $(x^*=10u;y^*=20u)$ ،$UT^{Max}=336.36uu$

2 ~~+~~ نشتق عبارة دالة الطلب المارشالية، على السلعة x ثم على السلعة y ;نشتق دالة الطلب المارشالية على السلعتين y,x من خلال شروط الدرجة الأولى ، حيث يكون الهدف هو تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل

$$\begin{cases}UT=20x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}\rightarrow Max\\ s/c:R=xPx+YPy\end{cases}$$

$$L=UT+\lambda(R-XPx-YPy)\rightarrow Max$$

شروط الدرجة الأولى (الضرورية):(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}} - Px\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}}}{Px} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}} - Py\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}}}{Py} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = R - xPx - yPy = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد : $\frac{5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}}}{Px} = \frac{15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}}}{Py} \rightarrow Py(\frac{y}{x})^{\frac{3}{4}} = 3Px(\frac{x}{y})^{\frac{1}{4}}$

$$x = \frac{yPy}{3Px} \dots\dots (4) \rightarrow y = \frac{3xPx}{Py} \dots\dots (5)$$

بتعويض (5) في (03) نجد :. $\boldsymbol{Qdx = \frac{R}{4Px} \dots (7)}$

و بتعويض (4) في (3) نجد : $\boldsymbol{Qdy = \frac{3R}{4Py} \dots (6)}$

3 اشتقاق صيغة دالة المنفعة غير المباشرة لهذا المستهلك ;

لدينا : $UT = 20x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$ ، من (6) و (7) نجد : $UT = 20(\frac{R}{4Px})^{\frac{1}{4}}(\frac{3R}{4Py})^{\frac{3}{4}}$

بعد جملة من الحسابات نجد الصيغة : $\boldsymbol{UT = \frac{11.3975\ R}{Px^{1/4}Py^{3/4}}}$

4 اشتقاق عبارة دالة الطلب الهيكسية، على السلعة x ثم على السلعة y : حسب هيكس تكون المنفعة معلومة والهدف هو تدنية النفقات R_{min}، وعليه تكون صيغة لاغرونج كما يلي :

$$L = XPx + YPy + \lambda(UT - \left(20x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}\right)) \rightarrow Min$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = Px - \lambda(5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}}) = 0 \rightarrow \lambda = \frac{Px}{(5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}})} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = Py - \lambda(15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}}) = 0 \rightarrow \lambda = \frac{Py}{(15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}})} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = UT - \left(20x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}\right) = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد :

$$\frac{Px}{\left(5x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{3}{4}}\right)} = \frac{Py}{\left(15x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{-1}{4}}\right)} \rightarrow 5Py(\frac{y}{x})^{\frac{3}{4}} = 15\ Px(\frac{x}{y})^{\frac{1}{4}}$$

$$\rightarrow yPy = 3xPx \rightarrow \quad y = \frac{3xPx}{Py} \dots..(4); \quad x = \frac{yPy}{3Px} \dots\dots..(5)$$

بتعويض (4) في (03) نجد دالة الطلب الهيكسية على السلعة X :

$$UT - \left(20x^{\frac{1}{4}}\left(\frac{3xPx}{Py}\right)^{\frac{3}{4}}\right) = 0 \rightarrow \ \boldsymbol{Qdx} = \frac{UT}{20} * \left(\frac{Py}{3Px}\right)^{\frac{3}{4}}.$$

و بتعويض (5) في (3) نجد دالة الطلب الهيكسية على السلعة Y:

$$UT - \left(20(\frac{yPy}{3Px})^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}\right) = 0 \rightarrow \ \boldsymbol{Qdy} = \frac{UT}{20} * (\frac{3Px}{Py})^{\frac{1}{4}}$$

5 -اشتقاق عيارتي دالتي أنجل لهذا المستهلك :

لدينا : $\boldsymbol{Qdx} = \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{4Px}} \dots.(7) \rightarrow \boldsymbol{Qdx} = \frac{R}{32}$

و ، $\boldsymbol{Qdy} = \frac{\boldsymbol{3R}}{\boldsymbol{4Py}} \dots(6) \rightarrow \boldsymbol{Qdy} = \frac{R}{16}$

المحاضرة السادسة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية/منحنيات السواء)

عناصر المحاضرة:

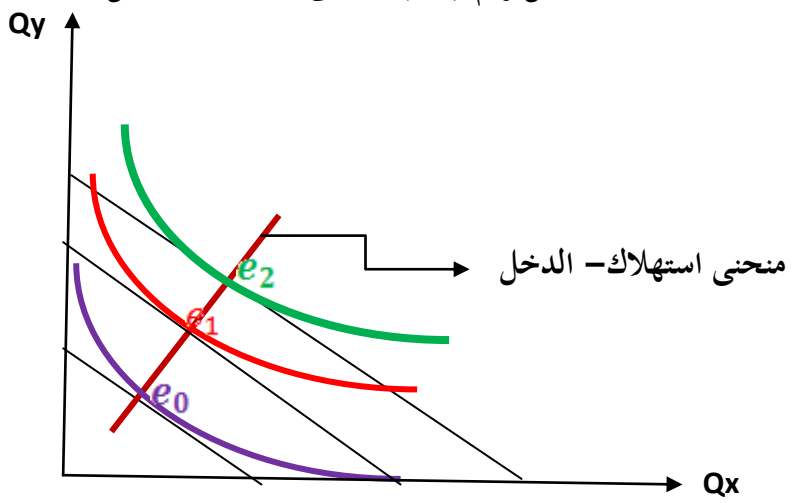
– **منحنى استهلاك– الدخل واشتقاق منحنى أنجل .**

– **منحنى استهلاك– السعر واشتقاق منحنى الطلب الفردي.**

– **تمارين تدريبية مع الحلول .**

أولا– منحنى استهلاك– الدخل واشتقاق منحنى أنجل : تحت فرضية ثبات الأسعار ، وتفضيلات المستهلك ، إذا زاد دخل الفرد ، فإن خط ميزانيته سوف ينتقل إلى أعلى بشكل موازي لخط ميزانيته الأصلي ، ويلمس منحنى سواء أعلى ليحدث نقطة توازن جديدة هي أكبر من نقطة التوازن الأصلية ، والعكس صحيح إذا انخفض دخل المستهلك ، ويمكن تمثيل هذه التغيرات من خلال الشكل أدناه :

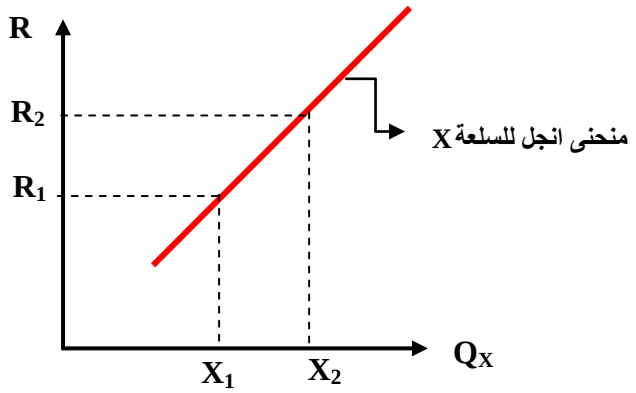
شكل رقم (04): منحنى استهلاك– الدخل



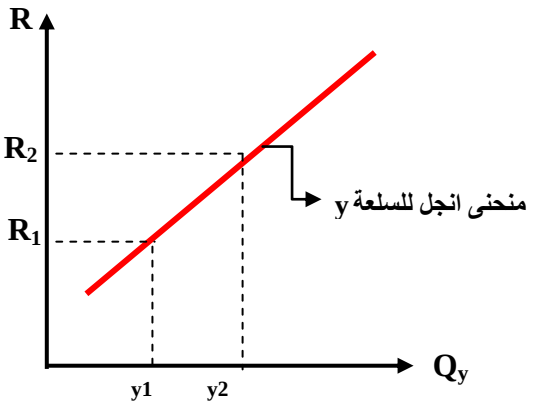
الوصل بين نقاط التوازن e_0 ، e_1، e_2 يعطينا خط يسمى **منحنى استهلاك– الدخل** ، و يعرف على أنه الخط الذي يصل بين نقاط التوازن المختلفة المترتبة على انتقال خط الميزانية بسبب تغير الدخل النقدي للمستهلك مع ثبات أسعار السلعتين ومن خلال منحنى استهلاك الدخل يمكن اشتقاق **منحنى أنجل** ، إن هذا المنحنى يوضح العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة ما ودخل المستهلك ، فكلما غيرنا دخل المستهلك حصلنا على نقطة توازن جديدة وبالتالي كل نقطة تقع على منحنى استهلاك الدخل تعطينا الكمية المطلوبة من السلعة المعنية ، وفي نفس الوقت الدخل المقابل

لها ، بذلك نحصل على النقاط المختلفة لمنحنى انجل لتلك السلعة ، ويمكن تمثيل منحنى أنجل للسلعتين كما هو مبين أدناه :

شكل رقم (05): منحنى انجل للسلعة x



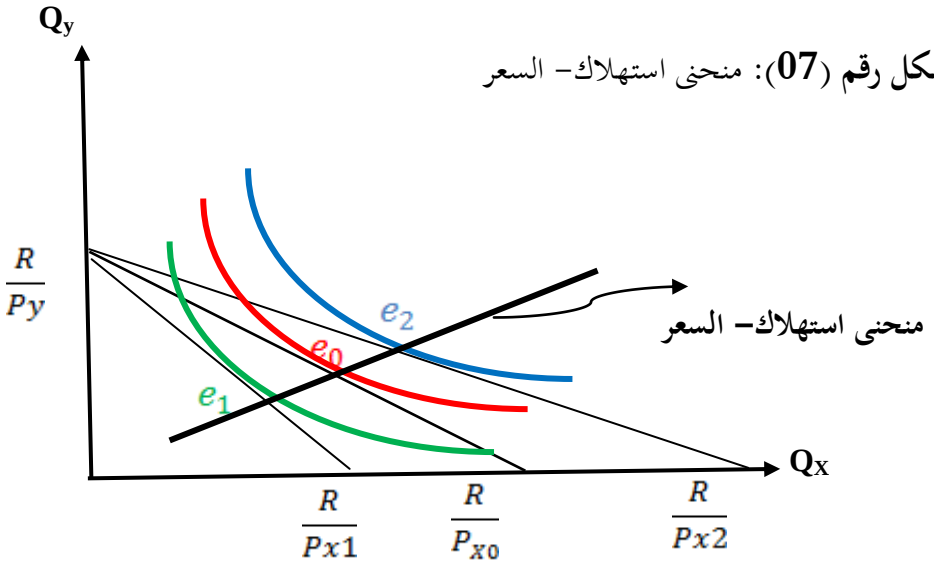
شكل رقم (06): منحنى انجل للسلعة y



ثانيا– منحنى استهلاك – السعر واشتقاق منحنى الطلب الفردي: تحت فرضية ثبات دخل المستهلك وأذواقه ، وأن الذي يتغير أسعار السلع ،فإذا انخفض سعر سلعة معينة ، فإن خط الميزانية سوف يدور إلى أعلى على محور تلك السلعة ، ويلمس منحنى السواء ليحدث نقطة توازن أكبر من نقطة التوازن الأصلية والعكس صحيح .

ويمكن تمثيل هذه التغيرات من خلال الشكل أدناه :

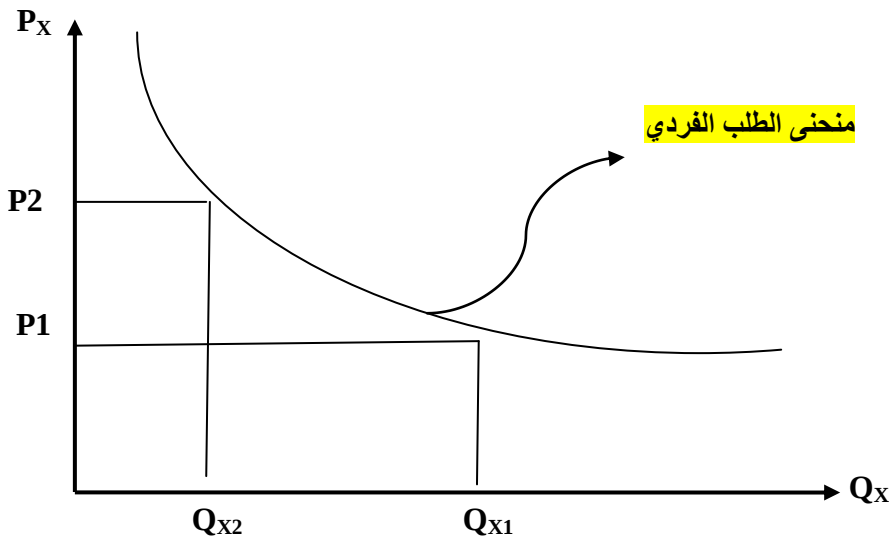
شكل رقم (07): منحنى استهلاك– السعر



الوصل بين نقاط التوازن e_0 ، e_1، e_2 يعطينا خط يسمى **منحنى استهلاك– السعر** و يعرف على أنه المحل الهندسي الذي يربط بين مختلف نقاط توازن المستهلك المترتبة على تغير وضع خط الميزانية ، والتي تحدث عندما تتغير أسعار السلع .

من خلال منحنى استهلاك– السعر يمكننا اشتقاق منحنى الطلب الفردي على السلعة التي تغير سعرها فقط مثلما تم اشتقاق منحنى انجل من منحنى استهلاك الدخل ، وانطلاقا من منحنى استهلاك– السعر يمكن إيجاد الأزواج (Q_{XI}, P_I) والتي تبين الكمية المستهلكة من السلعة (xi) والمرتبطة بالسعر (P_I) .وبالتالي رسم منحنى الطلب ،ويعرف **منحنى طلب** سلعة معينة لمستهلك ما بأنه المنحنى الذي يصور الكميات المشتراة من هذه السلعة عند مستويات مختلفة لسعر هذه السلعة .

شكل رقم (08): منحنى الطلب



تمارين تدريبية مع الحل :

التمرين الأول : لنفترض أن الصيغة الرياضية الموالية عبارة عن دالة المنفعة الكلية الخاصة بمستهلك عقلاني افتراضي معين : $UT = f(x,y) = 2xy + 3y$، حيث تمثل UT مستوى الإشباع الكلي لهذا المستهلك في حين تمثل x و y الكميتين المستهلكتين من سلعتين مختلفتين ، مع العلم أن دخل المستهلك هو $R = 150um$ ، وكان سعر السلعتين $Px = 12um\ , Py = 21um$ ، (um تعني وحدة نقدية).

المطلوب :

01 – حدد (ي) الصيغة الرياضية لمعادلة منحنى السواء ;

02 – احسب ميل منحنى السواء بطريقتين ;

03 – حدد (ي) معادلة استهلاك – الدخل;

04 – حدد (ي) معادلة انجل (Engel Function) للسلعة x ، واستنتج طبيعة السلعة ;

الحل النموذجي للتمرين الأول :

01 – الصيغة الرياضية لمعادلة منحنى السواء :

$$UT = f(x,y) = 2xy + 3y \rightarrow y = f(x, ut_0) \rightarrow UT = y(2x+3)$$
$$\rightarrow y = \frac{UT}{(2x+3)}$$

02 – حساب ميل منحنى السواء (المعدل الحدي للإحلال) بطريقتين :

M1 :

$$TMS_{x\grave{a}y} = \frac{\delta y}{\delta x} \rightarrow TMS_{x\grave{a}y} = \frac{-2UT}{(2x+3)^2} = \frac{-2(2xy+3y)}{(2x+3)^2} \rightarrow TMS_{x\grave{a}y} = \frac{-2y}{(2x+3)}$$

M1 : $TMS_{x\grave{a}y} = -\frac{\text{Umx}}{\text{Umy}} \rightarrow TMS_{x\grave{a}y} = \frac{-2y}{(2x+3)}$

03 – معادلة استهلاك – الدخل: لدينا عند التوازن :

$$\frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py} \rightarrow \frac{2y}{2x+3} = \frac{Px}{Py} \rightarrow 2y.Py = 2x.Px + 3Px$$

$$\rightarrow y = \frac{2Px}{2Py}x + \frac{3Px}{2Py} \rightarrow y = \frac{4}{7}x + \frac{6}{7}$$

04 – معادلة انجل (Engel Function) للسلعة x:

$$\begin{cases} y = \frac{4}{7}x + \frac{6}{7} \dots\dots\dots (01) \\ R = xPx + yPy \dots\dots (02) \end{cases}$$

$$(02) \rightarrow R = xPx + \left(\frac{4}{7}x + \frac{6}{7}\right)Py \rightarrow R = 12x + \left(\frac{4}{7}x + \frac{6}{7}\right)21$$

$$\rightarrow R = 24x + 18 \rightarrow x = \frac{1}{24}R - \frac{18}{24}$$

طبيعة السلعة x: بما أن الميل (معامل R) موجب ، فالسلعة x سلعة عادية .

التمرين الأول: لنفرض وجود امكانية ترتيب مستهلك عقلاني معين لتفضيلاته المتعلقة بتوليفات من السلعتين x_1 وx_2 على أربعة منحنيات سواء (Indifference Curves): IC1(a ,b,c) ; IC2(d,e,f,g) ; IC3(h,i,j,k) ; IC4(l,m,n)

ولنفرض أيضا أن التركيبة السلعية لكل واحدة من تلك التوليفات الاستهلاكية المتاحة لهذا المستهلك معطاة بالجدول التالي:

التوليفة	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Qx_1	02	04	08	04	05	07	12	04	06	09	13	05	07	**10**
Qx_2	05	02	01	05	03	02	01	07	04	03	02	09	05	**04**

المطلوب :

1 – تحديد الكميات الاستهلاكية المثلى من السلعتين x_1 وx_2 مع العلم أن الأسعار الوحدوية هي :

$Px_1 = Px_2 = 05um$

2–التمثيل البياني لمنحنيات السواء الأربعة في معلم متعامد ومتجانس ، مع التوضيح البياني لنقط توازن هذا المستهلك.

3– شرح العلاقة الكائنة بين ميل خط الميزانية وميل منحنى السواء IC_1 في هذه النقطة . وشرح المعنى الاقتصادي للميل حينئذ .

4– تمثيل منحنى استهلاك الدخل C-IC (Consumption-Income Curve)، تحديد الطبيعة الاقتصادية للسلعتين .

5– اشتقاق العبارة الرياضية لـ دالة انجل (Engel Function) لهذا المستهلك والخاصة بالسلعة x_1.

6– التمثيل الهندسي لـ منحنى انجل الخاص بالسلعة x_1 في مستوى مزود بمعلم متعامد .

الحل النموذجي للتمرين الأول :

1– الكميات المثلى من السلعتين x وy إذا كان و أسعار السلعتين x وy هما : $Px = Py = 5u, m$:

لتحديد الكميات المثلى من السلعتين x وy *على كل منحنى سواء* مع بقاء أسعار السلع على حالها *نقوم بحساب الدخل ونختار التوليفة التي تحقق أقل دخل :*

✓ *بالنسبة لمنحنى السواء الأول* IC1(a ,b,c) :

$$R_a = 2(5) + 5(5) = 35um$$

$$R_b = 4(5) + 2(5) = 30um$$

$$R_c = 8(5) + 1(5) = 45um$$

ومنه التوليفة المثلى هي : $x^* = 4u; y^* = 2u$

✓ *بالنسبة لمنحنى السواء الثاني* IC2(d,e,f,g) :

$R_d = 4(5) + 5(5) = 45um$

$R_e = 5(5) + 3(5) = 40um$

$R_f = 7(5) + 2(5) = 45um$

$R_g = 12(5) + 1(5) = 75um$

ومنه التوليفة المثلى هي : $\boldsymbol{x^* = 5u; y^* = 3u}$

✓ *بالنسبة لمنحنى السواء الثالث* IC3(h,i,j,k) :

$R_h = 4(5) + 7(5) = 55um$

$R_i = 6(5) + 4(5) = 50um$

$R_j = 9(5) + 3(5) = 60um$

$R_k = 13(5) + 2(5) = 75um$

ومنه التوليفة المثلى هي : $\boldsymbol{x^* = 6u; y^* = 4u}$

✓ *بالنسبة لمنحنى السواء الرابع* IC4(l,m,n) :

$R_l = 5(5) + 9(5) = 70um$

$R_m = 7(5) + 5(5) = 60um$

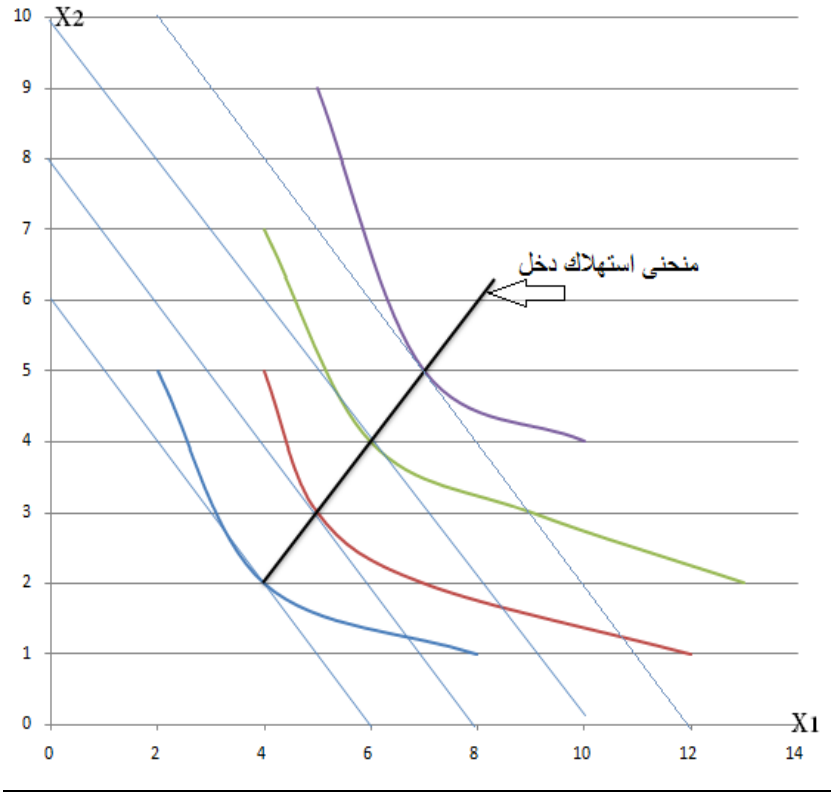
$R_{c=n} = 10(5) + 4(5) = 70um$

ومنه التوليفة المثلى هي : $\boldsymbol{x^* = 7u; y^* = 5u}$

2– التمثيل البياني :

3– عند نقطة التماس يكون ميل خط الميزانية مساويا لميل منحنى السواء و يمثل المعدل الحدي للإحلال عند التوازن، هي نقطة توازن هذا المستهلك و يمكن كتابتها كما يلي: $TMS_{xày} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{Px}{Py} = -\frac{5}{5} = -1$،

وهذا يعني أن المستهلك مستعد للتضحية بوحدة واحدة من y مقابل حصوله على وحدة واحدة من x.



نلاحظ من خلال منحنى استهلاك دخل أنه كلما ارتفع دخل المستهلك زاد استهلاكه للسلعتين x وy مما يعني أن كلا السلعتين ضرورية عادية.

5- اشتقاق العبارة الرياضية لدالة أنجل (Engel Function) للسلعة x:

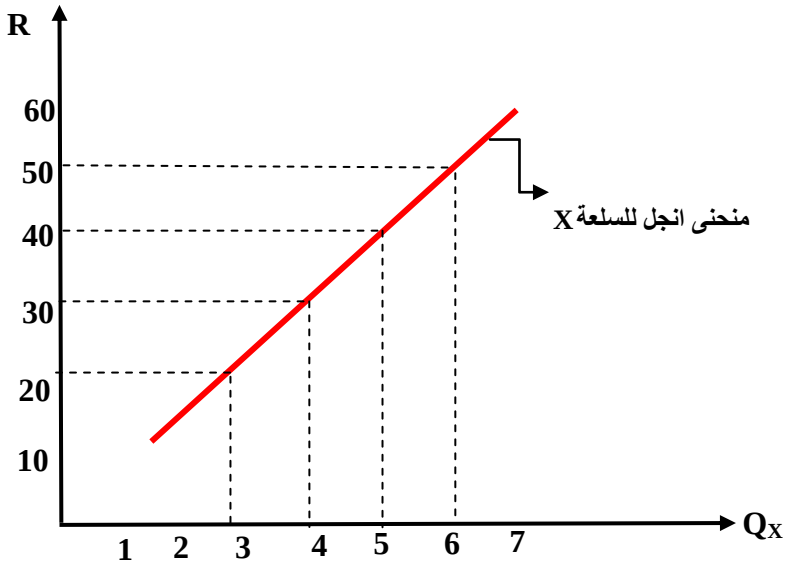
لدينا:

R	30	40	50	60
X	4	5	6	7
Y	2	3	4	5

و عليه العبارة الرياضية لدالة أنجل هي :

$$\Rightarrow \quad X = 1 + \frac{R}{10}$$

التمثيل البياني لدالة أنجل :


R
60
50
40
30
20
10
منحنى انجل للسلعة X
1
2
3
4
5
6
7
QX

المحاضرة السابعة : نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية/منحنيات السواء)

عناصر المحاضرة:

– تحليل سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية.

- ✓ **أثر الدخل وأثر الاحلال**
- ✓ **تمارين تدريبية مع الحلول .**

أولا– تحليل سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية : في الوقع لا يكفي دراسة وتحليل لسلوك المستهلك من خلال تحديد التوليفة المثلى التي يجب عليه اقتنائها للحصول على أقصى إشباع ممكن في ظل الدخل المخصص للاستهلاك والأسعار السائدة في السوق ، بل الأهم اعتماد الدراسة على المتغيرات المؤثرة على القرار الاستهلاكي التي تفرضها تغيرات الأسعار أو الدخل أو هما معا [1].

1 – أثر الدخل وأثر الاحلال : عندما يتغير سعر إحدى السلعتين مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة يتبين أثر الإحلال وأثر الدخل، فعندما ينخفض سعر سلعة ما فإن زيادة الكمية المطلوبة من هذه السلعة هو في حقيقة الأمر نتيجة لعاملين [2]:

- ✓ **العامل الأول** : هو أن انخفاض سعر السلعة ترتب عليه زيادة في الدخل الحقيقي للمستهلك أو القدرة الشرائية ، وهذا ما يطلق عليه بأثر الدخل (ER)،أي تحرك المستهلك على امتداد منحنى استهلاك الدخل ويمكن تعريف أثر الدخل بأنه التغير في الكمية المطلوبة الراجحة إلى تغير القدرة الشرائية للمستهلك نتيجة تغير سعر إحدى السلعتين وبقاء الدخل الاسمي و أسعار السلع الأخرى ثابتة.
- ✓ **العامل الثاني** : هو أن انخفاض سعر السلعة جعل المستهلك يقوم بإحلال هذه السلعة محل سلعة أخرى نتيجة لانخفاض في سعرها لهذا سمي بأثر الإحلال (ES)، أي تحرك المستهلك على نفس منحنى السواء ويمكن تعريف أثر الإحلال على أنه التغير في الكمية المطلوبة الناتج عن إحلال السلعة المنخفض سعرها محل السلعة المرتفع سعرها .

و الأثر الكلي هو أثر السعر (E_P) فهو مزيج من أثري الدخل والإحلال أي هو عبارة عن مجموع أثر الدخل وأثر الإحلال ، ومنه : $E_P(\text{أثر السعر}) = E_S(\text{أثر الاحلال}) + E_R(\text{أثر الدخل})$

حيث :

---

[1] طويطي مصطفى ، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي**، مرجع سبق ذكره، ص 102.

[2] بوجرادة سهيلة ، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي**، مرجع سبق ذكره، ص ص 103، 104.

E_P :l'effet total .

E_S : l'effet de substitution.

E_R : l'effet revenu .

يوجد طريقتين لقياس اثر الإحلال و اثر الدخل : طريقة هيكس و طريقة سلوتسكي ، حسب هيكس فإن الدخل الحقيقي يبقى ثابتا إذا حصلنا على نفس مستوى الإشباع أما حسب سلوتسكي فان الدخل الحقيقي يبقى ثابتا إذا حصلنا على نفس الكميات من السلعتين XوY ولتحديد اثر الإحلال واثر الدخل يجب إيجاد نقطة توازن المستهلك قبل و بعد تغير سعر السلعة المدروسة، ثم إيجاد نقطة توازن جديدة (وسطية أو وهمية) يختلف حسابها بطريقة سلوتسكي عن طريقة هيكس .

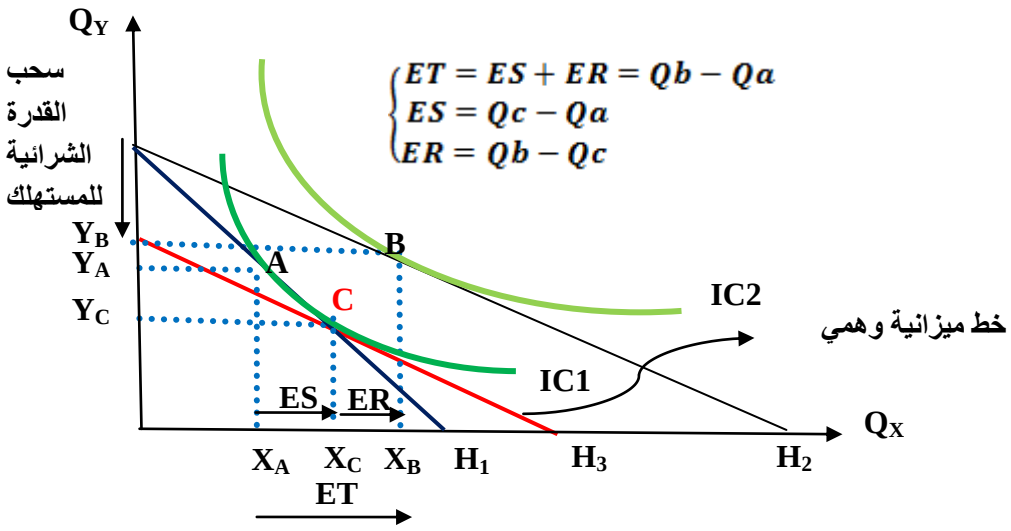
-فصل أثر الاحلال و أثر الدخل لتغير سعر السلعة (حالة السلع عادية وفق منظور هيكس Hicks):

بناءا على وضع توازني معين تتحدد الكميات التوازنية المطلوبة من السلعتين x,y انطلاقا من سعريهما Px,Py و الدخل الاستهلاكي كما هو موضح في الشكل أدناه. إذا انخفض سعر السلعة x (مع ثبات سعر السلعة y)، نلاحظ انتقال المستهلك من الوضعية التوازنية الأولى A (نقطة المماس خط الميزانية H1 مع منحنى السواء IC_1) إلى نقطة التوازن B (نقطة المماس بين منحنى السواء IC_2 و خط الميزانية H2) ، انطلاقا من تحليل هيكس لتفكيك أثر الاحلال و أثر الدخل نفرض أنه يمكن سحب القدرة الشرائية للمستهلك أي تقليص الدخل النقدي للمستهلك بالقدر الذي يسمح له بإبقاء دخله الحقيقي ثابتا و الحصول على نفس مستوى الاشباع الأولي أي سحب خط الميزانية الثاني (H2) بشكل موازي له إلى نقطة مماسة مع منحنى السواء (IC_1) ، فيظهر خط ميزانية وهمي (H3) و تتحدد نقطة توازن جديدة وهمية C للمستهلك تتحدد من خلالها الكميات التوازنية الجديدة (Xc,Yc).و من خلال الشكل نلاحظ انتقال المستهلك من وضع التوازن A إلى وضع التوازن B يعبر عن أثرين :

*أثر الإحلال من وضعية التوازن A إلى وضعية التوازن C.

*أثر الدخل من الوضعية C إلى الوضعية B.

*أثر السعر من وضعية التوازن A إلى وضعية التوازن B وهو مجموع الأثرين (أثر الاحلال +أثر الدخل).



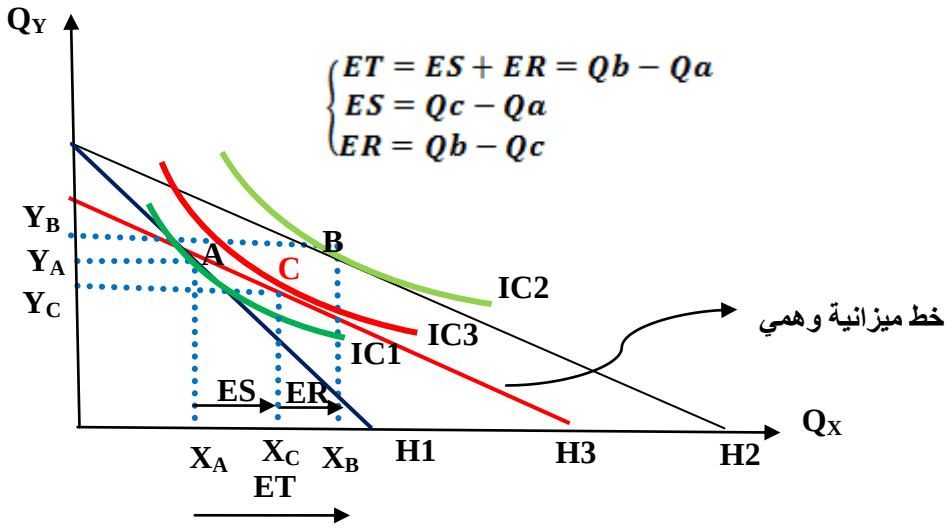
–فصل أثر الاحلال و أثر الدخل لتغير سعر السلعة (حالة السلع عادية وفق منظور سلوتسكي Slutsky):

بناءا على وضع توازني معين تتحدد الكميات التوازنية المطلوبة من السلعتين x,y انطلاقا من سعريهما Px,Py و الدخل الاستهلاكي كما هو موضح في الشكل أدناه. إذا انخفض سعر السلعة x (مع ثبات سعر السلعة y)، نلاحظ انتقال المستهلك من الوضعية التوازنية الأولى A (نقطة المماس بين خط الميزانية H1 منحنى السواء IC_1) إلى نقطة التوازن B (نقطة المماس بين خط الميزانية H2منحنى السواء IC_2) ، انطلاقا من تحليل سلوتسكي لتفكيك أثر الاحلال و أثر الدخل ذهب لافتراض ثبات مستوى دخل المستهلك لكن مع الأسعار الجديدة ، وهذا يتطلب رسم خط ميزانية وهمي H3 موازي لـ H2 ويمر على بنقطة التوازن A لفرضية ثبات الدخل ، ويعبر الدخل الاسمي الممثل بالخط H3 عن ذلك الدخل الحقيقي المكافئ إلى الميزانية الممثلة بالخط H2 عند الأسعار الجديدة ، نلاحظ أن تغير الأسعار سيؤدي إلى تغيير المستهلك للتوليفة التوازنية ، حيث يكون وضعه التوازني الجديد عند نقطة مماس خط الميزانية الوهمي مع منحنى السواء (IC_3) أعلى من منحنى السواء الأول ، فتتحدد نقطة توازن جديدة وهمية C للمستهلك تتحدد من خلالها الكميات التوازنية الجديدة (Xc,Yc).و من خلال الشكل نلاحظ انتقال المستهلك من وضع التوازن A إلى وضع التوازن B يعبر عن أثرين :

*أثر الإحلال من وضعية التوازن A إلى وضعية التوازن C حيث نلاحظ زيادة استهلاك السلعة X من X1 إلى X3 وانخفاض في استهلاك السلعة Y من Y1 إلى Y3.

*أثر الدخل من الوضعية C إلى الوضعية B والذي يبين زيادة استهلاك السلعتين .

*أثر السعر من وضعية التوازن A إلى وضعية التوازن B وهو مجموع الأثرين (أثر الاحلال +أثر الدخل).



تمارين تدريبية مع الحلول :

التمرين الأول : ليكن لدينا النموذج التالي :

$$\begin{cases} UT = \sqrt{x}\sqrt{y} \rightarrow Max \\ 100 = 5x + 10y \text{ تحت قيد} \end{cases}$$

المطلوب : *فكك أثر الإحلال وأثر الدخل عندما ينخفض سعر السلعة* x إلى النصف .

الحل النموذجي للتمرين الأول : لتفكيك أثر الإحلال وأثر الدخل يجب إيجاد نقطة التوازن قبل وبعد تغير سعر *السلعة* x، ثم إيجاد نقطة توازن جديدة تختلف طريقة حسابها بطريقة سلاتسكي عن هيكس :

✓ *إيجاد نقطة التوازن قبل تغير سعر السلعة* x (نكتفي بشروط الدرجة الضرورية):

$$L = \sqrt{x}\sqrt{y} + \lambda(100 - 5X - 10Y) \rightarrow Max$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}} - 5\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}}{5} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}} - 10\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 100 - 5x - 10y = 0 \rightarrow \cdots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد : $\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}}{5} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}}{10} \rightarrow x = 2y$ أو $y = \frac{X}{2}$

بالتعويض في (03) نجد: $100 - 5(2y) - 10y = 0 \rightarrow y = 5u \; ; x = 10u$

التوليفة الإستهلاكية التوازنية : $(x^* = 10u; y^* = 5u)$، المنفعة الكلية $UT^{Max} = 7.071uu$

✓ *إيجاد نقطة التوازن بعد تغير سعر السلعة* x (نكتفي بشروط الدرجة الضرورية):

$$L = \sqrt{x}\sqrt{y} + \lambda(100 - 2.5X - 10Y) \rightarrow Max$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}} - 2.5\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}}{2.5} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}} - 10\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 100 - 2.5x - 10y = 0 \rightarrow \cdots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد : $\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}}{2.5} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}}{10} \rightarrow x = 4y$ أو $y = \frac{X}{4}$

بالتعويض في (03) نجد: $100 - 2.5(4y) - 10y = 0 \rightarrow y = 5u \; ; x = 20u$

التوليفة الإستهلاكية التوازنية : $(x^* = 20u; y^* = 5u)$، المنفعة الكلية $UT^{Max} = 10uu$

✓ *إيجاد نقطة التوازن الجديدة (الوسيطية أو الوهمية):* نقوم بحساب القيمة الحقيقية للدخل السابق بالأسعار الجديدة أي الدخل الذي يسمح بالحفاظ على القوة الشرائية الابتدائية حيث نظام الأسعار الجديد فنجد :

$$R = 10(2.5) + 5(10) = 75um$$

$$L = \sqrt{x}\sqrt{y} + \lambda(75 - 2.5X - 10Y) \rightarrow Max$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \to \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}} - 2.5\lambda = 0 \to \lambda = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}}{2.5} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \to \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}} - 10\lambda = 0 \to \lambda = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \to 75 - 2.5x - 10y = 0 \to \cdots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد : $\lambda = \lambda \to \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}}{2.5} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}}{10} \to x = 4y$ أو $y = \frac{x}{4}$

بالتعويض في (03) نجد: $75 - 2.5(4y) - 10y = 0 \to y = 3.75u\,; x = 30u$

التوليفة التوازنية الجديدة: $(x^* = 15u; y^* = 3.75u)$

✓ ويمكن توضيح الوضعيات الثلاث من خلال الجدول التالي :

الوضعية الأولى قبل تغير السعر	الوضعية الثانية بعد تغير السعر	الوضعية الثالثة
$Px = 5, Py = 10$ $, R = 1000$	$Px = 2.5, Py = 10$ $R = 1000$	$\boldsymbol{Px = 2.5, Py = 10}$ $\boldsymbol{, R = 75}$
$x = 2y$	$x = 4y$	$\boldsymbol{x = 4y}$
$UT = 7.071uu$	$UT = 10uu$	
$x^* = 10u; y^* = 5u)$	$x^* = 20u; y^* = 5u)$	$\boldsymbol{x^* = 15u;}$ $\boldsymbol{y^* = 3.75u)}$

يصبح تفكيك الأثر الكلي للسعر كما يلي :

	السلعة x	السلعة y
الأثر الكلي للسعر ET_P	20-10=10	5-5=0
أثر الاحلال ES	15-10=+5	3.75-5=-1.25
أثر الدخل ER	20-15=+5	5-3.75=+1.25

بالنسبة للسلعة x (سلعة عادية): $\begin{cases} ETp(x) = ES(x) + ER(x) \\ 10 = 5 + 5 \end{cases}$

بالنسبة للسلعة y (سلعة دنيا أو رديئة): $\begin{cases} ETp(y) = ES(y) + ER(y) \\ 00 = -1.25 + 1.25 \end{cases}$

التمرين الثاني: لنفترض أن الصيغة الرياضية الموالية عبارة عن دالة المنفعة الكلية الخاصة بمستهلك عقلاني معين :

$$UT = (y+1)x$$

المطلوب :

1 – أوجد عبارة المعدل الحدي للإحلال ($TMS\ x\grave{a}y$) ، إذا كانت UT مجهولة ، و إذا كانت :

$$UT = 400uu$$

2 – إذا كان دخل المستهلك هو $R = 1000um$ ، وكان سعر السلعتين $Px = Py = 10um$

01 – تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك ، وحساب مقدار المنفعة الكلية المحققة من هذه التوليفة

02 – اشتقاق صيغة دالة الطلب المارشالية على السلعة x ، ثم نفس الشيء بالنسبة للسلعة y

03 – اشتقاق صيغة دالة الطلب الهيكسية على السلعة x ، ثم نفس الشيء بالنسبة للسلعة y

3 – لنفترض أن دخل المستهلك زاد وأصبح $R = 1200um$، مع ثبات سعر السلعتين x و y:

04 – تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك ، وحساب مقدار التغير في المنفعة الكلية الناتج عن زيادة الدخل

05 – ما اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط التوازن قبل وبعد زيادة الدخل

4 – لنفترض انخفاض سعر السلعة x من 10 ون إلى 05 ون مع ثبات دخل المستهلك عند 1000 ون و سعر السلعة y عند 10ون

- ✓ ما هي التوليفة الاستهلاكية المثلى التي تعظم منفعة هذا المستهلك ;
- ✓ ما اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط توازن المستهلك قبل وبعد انخفاض السعر ;
- ✓ تفكيك الأثر الكلي لانخفاض سعر السلعة x بـ05 ون وفق منظور سلوتسكي وهيكس ;

الحل النموذجي للتمرين الثاني:

1 – تحديد عبارة المعدل الحدي للاحلال ($TMS_{x\grave{a}y}$) :

- ✓ ($TMS_{x\grave{a}y}$) ، إذا كانت UT مجهولة: $TMS_{x\grave{a}y} = \frac{-Umx}{Umy} \rightarrow \boldsymbol{TMS_{x\grave{a}y} = \frac{-(y+1)}{x}}$

✓ ($TMS_{x\grave{a}y}$) ، إذا كانت $UT = 400uu$:

$$UT = (y+1)x \to 400 = (y+1)x \to y = \frac{400}{x} - 1$$

$$\to TMS_{x\grave{a}y} = \frac{\delta y}{\delta x} \to TMS_{x\grave{a}y} = \frac{(-1).400}{x^2} \to TMS_{x\grave{a}y} = -\frac{400}{x^2}$$

2 – تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك بطريقة مضاعف لاغرونج، وحساب مقدار المنفعة الكلية المحققة من هذه التوليفة :

$$L = UT + \lambda(R - XPx - YPy) \to Max$$

$$L = (y+1)x + \lambda(1000 - 10X - 10Y) \to Max$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \to (y+1) - 10\lambda = 0 \to \lambda = \frac{y+1}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \to x - 10\lambda = 0 \to \lambda = \frac{x}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \to 1000 - 10x - 10y = 0 \to \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) وبعد إجراء بعض الحسابات نجد : $y = x - 1$ أو $x = y + 1$

بالتعويض في (03) نجد: $1000 - 10(y+1) - 10y = 0 \to y = 49.5u \; ; x = 50.5u$

التوليفة الإستهلاكية المثلى : $(x^* = 50.5u; y^* = 49.5u)$ ، المنفعة الكلية

$$UT^{Max} = 2550.25uu$$

- **شروط الدرجة الثانية (الكافية)**: (SOC)

$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} [0] & [1] & [-10] \\ [1] & [0] & [-10] \\ [-10] & [-10] & [0] \end{bmatrix}$$

ومنه نجد : $Det\ MHB_{(x=50.5;y=49.5)} = +200 > 0$

ومنه التوليفة الإستهلاكية المثلى : $(x^* = 50.5u; y^* = 49.5u)$

✓ اشتقاق صيغة دالة الطلب المارشالية على السلعة x ، ثم نفس الشيء بالنسبة للسلعة y

لدينا : $L = UT + \lambda(R - XPx - YPy) \rightarrow Max$

$$L = (y+1)x + \lambda(R - xPx - yPy) \rightarrow Max$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \rightarrow (y+1) - \lambda Px = 0 \rightarrow \lambda = \frac{y+1}{Px} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \rightarrow x - \lambda Py = 0 \rightarrow \lambda = \frac{x}{Py} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow R - xPx - yPy = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد :

$$\lambda = \lambda = \frac{x}{Py} = \frac{y+1}{Px} \text{ أو } \rightarrow x = \frac{yPy+Py}{Px}(4), \quad y = \frac{xPx-py}{Py} \dots (5)$$

بتعويض(4)في (03) نجد: $R - Px\left(\frac{yPy+Py}{Px}\right) - yPy = 0 \rightarrow \boldsymbol{y = \frac{R}{2Py} - \frac{1}{2}}$

بتعويض(5)في (03) نجد: $R - xPx - (\frac{xPx-py}{Py})Py = 0 \rightarrow \boldsymbol{x = \frac{R+Py}{2Px}}$

✓ اشتقاق صيغة دالة الطلب الهيكسية على السلعة x ، ثم نفس الشيء بالنسبة للسلعة y

لدينا: $L = xPx + yPy + \lambda(UT - (y+1)x) \rightarrow Min$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \rightarrow Px - \lambda(y+1) = 0 \rightarrow \lambda = \frac{Px}{y+1} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \rightarrow Py - \lambda x = 0 \rightarrow \lambda = \frac{Py}{x} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow UT - (y+1)x = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد :

$$\lambda = \lambda = \frac{Px}{y+1} = \frac{Py}{x} \text{ أو } \rightarrow x = \frac{yPy+Py}{Px}(4),\ y = \frac{xPx-py}{Py}..(5)$$

بتعويض(4)في (03) نجد: $\boldsymbol{y = \sqrt{\frac{UT.Px}{Py}} - 1}$, و بتعويض (5) في (3) نجد : $\boldsymbol{x = \sqrt{\frac{UT.Py}{Px}}}$

3 تحديد التوليفة الإستهلاكية المثلى من السلعتين x و y لهذا المستهلك ، وحساب مقدار التغير في المنفعة الكلية الناتج عن زيادة الدخل $R = 1200$:

$$L = UT + \lambda(R - XPx - YPy) \rightarrow Max$$

$$L = (y+1)x + \lambda(1200 - 10X - 10Y) \rightarrow Max$$

- شروط الدرجة الأولى (الضرورية):(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \rightarrow (y+1) - 10\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{y+1}{10} \dots\dots\dots\dots\dots(01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \rightarrow x - 10\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{x}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 1200 - 10x - 10y = 0 \rightarrow \cdots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(03) \end{cases}$$

من (01) و(02) وبعد إجراء بعض الحسابات نجد : $y = x - 1$ أو $x = y + 1$

بالتعويض في (03) نجد: $1200 - 10(y+1) - 10y = 0 \rightarrow y = 59.5u\ ; x = 60.5u$

التوليفة الإستهلاكية المثلى : $(x^* = 60.5u; y^* = 59.5u)$،

المنفعة الكلية $UT^{Max} = 3660.25uu$

- شروط الدرجة الثانية (الكافية): (SOC)

$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} [0] & [1] & [-10] \\ [1] & [0] & [-10] \\ [-10] & [-10] & [0] \end{bmatrix}$$

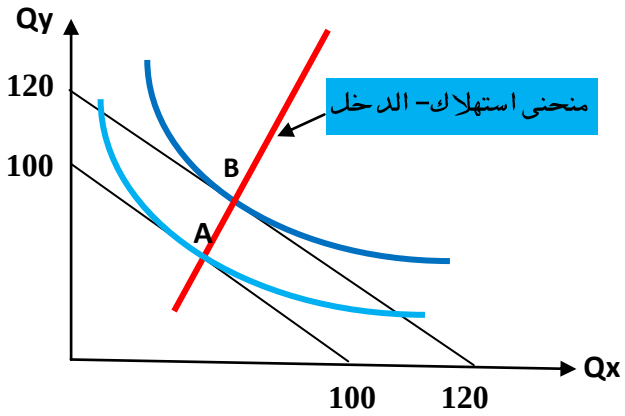
ومنه نجد : $Det\ MHB_{(x=60.5;y=59.5)} = +200 > 0$

وبالتالي التوليفة الإستهلاكية المثلى هي : $(x^* = 60.5u; y^* = 59.5u)$

ومنه مقدار التغير في المنفعة الكلية هو :

$$\Delta UT = UT_2 - UT_1 = 3660.25 - 2550.25 = 1110uu$$

- زيادة دخل المستهلك من 1000ون إلى 1200ون أدى إلى انتقال خط الميزانية إلى الأعلى بشكل موازي لخط الميزانية قبل تغير الدخل وتغير نقطة التوازن من A إلى B والخط الواصل بين النقطتين يسمى **منحنى استهلاك– الدخل**



4 ~~انخفاض~~ سعر السلعة x من 10 ون إلى 05 ون مع ثبات دخل المستهلك عند 1000 ون و سعر السلعة y عند 10ون :

✓ تحديد التوليفة الاستهلاكية المثلى التي تعظم منفعة هذا المستهلك :

$$L = UT + \lambda(R - XPx - YPy) \rightarrow Max$$

$$L = (y + 1)x + \lambda(1000 - 5X - 10Y) \rightarrow Max$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \to (y+1) - 5\lambda = 0 \to \lambda = \frac{y+1}{5} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \to x - 10\lambda = 0 \to \lambda = \frac{x}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \to 1000 - 5x - 10y = 0 \to \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) وبعد إجراء بعض الحسابات نجد : $y = \frac{X-2}{2}$ أو $x = 2y + 2$

بالتعويض في (03) نجد: $1000 - 5(2y+2) - 10y = 0 \to y = 49.5u \; ; x = 101u$

التوليفة الإستهلاكية المثلى : $(x^* = 101u; y^* = 49.5u)$،

المنفعة الكلية $UT^{Max} = 5100.5uu$

- **شروط الدرجة الثانية (الكافية):** (SOC)

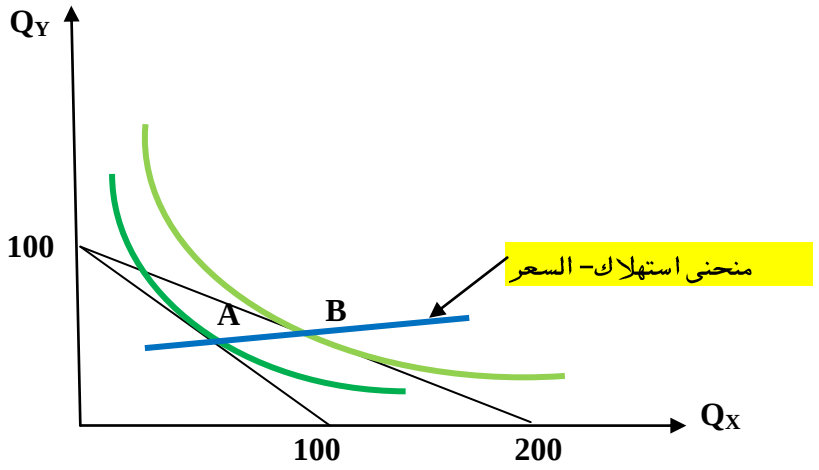
$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} [0] & [1] & [-5] \\ [1] & [0] & [-10] \\ [-5] & [-10] & [0] \end{bmatrix}$$

ومنه نجد :

$$Det\ MHB_{(x=101;y=49.5)} = +100 > 0$$

وبالتالي التوليفة الإستهلاكية المثلى هي : $(x^* = 101u; y^* = 49.5u)$

✓ اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط توازن المستهلك قبل وبعد انخفاض السعر: انخفاض سعر السلعة X من 10 ون إلى 05 ون مع ثبات دخل المستهلك أدى إلى نزوح خط الميزانية إلى الأعلى بشكل غير موازي وبالتالي تغيير نقطة التوازن من A إلى B و يسمى المنحنى الواصل بين النقطتين **بمنحـــنى استهلاك– السعر** .



- **تفكيك الأثر الكلي للسعر وفق منظور سلوتسكي:**

✓ نقوم أولا بحساب القيمة الحقيقية للدخل السابق بالأسعار الجـــديدة فنجد ثم نبحث عن التوليفـة الوسطية :

$$R = 50.5(5) + 49.5(10) = 747.5um$$

وبالتالي يصبح لدينا :

$$L = (y+1)x + \lambda(747.5 - 5X - 10Y) \rightarrow Max$$

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**:(FOC)

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \rightarrow (y+1) - 5\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{y+1}{5} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \rightarrow x - 10\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{x}{10} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 747.5 - 5x - 10y = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots 03) \end{cases}$$

من (01) و(02) وبعد إجراء بعض الحسابات نجد : $y = \frac{X-2}{2}$ أو $x = 2y + 2$

بالتعويض في (03) نجد:

$$747.5 - 5(2y+2) - 10y = 0 \rightarrow y = 36.875u \; ; x = 75.75u$$

التوليفة الوسيطة : ($x^* = 75.75u; y^* = 36.875u$)، ويمكن توضيح الوضعيات الثلاث من خلال الجدول التالي :

الوضعية الثالثة (التوليفة الوسطية)	الوضعية الثانية بعد تغير السعر	الوضعية الأولى قبل تغير السعر
$Px = 5, Py = 10$ $, R = 747.5$	$Px = 5, Py = 10, R = 1000$	$Px = Py = 10, R = 1000$
$x = 2y + 2$	$x = 2y + 2$	$x = y + 1$
	$UT = 5100.5$	$UT = 2550.25$
$x^* = 75.75;$ $y^* = 36.875)$	$x^* = 101u; y^* = 49.5u)$	$x^* = 50.5u; y^* = 49.5u)$

يصبح تفكيك الأثر الكلي للسعر كما يلي :

	السلعة x	السلعة y
الأثر الكلي للسعر ETp	101-50.5=50.5	49.5-49.5=0
أثر الاحلال ES	75.75-50.5=25.25	36.875-49.5=-12.625
أثر الدخل ER	101-75.75=25.25	49.5-36.875=+12.625

يمكن تلخيص نتائج التفكيك كما يلي :

- ✓ بالنسبة للسلعة x(سلعة عادية):

$$\begin{cases} ETp(x) = ES(x) + ER(x) \\ 50.5 \quad = 25.25 + 25.25 \end{cases}$$

- ✓ بالنسبة للسلعة y (سلعة رديئة أو دنيا) :

$$\begin{cases} ETp(y) = ES(y) + ER(y) \\ 00 = -12.625 + 12.625 \end{cases}$$

- **تفكيك الأثر الكلي للسعر وفق منظور هيكس:** حسب هيكس يفترض بقاء المستهلك على نفس منحنى السواء للمحافظة على نفس درجة الاشباع ($UT = 2550.25$) ، وبالتالي نحل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} TMS_{x\grave{a}y} = \dfrac{-Umx}{Umy} = \dfrac{-Px}{Py} \rightarrow \dfrac{-(y+1)}{x} = \dfrac{-5}{10} \rightarrow x = 2y + 2 \ldots (1) : \text{عند التوازن} \\ UT = (y+1)x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 2550.25 = (y+1)x \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بتعويض (1) في (2) نجد :

$$\rightarrow 2550.25 = (y+1)(2y+2) \rightarrow 2550.25 = 2(y+1)^2$$
$$\rightarrow y+1 = \sqrt{1275.125} \rightarrow y = 34.7u \rightarrow x = 71.4u$$

ومنه التوليفة الوسطية هي : $(x^* = 71.4u; y^* = 34.7u)$، نقوم بحساب الدخل اللازم لهذه الوليفة :

$$R = 71.4(5) + 34.7(10) = 704um$$

من الواضح أن استهلاك هذه التوليفة يستوجب عزل او استبعاد جزء من الدخل قدره: $1000-704=296um$

يصبح تفكيك الأثر الكلي للسعر كما يلي :

	السلعة x	السلعة y
الأثر الكلي للسعر ET_P	101-50.5=50.5	49.5-49.5=0
أثر الاحلال ES	71.4-50.5=20.9	34.7-49.5=-14.8
أثر الدخل ER	101-71.4=29.6	49.5-34.7=+14.8

المحاضرة الثامنة :الطلب والعرض وتوازن السوق (تحليل الطلب)

عناصر المحاضرة:

– نظرية الطلب :

- ✓ **الكمية المطلوبة/ مفهوم الطلب/ الطلب الفردي/ الطلب السوقي/ قانون الطلب.**
- ✓ **دالة الطلب/ جدول الطلب / منحنى الطلب/ محددات الطلب/ التغير في الكمية المطلوبة والتغير في الطلب / استثناءات قانون الطلب.**

–تمارين تدريبية مع الحلول .

أولا– نظرية الطلب :

تهتم نظرية الطلب بدراسة المحرك والفاعل الأساسي في السوق ، والمتمثل في المستهلك العقلاني الذي يرغب في الحصول على سلع أو خدمات معينة في حدود دخله (أي مع توفر القدرة الشرائية)، ومع الأخذ بعين الاعتبار مجموعة العوامل التي تؤثر في الكمية المطلوبة بشكل خاص والطلب بشكل عام .

1. **الكمية المطلوبة** : هي الكميات التي يرغب المستهلكون في شرائها من مختلف السلع والخدمات في ظل عوامل معينة تؤثر في رغباتهم وقدراتهم على شرائها .
2. **مفهوم الطلب** : الطلب هو تلك الكميات التي يرغب ويستطيع المستهلك الحصول عليها بأسعار مختلفة وخلال فترة زمنية محددة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ، فالطلب هو الرغبة المدعمة بالقدرة على الشراء .
3. **الطلب الفردي** : يشير الطلب الفردي إلى الكمية التي يطلبها مستهلك واحد لأي منتج معين عند مختلف الأسعار خلال فترة زمنية معينة ،مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة وتكتب دالـــة طلب الفردي بالصيغة التالية :

$$Q_{di} = f_i(P_x)$$

4. **الطلب السوقي** : يقصد بالطلب السوقي مجموع الطلبات الفردية أي الكميات المختلفة من هذه السلعة التي يرغب جميع المستهلكين لها و القادرين على شرائها عند مختلف الأسعار خلال فترة زمنية محددة مع افتراض

ثبات العوامل الأخرى التي تؤثر بطرق غير مباشرة في سلوك المستهلك تجاه هذه السلعة [1]، فهي مجموع دوال الطلب الفردية حيث تكتب دالة الطلب السوقي بالصيغة التالية : $Q_{Di} = \sum_{i=1}^{n} f_i\,(P_x)$

5 **قانون الطلب** : يعمل قانون الطلب على إظهار العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة للسلع وبين سعر هذه السلع ، حيث ينص قانون الطلب على أن الكمية المطلوبة من سلعة ما تتغير تغيرا عكسيا مع تغير السعر ، فكلما ارتفع السعر تقل الكمية المطلوبة (انكماش الطلب) وكلما انخفض السعر تزيد الكمية المطلوبة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة (تمدد الطلب) ، فمنحنى الطلب ينحدر إلى الأسفل لسببان هما أثر الإحلال و أثر الدخل ، كما أن انخفاض سعر السلعة يؤدي إلى تمدد طلب فئة الدخول المحدودة التي كانت تعجز على شراء هذه السلعة وكذلك تمدد طلب فئة أخرى كانت تعطي أهمية ضئيلة لهذه السلعة والعكس صحيح [2].

6 **دالة الطلب** : دالة الطلب هي عبارة عن العلاقة الرياضية التي تربط الكمية المطلوبة ومختلف العوامل المؤثرة فيها ، فهي تابع لمجموعة من المتغيرات تدعى محددات الطلب ، ويمكن التعبير عنها بالصيغة التالية :

$$Q_{Dx} = f_i(P_x, Pyi, Pzi, R, \dots\dots\dots T, G)$$

حيث :

Q_{Dx} : الكمية المطلوبة من السلعة x.

P_x : سعر السلعة x.

Pyi : سعر السلعة البديلة رقم i حيث تتغير i من 1 إلى n

Pzi : سعر السلعة المكملة رقم i حيث تتغير i من 1 إلى m

R : دخل المستهلك

T, G : عوامل أخرى .

[1] عمار عماري، **الاقتصاد الجزئي**، الدار الجزائرية، الجزائر، 2016، ص 09.

[2] كساب علي، **النظرية الاقتصادية** ، مرجع سبق ذكره، ص 66.

ويمكن التعبير عن دالة الطلب في أبسط صورها من خلال افتراض ثبات المتغيرات المستقلة التي تؤثر في الطلب ماعدا متغير مستقل واحد ترجع إليه كل التغيرات التي تطرأ على الكمية المطلوبة ، وعادة يتم افتراض كل المحددات باستثناء سعر السلعة نفسها ، وعليه تكون الكمية المطلوبة من السلعة تابعة لسعر السلعة فقط ، فتأخذ دالة الطلب الصيغة التالية :

$$Q_{Dx} = \sum_{i=1}^{n} Q_{di} = \sum_{i=1}^{n} f_i(P_x) = f(P_x) \rightarrow Q_{Dx} = a + bP_x$$

حيث :

Q_{Dx} : الكمية المطلوبة من السلعة x

i : 1،2.....n

n : عدد الطلبات الفردية .

a : يمثل الكمية المطلوبة لما يكون السعر معدوم أي لما تكون السلعة مجانية وهي كمية التشبع

b : يمثل القيمة المطلقة لميل دالة الطلب ويمثل التغير في الكمية المطلوبة من السلعة نتيجة تغير سعر نفس السلعة بوحدة نقدية واحدة أي : $b = \frac{\Delta Qd}{\Delta P}$

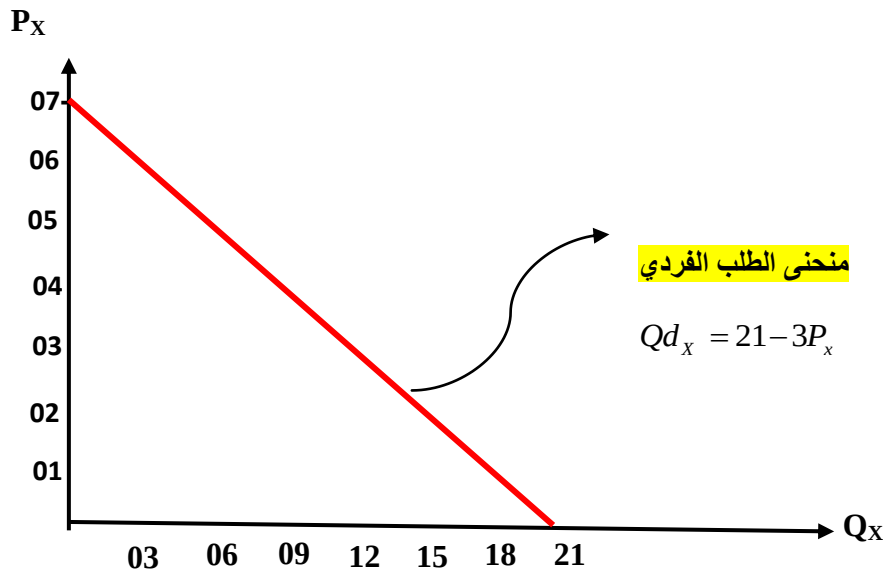
7 **جدول الطلب** : يعتبر تمثيل رقمي لقانون الطلب حيث يبين الكميات المختلفة من السلع عند مستويات الأسعار المختلفة في زمن معين وسوق معينة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة .

مثلا: إذا كانت دالة الطلب الفردية للسلعة x كالآتي: $Qd_X = 21 - 3P_x$

فيكون جدول الطلب كما يلي :

السعر P_X	0	1	2	3	4	5	6	7
الكمية المطلوبة Q_{dX}	21	18	15	12	9	6	3	0

8 **منحنى الطلب** : يمثل المحل الهندسي لجميع الثنائيات الممكنة (Q_X, P_X) حسب مستويات السعر المختلفة ، أي هو عبارة عن التمثيل البياني لجدول الطلب ، منحنى الطلب ينحدر من الأعلى إلى الأسفل للدلالة على الميل السالب الذي يبين العلاقة العكسية بين السعر والكمية المطلوبة ، فمنحنى الطلب تعبير بياني لقانون الطلب ، ويمكن رسم منحنى الطلب اعتمادا على معطيات المثال السابق كم يلي :



9 – محددات الطلب :يمكن تقسيم المتغيرات المستقلة المؤثرة في الطلب إلى نوعين من المتغيرات أولهما **متغيرات كمية** وهي تلك المتغيرات التي يمكن قياسها كميا ، حيث تتوافر لها وحدات قياس كالدخل والأسعار والتي تقاس بوحدات نقدية ، ثانيهما **متغيرات نوعية** و هي تلك المتغيرات التي لا يمكن قياسها كميا كأذواق وتفضيلات المستهلكين [1] ، ويمكن تلخيص مختلف محددات الطلب فيما يلي :

✓ **سعر السلعة** : يعتبر سعر سلعة من العوامل الأساسية المحددة للطلب حيث توجد علاقة اتجاهية عكسية بين الكمية المطلوبة من السلعة أو الخدمة وسعرها ، وسبب هذه العلاقة العكسية يرجع أولا **لأثر الإحلال** المتمثل في مقدار التغير في الكمية المطلوبة من السلعة نتيجة تغير سعرها ،فعند ارتفاع أو انخفاض سعرها تصبح أغلى (أرخص) نسبيا من السلع الأخرى فيقوم المستهلك بإحلالها محل السلع الأخرى، وثانيا **لأثر الدخل** المتمثل في مقدار التغير في الكمية المطلوبة من السلعة نتيجة تغير الدخل الحقيقي للمستهلك الناتج عن تغير سعرها المطلق ، فانخفاض سعر السلعة مع ثبات العوامل الأخرى يزيد من الدخل الحقيقي للمستهلك ويزيد طلبه على هذه السلعة والعكس صحيح وهذا في حالة السلع العادية حيث يكون كل من أثر الإحلال وأثر الدخل في نفس الاتجاه ويعملان في عكس اتجاه تغير السعر، وهكذا يكون ميل منحنى الطلب سالب .

✓ **أسعار السلع الأخرى** :تؤثر أسعار السلع البديلة أو المكملة في الطلب على سلعة ما ، فارتفاع سعر السلعة البديلة مع ثبات العوامل الأخرى يؤدي إلى تخفيض الكمية المطلوبة منها و إحلالها بالسلعة البديلة لها ، أي هناك علاقة طردية بين الكمية المطلوبة من سلعة ما وسعر السلعة البديلة لها ، بينما هناك علاقة عكسية بين الكمية المطلوبة

[1] أحمد محمد مندور وآخرون، **النظرية الاقتصادية الجزئية**، مرجع سبق ذكره، ص 31.

من سلعة ما وسعر السلعة المكملة لها ، حيث ترتفع الكمية المطلوبة من سلعة ما إذا انخفض سعر السلعة المكملة لها مع ثبات العوامل الأخرى .

✓ **دخل المستهلك** :الدخل النقدي من العوامل الأساسية المحددة لطلب المستهلك لسلعة ما ، فزيادة دخول المستهلكين بشكل عام يؤدي إلى زيادة قدراتهم على شراء كميات أكبر من السلع عند نفس المستوى من الأسعار ، وهذا ما يتطابق مع السلع العادية فهناك علاقة طردية بين التغير في دخل المستهلك النقدي والطلب على السلع العادية وبالتالي ينتقل منحنى الطلب إلى اليمين، أما في حالة السلع الدنيا فزيادة الدخل يؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة منها وبالتالي ينتقل منحنى الطلب إلى اليسار .

✓ **الضرائب والرسوم** :تقوم الحكومات بفرض بعض الضرائب غير المباشرة على استهلاك بعض أنواع السلع الكمالية مما يؤدي إلى ارتفاع أسعارها وبالتالي نقص الطلب عليها ..[1]

✓ **تطور عدد المستهلكين** :إن تطور و زيادة عدد المستهلكين (بتطور النمو السكاني أو الهجرة) يؤدي إلى زيادة الطلب أي ينتقل منحنى الطلب إلى اليمين والعكس صحيح .

✓ **أذواق المستهلكين ورغباتهم** : كلما كانت أذواق المستهلكين ورغباتهم في صالح السلعة فإن الطلب عليها سيزيد عند السعر السائد، أما إذا تغيرت أذواقهم ورغباتهم لغير صالح السلعة فإن الطلب عليها سينقص وتتغير ميول المستهلكين وأذواقهم ورغباتهم من خلال برامج الترويج كالدعاية والإعلان عبر مختلف وسائل الإعلام وكذلك تتأثر بالعامل الثقافي والاجتماعي .

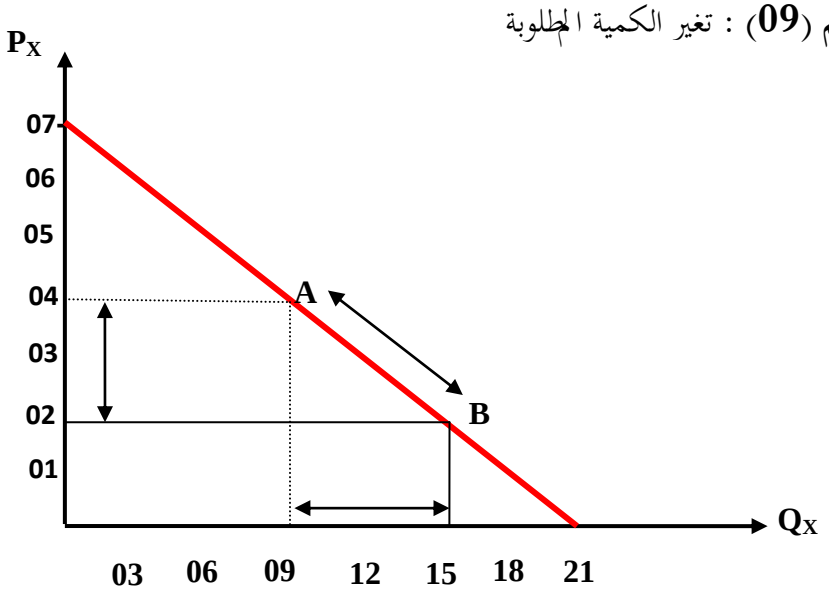
✓ **توقعات المستهلكين** : يتأثر الطلب على السلع بتوقعات المستهلكين فنتيجة لبعض الظروف المناخية أو السياسية أو الاقتصادية يتوقع المستهلكون ارتفاع سعر سلعة ما في المستقبل فيزداد طلبهم على هذه السلعة وبالتالي ينتقل منحنى الطلب إلى اليمين، والعكس صحيح .

10 – التغير في الكمية المطلوبة والتغير في الطلب :

تغير الكمية المطلوبة يشير إلى تغير كمية السلعة عند تغير سعرها مع افتراض ثبات العوامل الأخرى ، أي يعني الانتقال من نقطة إلى أخرى على نفس المنحنى كما هو موضح أدناه :

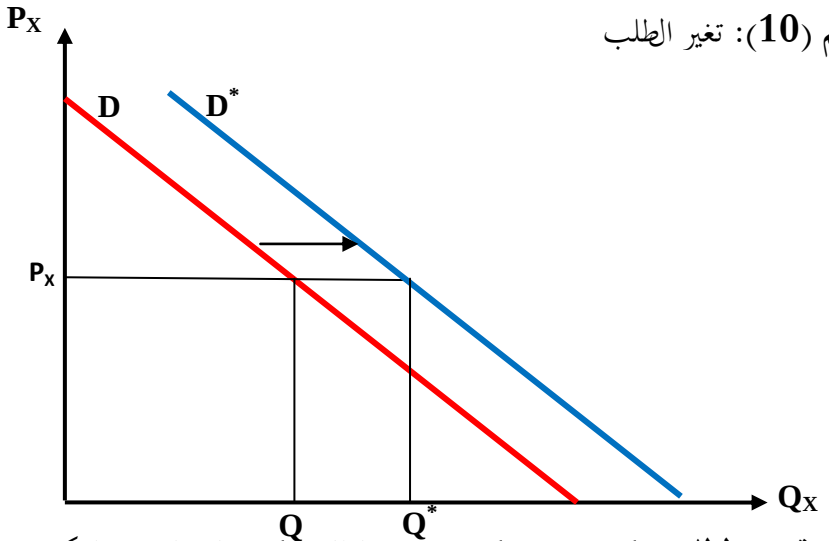
[1] حنيش الحاج، **ملخص محاضرات في الاقتصاد الجزئي المعمق**، سنة أولى ماستر، تخصص اقتصاد وتسيير المؤسسة، جامعة البليدة2، الجزائر،2021/2020، ص 15.

شكل رقم (09) : تغير الكمية المطلوبة



أما تغير الطلب بالعكس يشير إلى انتقال منحنى الطلب بكامله إلى اليمين بمقدار الزيادة الجديدة في حالة التأثير الطردي لأحد العوامل المحددة للطلب مع افتراض ثبات سعر السلعة ، أو انتقاله إلى اليسار في حالة التأثير العكسي أو السلبي لأحد العوامل المحددة للطلب مع افتراض ثبات سعر السلعة كما هو موضح أدناه :

شكل رقم (10): تغير الطلب



11 – استثناءات قانون الطلب : كما سبق وذكرنا مفهوم الطلب يركز على العلاقة العكسية بين السعر والكمية المطلوبة مع افتراض ثبات المحددات الأخرى للطلب كما نص عليه قانون الطلب أي أن الكمية المطلوبة من سلعة ما تتغير تغيرا عكسيا مع تغير السعر ، فكلما ارتفع السعر تقل الكمية المطلوبة (انكماش الطلب) وكلما انخفض السعر تزيد الكمية المطلوبة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة (تمدد الطلب)، لكن في الواقع قد نصادف حالات معاكسة لقانون الطلب ، أي ارتفاع الكمية المطلوبة رغم ارتفاع سعرها ومن أهم تلك الحالات نجد [1] :

[1] نفس المرجع، ص 43.

- سلع الرفاهية والبذخ والتي يزداد الطلب عليها بارتفاع سعرها ، مثل المجوهرات الغالية والنادرة والتحف .
- سلع الماركات والجودة العالية والمميزة بالشهرة الإعلامية مثل ملابس النجوم ومواد الزينة .
- التوقعات بارتفاع أو انخفاض الأسعار أو الندرة مستقبلا أي النقص أو الزيادة في عرض السلعة ، مثل توقع الأزمات والحروب .
- **سلع *Giffen*** : أثبت الاقتصادي البريطاني "**جيفن**" في القرن التاسع عشر أن بعض السلع الغذائية الخاصة بالفقراء يتصرف الأفراد من ذوي الدخول المنخفضة جدا اتجاهها على النقيض من قانون الطلب [1] ، فسلع جيفن هي السلع الدنيا في نظر المستهلك ، حيث يتجه المستهلك إلى شراء المزيد من السلع رغم ارتفاع سعرها لأنه يصبح غير قادر على شراء سلع أخرى بسبب انخفاض قدرته الشرائية ، مثلا يؤدي ارتفاع سعر الحليب أو الخبز إلى تدهور القدرة الشرائية للعائلات الفقيرة ، ويدفعها هذا التدهور إلى انقاص استهلاكها من المواد الغذائية الأخرى مثل اللحوم وتزيد من استهلاكها للسلع الضرورية كالحليب أو الخبز ، وإذا انخفض سعرهما ترتفع القدرة الشرائية لهذه العائلات مما يدفعها إلى إنقاص طلبها من الحليب والخبز التي كانت محرومة منها بسبب غلاء ثمنها.

تمارين تدريبية مع الحلول :

التمرين الأول : إليك البيانات التالية الموضحة في جدول الطلب :

P_x السعر	0	10	20	30	40	50
Qd_x الكمية	64	56	48	40	32	24

المطلوب : اوجد دالة الطلب على السلعة x .

التمرين الثاني إذا كانت دالة الطلب الفردية للسلعة x كالآتي: $Qd_X = 21 - 3P_x$

المطلوب :

- ✓ أوجد جدول الطلب الفردي.
- ✓ ارسم منحنى الطلب الفردي .
- ✓ ماذا يمثل العددان الثابتان في الدالة
- ✓ ما هي أعلى كمية يطلبها المستهلك ؟ و هل تعتبر كمية حد التشبع أم لا ؟

الحل النموذجي :

[1] طارق العكيلي، **الاقتصاد الجزئي**، دار الكتب، بغداد، 2000، ص 26 .

التمرين الأول :

1 إيجاد دالة الطلب على السلعة x:الصيغة العامة لدالة الطلب هي : $Q_{Dx} = a + bP_x$

حيث : Q_{Dx} : الكمية المطلوبة من السلعة x

a : يمثل الكمية المطلوبة لما يكون السعر معدوم ويساوي 64.

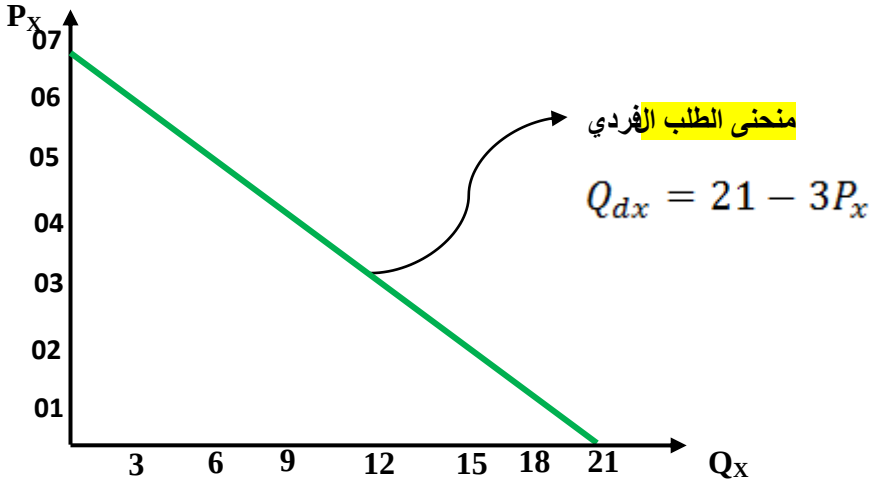
b : ميل دالة الطلب ويمثل التغير في الكمية المطلوبة من السلعة نتيجة تغير سعر نفس السلعة بوحدة نقدية واحدة أي : $b = \frac{\Delta Qd}{\Delta P} = \frac{56-64}{10-0} = -0.8$ وعليه تكون دالة الطلب بالشكل :

$$Q_{Dx} = 64 - 0.8P_x$$

التمرين الثاني :

1 إيجاد جدول الطلب الفردي :

السعر P_X	0	1	2	3	4	5	6	7
الكمية المطلوبة Q_{DX}	21	18	15	12	9	6	3	0



✓ يمثل العددان الثابتان في دالة الطلب ما يلي :

21 : يمثل الكمية المطلوبة لما يكون السعر معدوم أي لما تكون السلعة مجانية وهي كمية التشبع

3 : يمثل القيمة المطلقة لميل دالة الطلب ويمثل التغير في الكمية المطلوبة من السلعة نتيجة تغير سعر نفس السلعة بوحدة نقدية واحدة .

✓ أعلى كمية يطلبها المستهلك هي 21 وحدة ، نعم هي كمية التشبع .

المحاضرة التاسعة :الطلب والعرض وتوازن السوق (تحليل العرض)

عناصر المحاضرة:

– تحليل نظرية العرض :

- ✓ **تعريف الكمية المعروضة / تعريف العرض / العرض الفردي / العرض السوقي / محددات العرض / دالة العرض/ قانون العرض/ استثناءات قانون العرض/ جدول العرض/ منحنى العرض/ التمييز بين انتقال منحنى العرض (تغير العرض) والحركة على المنحنى .**

أولا– تحليل نظرية العرض :

1. **تعريف الكمية المعروضة** : الكمية المعروضة من سلعة ما هي الكمية التي يخطط المنتجون (العارضون) لبيعها (عرضها) مقابل أسعار محددة خلال فترة زمنية محددة .
2. **تعريف العرض** : هو علاقة بين الكميات التي يخطط البائعون لعرضها من سلعة ما ، مقابل مستويات متعددة من الأسعار خلال فترة زمنية محددة آخذين بعين الاعتبار العوامل المؤثرة الأخرى [1]، كما يعرف العرض على أنه الكمية التي يكون البائعون على استعداد لبيعها عند سعر معين وفي فترة زمنية معينة .
3. **العرض الفردي** : هو الكميات المختلفة من السلعة التي يكون المنتج الفرد على استعداد لطرحها في السوق عند مختلف الأسعار خلال فترة زمنية معينة ، وتكتب دالـة العـرض الفردي بالصيغة التالية :

$$Q_{si} = f_i(P_x)$$

4. **العرض السوقي** : يقصد بالعرض السوقي للسلعة ، الكميات المختلفة من السلعة التي يكون مجموع المنتجين الأفراد قادرين على عرضها عند مختلف الأسعار خلال فترة زمنية محددة مع افتراض ثبات العوامل الأخرى التي تؤثر بطرق غير مباشرة على الكميات المعروضة من هذه السلعة [2]، وهي مجموع دوال العرض الفردية حيث تكتب دالة العرض السوقي بالصيغة التالية : $Q_{si} = \sum_{i=1}^{n} f_i\,(P_x)$
5. **محددات العرض** : يتحدد عرض سلعة ما خلال فترة زمنية معينة بعدد من المحددات منها [3]:

- ✓ **سعر السلعة** : هناك علاقة طردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها خلال فترة زمنية معينة .

---

[1] عبد الرزاق بني هاني، **الاقتصاد الجزئي**، دروس على الخط ، جامعة اليرموك، الأردن.

[2] عمار عماري، **الاقتصاد الجزئي**، الدار الجزائرية، الجزائر، 2016، ص 09.

[3] أحمد محمد مندور وآخرون،**النظرية الاقتصادية الجزئية** ، الدار الجامعية، الإسكندرية ، 2007، ص ص 53،55.

- ✓ **أسعار السلع الأخرى** : ونقصد بها أسعار السلع التي قد تكون مكملة أو منافسة للسلعة التي ينتجها الفرد.
  - **السلع المكملة** : إذا كانت السلعة A متكاملة مع السلعة Bالتي قد ينتجها منتج آخر ، فإن ارتفاع سعر السلعة B يؤدي إلى انخفاض الطلب عليها ، وبما أنها لا تستهلك إلا بمعية السلعة A ، فإن هذه الأخيرة ينخفض الطلب عليها عند نفس السعر ، وهذا ما يجعل المنتج يخفض من الكميات التي يعرضها في السوق عند نفس السعر والعكس صحيح .
  - **السلع المنافسة** : هي السلع التي يمكن أن تحل محل بعضها البعض، إذا كانت السلعة A و Bمتنافستين فإن ارتفاع سعر السلعة A يؤدي إلى انخفاض الطلب عليها ، واتجاه المستهلكين لزيادة طلبهم من السلعة B ومقابل ذلك سيزيد المنتج من عرضه للسلعة Bوالعكس صحيح عندما ينخفض سعر السلعة A.
- ✓ **أسعار خدمات عوامل الانتاج** : ونقصد بعوامل الانتاج العمل، رأس المال، الأرض والتنظيم ، فالتغيرات في أسعار عوامل الانتاج التي تدخل في انتاج سلعة معينة بالارتفاع والانخفاض سوف تؤثر هبوطا وارتفاعا في التكاليف ومن ثم تؤثر على عرض السلعة، فإذا انخفضت أسعار عوامل الإنتاج سوف تنخفض تكاليف إنتاج هذه السلعة ومن ثم زيادة ربحية هذه السلعة ، فيزيد عرض هذه السلعة مع ثبات العوامل الأخرى على حالها والعكس صحيح .
- ✓ **مستوى التقدم الفني والتكنولوجي** : هناك علاقة طردية بين عرض سلعة ما ، ومستوى التقدم الفني والتكنولوجي المستخدم في إنتاجها خلال فترة زمنية معينة مع ثبات العوامل الأخرى على حالها ، فالتحسينات التي تدخل على طريقة الانتاج نتيجة لتطورات الفن التكنولوجي المستخدم في العملية الانتاجية كاستخدام الآلات الحديثة سوف تؤدي إلى تخفيض في تكلفة الانتاج وبالتالي تمكين العاملين من زيادة الكمية المعروضة عند نفس السعر .
- ✓ **توقعات الأسعار لدى المنتجين** : إذا كان المنتجون يتوقعون أن سعر السلعة سيرتفع ، تجدهم يبادرون إلى تخزين هذه السلع حتى يرتفع ثمنها ، وبالتالي سنجد أن منحنى العرض سيرتفع إلى أعلى مشيرا إلى ارتفاع الأسعار والعكس صحيح .
- ✓ **الإعانات والضرائب** : لها تأثير في العرض فالإعانات الحكومية التي تقدم سنجد أنها ستؤدي إلى نقل منحنى العرض إلى الأسفل ، يعني زيادة في العرض ، هذا الانتقال لماذا ؟ لأنه جزء من سعر السلعة

ستدفعه الحكومة فكان هذا بالنسبة للمنتج كأنه يرى أن تكلفة إنتاج هذه السلعة انخفض بالنسبة له ، فتجده يزيد من إنتاج هذه السلعة وبالتالي منحنى العرض ينتقل إلى الأسفل يعني زيادة الكمية المعروضة عند السعر السائد ، ونفس الشيء يقال لكن بشكل معاكس للضرائب ، والضرائب أيضا من محددات العرض فكلما زادت الضرائب نجد أن المنتج يحسب هذه الضرائب من تكاليفه فكان فرض الضريبة على المنتج الذي ينتجه كان زيادة في تكاليفه ، وبالتالي نجد أن منحنى العرض ينتقل إلى الأعلى كأنه زيادة في التكاليف [1].

- ✓ **عدد البائعين أو المنتجين للسلعة** : بما أن العرض السوقي هو مجموع الكميات التي يعرضها المنتجون عند مختلف مستويات السعر ، فإن ارتفاع عدد البائعين أو المنتجين سيؤدي إلى زيادة عرض السلعة ، وبالتالي انتقال منحنى عرض السوق إلى الأسفل والعكس صحيح في حال انخفاض عدد البائعين أو المنتجين

6 -**دالة العرض** : دالة العرض هي عبارة عن العلاقة الرياضية التي تربط الكمية المعروضة ومختلف العوامل المؤثرة فيها ، ويمكن التعبير عنها بالصيغة التالية :

$$Q_{sx} = f_i(P_x, Py, Pz, T, N)$$

حيث :

Q_{sx} : الكمية المعرضة من السلعة X.

P_x : سعر السلعة X.

P_y : أسعار عناصر الانتاج .

Pz : أسعار السلع الأخرى .

T : التكنولوجيا .

N : عدد البائعين .

[1] يونس معبدي، **محاضرات في الإقتصاد الجزئي**، جامعة ورقلة، الجزائر، ص 20.

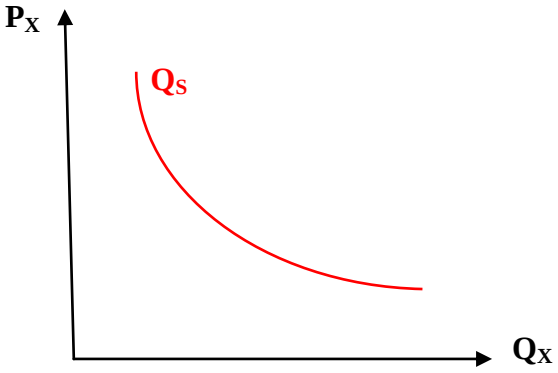
ويمكن التعبير عن دالة العرض في أبسط صورها من خلال افتراض ثبات المتغيرات المستقلة التي تؤثر في العرض ماعدا متغير مستقل واحد ترجع إليه كل التغيرات التي تطرأ على الكمية المعروضة ، وعادة يتم افتراض كل المحددات باستثناء سعر السلعة نفسها ، وعليه تكون الكمية المعروضة من السلعة تابعة لسعر السلعة فقط ، فتأخذ دالة العرض الصيغة التالية : $Q_{sx} = f(P_x)$

7 **قانون العرض** : إن زيادة الأسعار يزيد من أرباح المنتجين ، وهذا ما يشجعهم على زيادة الإنتاج وعرضه للبيع ، لكنهم لا يستمرون في زيادة الإنتاج ، لأن تكلفة الوحدة المنتجة (التكلفة الحدية) ، ترتفع بزيادة الانتاج ، وبالتالي عند تساوي مستوى سعر الوحدة مع التكلفة الحدية لانتاج الوحدة فإنهم يتوقفون عن الانتاج ، وإذا ارتفع السعر مرة أخرى فإنهم يزيدون في إنتاجهم إلى الحد الذي يتساوى عنده السعر مع التكلفة الحدية .

كذلك بالنسبة لانخفاض السعر ، فالمنتجون ينتجون عند تساوي السعر بالتكلفة الحدية ، وإذا انخفض السعر أيضا تصبح التكلفة الحدية أكبر من السعر ، وبالتالي يخفض المنتجون من إنتاجهم إلى المستوى الذي تتساوى عنده التكلفة الحدية بالسعر ، إذن **قانون العرض** هو تمدد الكميات المعروضة بزيادة السعر ، وتنكمش بنقصان السعر شريطة أن تبقى جميع العوامل الأخرى ثابتة [1].

8 **استثناءات قانون العرض** : حسب قانون العرض هناك علاقة طردية بين السعر والكمية المعروضة لكن هناك استثناءات لهذا القانون بحيث تصبح العلاقة بينهما عكسية ومن هذه الاستثناءات نجد [2]:

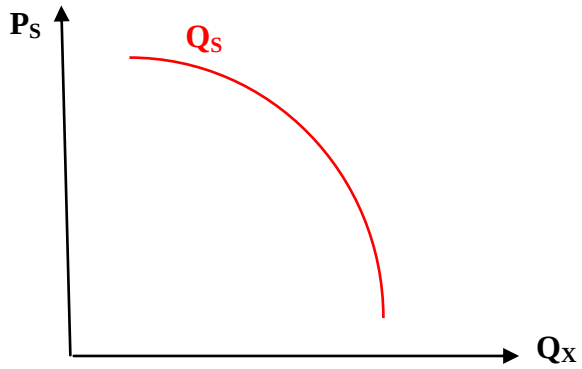
✓ **توقع استمرار زيادة السعر أو نقصه** : عندما يتوقع المنتجون الاستمرار في زيادة السعر أو الاستمرار في نقصه المنتجون يفضلون عدم التجاوب مع الزيادة في السعر ، حيث يقللون من عرض سلعهم و العكس عند انخفاض السعر يفضلون زيادة عرض سلعهم حتى يتفادوا انخفاض أرباحهم المتوقعة .



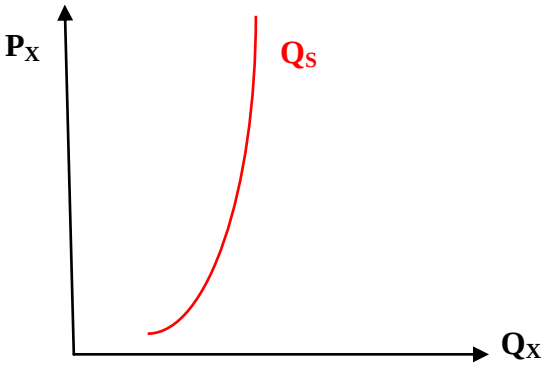
[1] كساب علي ، مرجع سبق ذكره، ص 101.
[2] نفس المرجع ، ص 103.

أي أن منحنى العرض يكون مساير لمنحنى الطلب .

✓ **منحنى العرض الملتوي إلى اليسار** : عادة ما يرفع المنتجون أجور العمال أو فئة منهم لتحفيزهم ، وهذا عندما يكون هناك حاجة لخدماتهم ، غير أنه عند زيادة الأجر عند مستوى معين ينجر عنه انخفاض عرض العمل بالرغم من زيادة واستمرار الطلب على العمل وارتفاع الأجور ، والسبب هو أن العامل عندما يصل دخله عند مستوى معين يشعر بأهمية تخفيض ساعات العمل حيث يحافظ على دخل حقيقي معين ، ليخصص الفراغ المكتسب للراحة والثقافة والتنزه وهذا ما يؤدي إلى أن ارتفاع السعر لا يسهم في زيادة الانتاج لانخفاض ساعات العمل مما يجعل منحنى العرض يأخذ شكلا ملتويا إلى اليسار مخالف لقانون العرض .



✓ **الثبات النسبي لبعض المحصولات الزراعية** : قد تخضع بعض المحصولات الزراعية لنوع من الثبات النسبي لضرورة انقضاء مدة بين بذر البذور وجني المحصول ، أحيانا ترتفع أسعار البيع عند اقتراب جني المحصول ، لكن المزارع لا يمكنه زيادة المساحات المزروعة ، وكذلك انخفاض الأسعار لا يؤدي إلى انكماش عرض المحاصيل الزراعية .



9 **جدول العرض** : يبين لنا العلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها كما هو موضح في الجدول أدناه :

النقط	A	B	C	D	E	F	G	H	I
P_x	00	01	02	03	04	05	06	07	08
Q_x	10	20	30	40	50	60	70	80	90

حيث : P_x : الاسعار ، Q_x : الكمية المعروضة .

10 – **منحنى العرض** : هو تمثيل بياني لجدول العرض ، وباستعمال بيانات الجدول السابق نحصل على منحنى موجب الميل ، يعكس قانون العرض ، متصاعد من الأسفل إلى الأعلى ومن اليسار إلى اليمين .

مثال رقم (01) : إذا كانت معطيات الجدول السابق توضح بيانات عرض أحد المنتجين .

المطلوب : استنتج دالة العرض الفردية ؟

– إذا كان في السوق 100 منتج يعرضون نفس السلعة ، أوجد دالة العرض السوقي ؟

الحل النموذجي :

- ايجاد دالة العرض الفردية : الشكل العام لدالة العرض : $\mathbf{Q_s = a + bP_x}$

حيث : **a** : نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الأفقي ، **b** : ميل المنحنى .

$$b = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{20-10}{2-1} = 10$$

$$\mathbf{Q_S = a + bP_x}$$

من الجدول لدينا : $40 = a + 10(3)$

$a = 40-30 \Rightarrow a = 10 \Rightarrow \mathbf{Q_S = 10 + 10P_x}$

- إيجاد دالة العرض السوقية :

$$Q_{SX} = N \times Q_{SI} = 100\ (10+10\ P_x) \Rightarrow Q_S = \mathbf{1000 + 1000\ P_x}$$

مثال رقم (02) : إذا كان العرض الفردي للمنتجين **A,B,C** للسلعة X بالوحدات عند مختلف الأسعار كما يلي:

السعر P_x	المنتجA	المنتج B	المنتجC
01	20	25	15
02	30	35	25
03	40	45	35
04	50	55	45
05	60	65	55
06	70	75	65

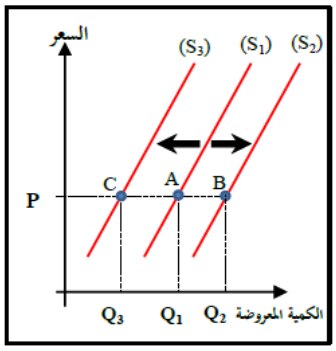
- **المطلوب** : إذا كان هؤلاء المنتجين هم الوحيدين في السوق ، أوجد العرض السوقي ؟

➢ **الحل** : العرض السوقي هو مجموع وحدات الإنتاج عند كل مستوى من الأسعار .

السعر P_x	المنتجA	المنتج B	المنتجC	العرض السوقي
01	20	25	15	60
02	30	35	25	90
03	40	45	35	120
04	50	55	45	150
05	60	65	55	180
06	70	75	65	210

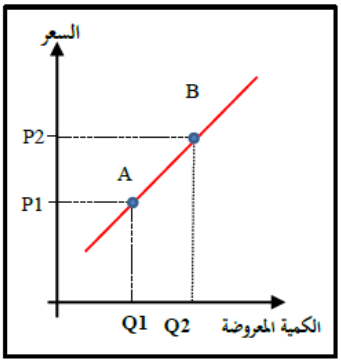
11 – **التمييز بين انتقال منحنى العرض (تغير العرض) والحركة على المنحنى** : تغير الكمية المعروضة يشير إلى تغير كمية السلعة عند تغير سعرها مع افتراض ثبات العوامل الأخرى ، أي يعني الانتقال من نقطة إلى أخرى على نفس المنحنى كما هو موضح أدناه (شكل رقم 12):

شكل رقم (11): تغير العرض



أما تغير العرض بالعكس يشير إلى انتقال منحنى العرض بكامله إلى اليمين في حالة التأثير الطردي لأحد العوامل المحددة

شكل رقم (12): تغير الكمية المعروضة



للعرض مع افتراض ثبات سعر السلعة ، أو انتقاله إلى اليسار في حالة التأثير العكسي أو السلبي لأحد العوامل المحددة للعرض مع افتراض ثبات سعر السلعة كما هو موضح في الشكل رقم (11) .

المحاضرة العاشرة : الطلب والعرض وتوازن السوق (تحليل توازن السوق)

عناصر المحاضرة:

– تعريف توازن السوق:

- ✓ **تعريف السوق/ توازن السوق .**

–أثر التغيرات في الطلب والعرض على سعر وكمية التوازن:

- ✓ **حالة تغير الطلب مع ثبات العرض.**
- ✓ **حالة تغير العرض مع ثبات الطلب.**
- ✓ **حالة تغير العرض و الطلب معا.**

– أنواع التوازن

أولا– تعريف توازن السوق :

1 **تعريف السوق** : نقصد بالسوق المكان الجغرافي الذي يلتقي فيه البائعون والمشترون لتبادل السلع و الخدمات ، ومع التطور العلمي و التقني خاصة في مجال الاتصالات ، لم تعد للمكان نفس الأهمية التي كان عليها في السابق ، وأصبح من الممكن عقد الصفقات التجارية إلكترونيا، مما جعل السوق مرتبط بالسلعة بدل المكان [1].

وتتدخل نوعية السوق الذي تعمل فيه المشروعات الإنتاجية في تحديد كمية مبيعاتها والأسعار التي يمكن تحميلها للمستهلك [2]، حيث أن ظروف السوق تؤثر على المشروع الإنتاجي وتتحكم في النفقات والإيرادات وبالتالي في تحديد الكميات والأثمان .

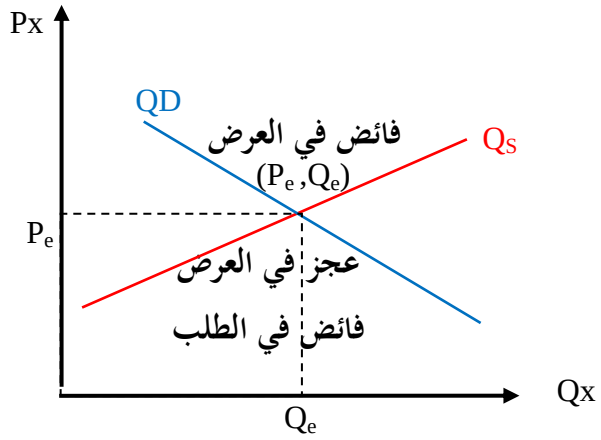
2 **توازن السوق** : يتحقق توازن سوق المنافسة الكاملة (أفضل وضع ممكن)، عند النقطة التي يتعادل فيها الطلب الكلي (طلب السوق) مع العرض الكلي (عرض السوق)، وعند هاته النقطة سعر التوازن هو السعر الذي تتساوى فيه الكمية التي يكون المشترون مستعدين لشراء السلعة أو الخدمة مع الكمية التي يكون البائعون مستعدين لبيعها منها ، وتسمى تلك الكمية بدورها كمية التوازن .

[1] البشير عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص 203.

[2] السيد محمد أحمد السريتي، علي عبد الوهاب نجا، **الاقتصاد الجزئي**، مرجع سبق ذكره، ص 299.

✓ **توازن السوق بيانيا** : يتم تحديد سعر التوازن وكمية التوازن من خلال تمثيل منحنى الطلب والعرض لتلك السلعة في آن واحد ، ونقطة التقاطع تمثل توليفة التوازن، حيث الإسقاط العمودي يمثل كمية التوازن وهي الكمية المطلوبة والمعروضة في آن واحد، بينما الإسقاط الأفقي يمثل سعر التوازن.

وهذه التوليفة هي الوحيدة التي تحقق التوازن مع ثبات ظروف الطلب والعرض ، أما عند باقي الأسعار لا يحدث التوازن، وإنما يكون سوق هاته السلعة إما في حالة **فائض** (الكمية المعروضة أكبر من المطلوبة)، أو في حالة **عجز** (الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة) .



✓ **توازن السوق رياضيا** : إن سعر السلعة أو الخدمة في السوق لا يتحدد حسب رغبة المستهلك أو المنتج ، بل يعني مفهوم توازن السوق تساوي قوى العرض السوقي مع قوى الطلب السوقي وهذا ما يؤدي إلى تساوي الكمية الإجمالية أو السوقية المطلوبة من السلعة X في السوق Q_{Dx} مع الكمية الإجمالية أو السوقية المعروضة من السلعة X في السوق Q_{Sx}، ومنه فإن التعبير الجبري عن توازن السوق هو :

$$Q_{Dx} = Q_{Sx}$$

ثانيا– أثر التغيرات في الطلب والعرض على سعر وكمية التوازن :في سياق الحديث عن توازن السوق يفترض ثبات بقية العوامل المحددة للطلب والعرض، لكن قد يتغير وضع التوازن من الوضع الأصلي إل الوضع الجديد بسبب تغير أحد العوامل ، وبالتالي يمكن أن يتغير السعر التوازني أو الكمية التوازنية إذا حدث تغير في الطلب أو في العرض أو كلاهما، فهناك ثلاث حالات تتمثل فيما يلي :

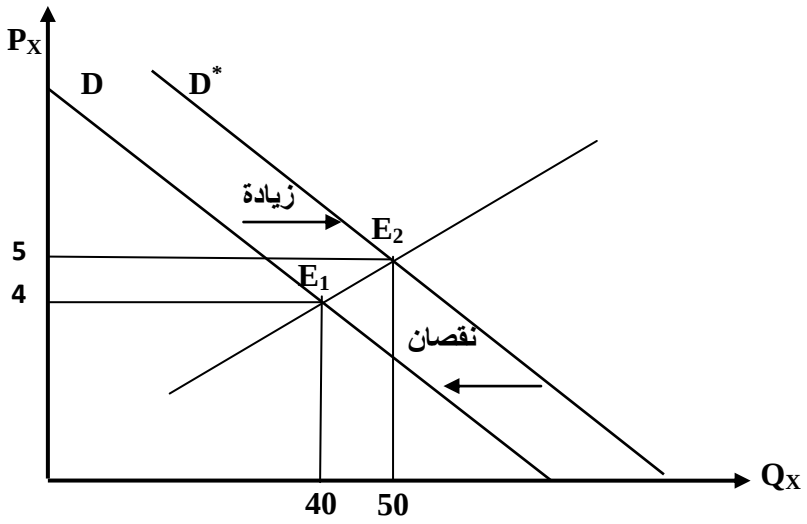
✓ حالة تغير الطلب مع ثبات العرض .

✓ حالة تغير العرض مع ثبات الطلب .

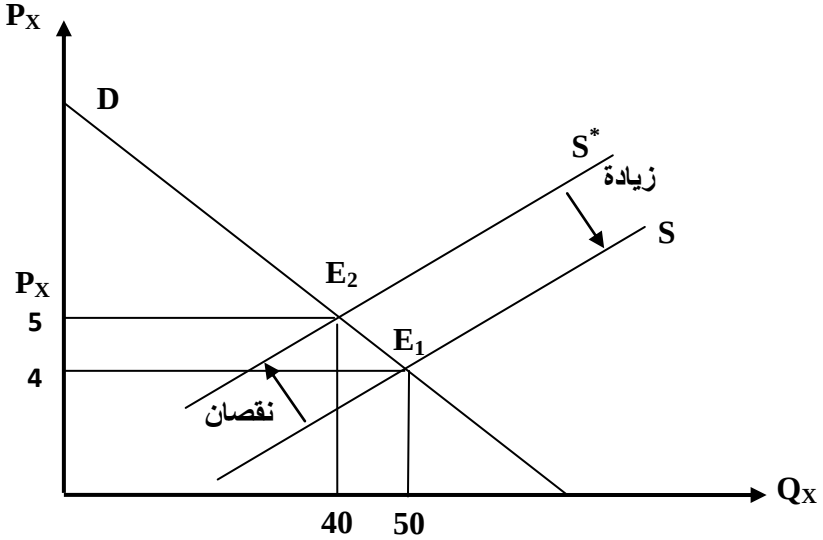
✓ حالة تغير الطلب والعرض معا .

1 حالة تغير الطلب مع ثبات العرض :يتغير الطلب (زيادة أو نقصان) على السلعة بسبب التغير في أحد محددات الطلب كتغير عدد السكان، تغير الدخل أو أذواق المستهلكين أو بسبب تغير أسعار السلع

المكملة أو البديلة ...الخ،فيترتب عن ذلك انتقال منحنى الطلب إلى الأعلى (جهة اليمين) في حالة الزيادة فتزداد الكمية التوازنية والسعر التوازني، وينتقل إلى أسفل (جهة اليسار) في حالة نقص الطلب ، فتنقص الكمية التوازنية والسعر التوازني كما هو موضح في الشكل أدناه .



2 **حالة تغير العرض مع ثبات الطلب** : قد ينزاح منحنى العرض إلى اليمين(زيادة) عند ارتفاع أسعار السلع المنافسة أو انخفاض أسعار السلع المكملة، أو بسبب منح الحكومة إعانات أو تخفيض الضرائب أو انخفاض أسعار عوامل الإنتاج ....الخ ، في حالة تغير العرض بالزيادة ستزداد الكمية التوازنية من السلعة وينخفض السعر التوازني، و قد ينزاح منحنى العرض إلى الأعلى (جهة اليسار أي) ، فتنقص الكمية التوازنية و في المقابل يزداد السعر التوازني وذلك بافتراض ثبات الطلب كما هو موضح في الشكل أدناه .



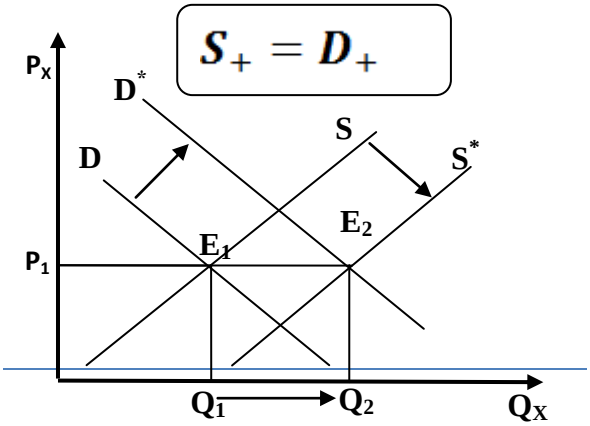
3 – حالة تغير العرض و الطلب معا : في هذه الحالة يتغير كل من منحنى الطلب والعرض بسبب حدوث تغيير في كل من العوامل المحددة للطلب والعوامل المحددة للعرض معا، وبالتالي سيتوقف معدل التغير في سعر التوازن الجديد وكمية التوازن الجديدة حسب درجة التغير في العرض والطلب معا ، في هذه الحالة توجد عدة احتمالات يمكن أن نصنفها في الجدول أدناه :

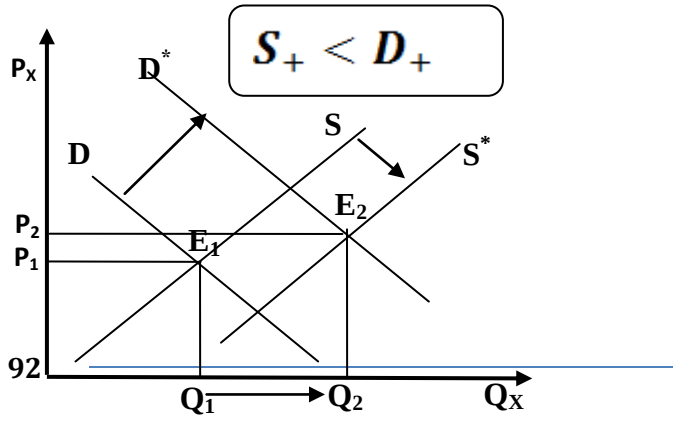
جدول رقم (01): حالات تغير العرض والطلب معا.

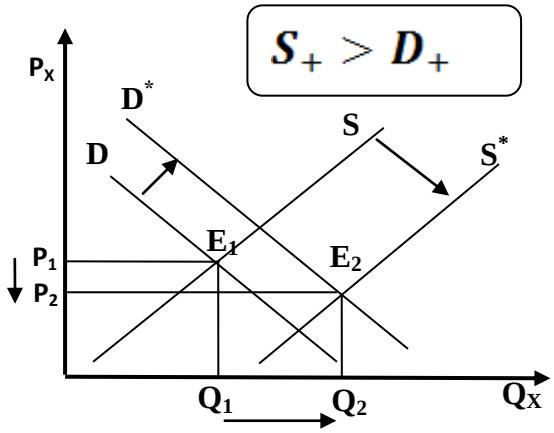
الحالات	تغير ظروف الطلب والعرض معا	الإحتمالات المختلفة	أثر التغير على سعر التوازن	أثر التغير على كمية التوازن
	زيادة الطلب (D_+) زيادة العرض (S_+)	$S_+ < D_+$ $S_+ = D_+$ $S_+ > D_+$	$+$ ثابت $-$	$+$ $+$ $+$
	زيادة الطلب (D_+) نقص العرض (S_-)	$S_- < D_+$ $S_- = D_+$ $S_- > D_+$	$+$ $+$ $+$	$+$ ثابت $-$
	نقص الطلب (D_-) نقص العرض (S_-)	$S_- < D_-$ $S_- = D_-$ $S_- > D_-$	$-$ ثابت $+$	$-$ $-$ $-$
	نقص الطلب (D_-) زيادة العرض (S_+)	$S_+ < D_-$ $S_+ = D_-$ $S_+ > D_-$	$-$ $-$ $-$	$-$ ثابت $+$

وفيما يلي توضيح هذه الحالات :

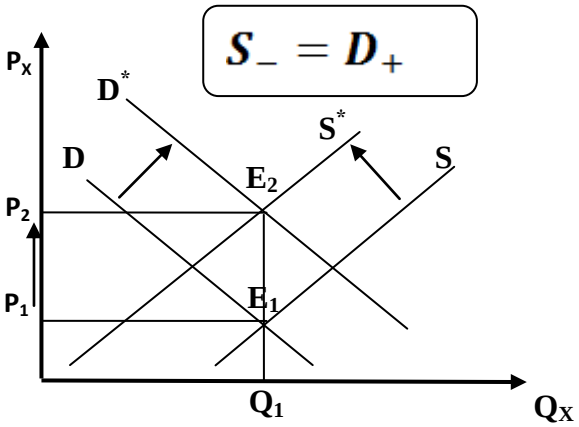
✓ **أثر زيادة الطلب وزيادة العرض على سعر وكمية التوازن** :حيث نميز هنا ثلاث حالات وهي إما أن تكون زيادة الطلب أكبر أو تساوي أو أقل من زيادة العرض ويمكن توضيح الأثر على سعر وكمية التوازن من خلال الأشكال التالية :

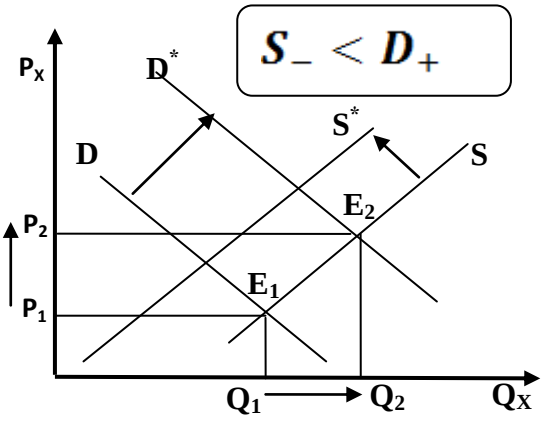


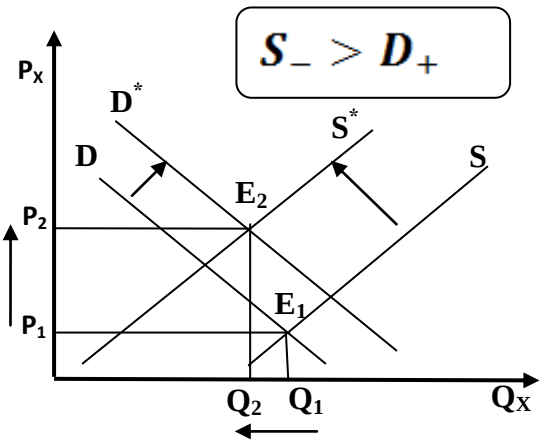




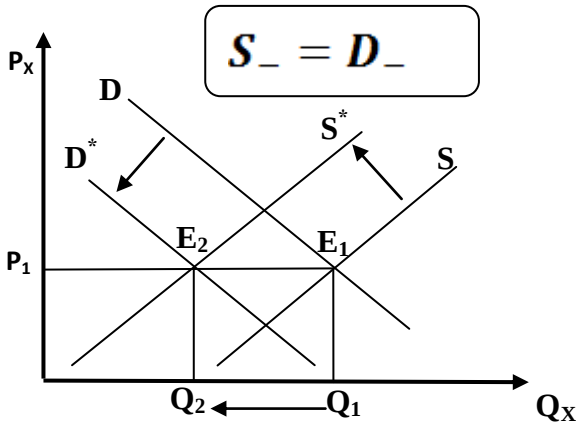
✓ **أثر زيادة الطلب و نقص العرض على سعر وكمية التوازن** :حيث نميز هنا ثلاث حالات وهي إما أن تكون زيادة الطلب أكبر أو تساوي أو أقل من نقص العرض ويمكن توضيح الأثر على سعر وكمية التوازن من خلال الأشكال التالية :

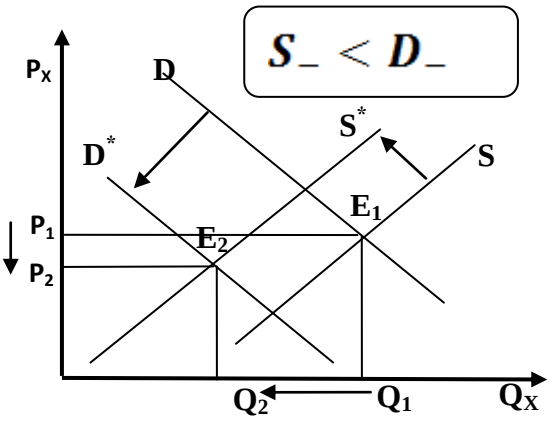


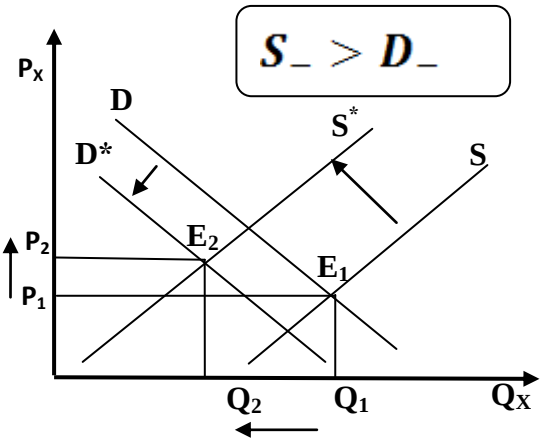




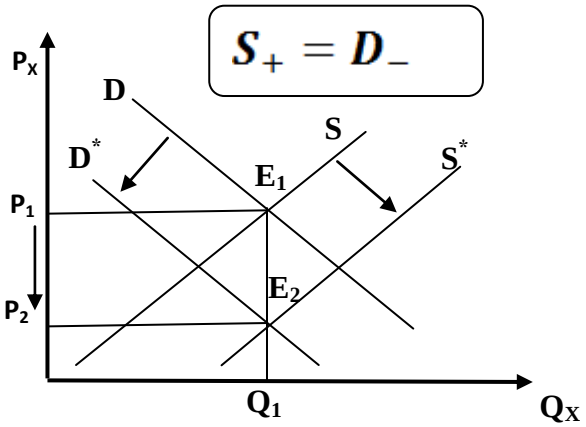
✓ **أثر نقص الطلب و نقص العرض على سعر وكمية التوازن** :حيث نميز هنا ثلاث حالات وهي إما أن تكون نقص الطلب أكبر أو يساوي أو أقل من نقص العرض ويمكن توضيح الأثر على سعر وكمية التوازن من خلال الأشكال التالية :

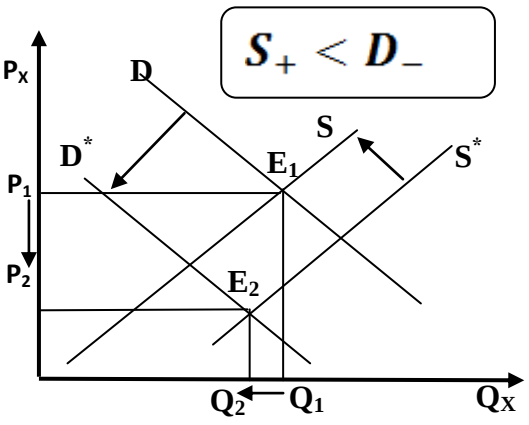


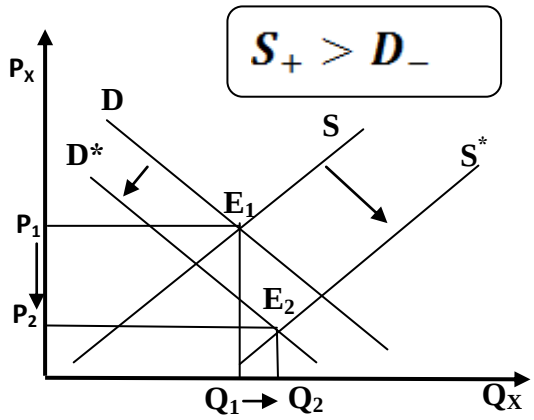




✓ **أثر نقص الطلب و زيادة العرض على سعر وكمية التوازن** :حيث نميز هنا ثلاث حالات وهي إما أن تكون نقص الطلب أكبر أو يساوي أو أقل من نقص العرض ويمكن توضيح الأثر على سعر وكمية التوازن من خلال الأشكال التالية :



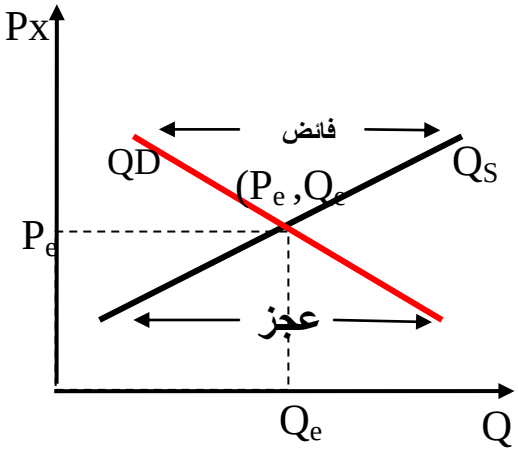




4 **أنواع التوازن** :يقال أن توازن السوق مستقر ، لكن في الواقع ظروف السوق تتميز بحركية وتجديد ، مما يجعل التوازن يتأرجح باستمرار ، فإمكانية حدوث تغيرات على المعطيات الأصلية ينعكس تأثيرها على الوضع التوازني ، فإذا حدث اختلال أبعدنا عن نقطة التوازن ، فإنه توجد قوى تؤدي إلى أن نعود إلى التوازن الأصلي أو إلى توازن جديد مرة أخرى ، بينما إذا لم توجد هذه القوى ، ومن ثم إذ لم نعد إلى التوازن الأصلي أو إلى توازن جديد فإنه يقال أن توازن السوق في هذه الحالة غير مستقر [1].

✓ **توازن السوق المستقر** : يعتبر التوازن من النوع المستقر إذا استطعنا العودة إلى التوازن الأصلي إن حدث أي اختلال ، حيث عند مستويات السعر أعلى من سعر التوازن تكون الكميات المعروضة أكبر من الكميات المطلوبة من السلعة فينتج عنه فائض في العرض، يؤدي إلى خفض السعر اتجاه وضع التوازن الأصلي ،والعكس صحيح حيث عند مستويات السعر أدنى أو أقل من سعر التوازن يكون فائض في الطلب لأن الكميات المطلوبة أكبر من الكميات المعروضة، مما يخلق عجز في السوق تسمح برفع الأسعار اتجاه السعر الأصلي ، حيث يحدث التوازن المستقر في حالتين [2]:

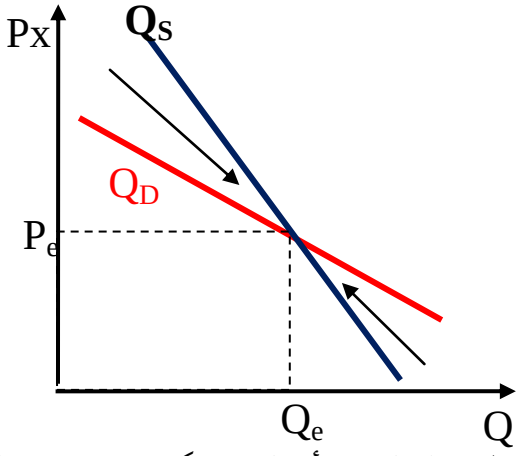
- **الحالة الأولى** : منحنى العرض ذو ميل موجب، ومنحنى الطلب ذو ميل سالب كما هو موضح في الشكل أدناه :



[1] علي عبد الوهاب نجا، عفاف عبد العزيز عايد ، **الاقتصاد الجزئي**، دار التعليم الجامعي، الإسكندرية، 2015، ص 47.

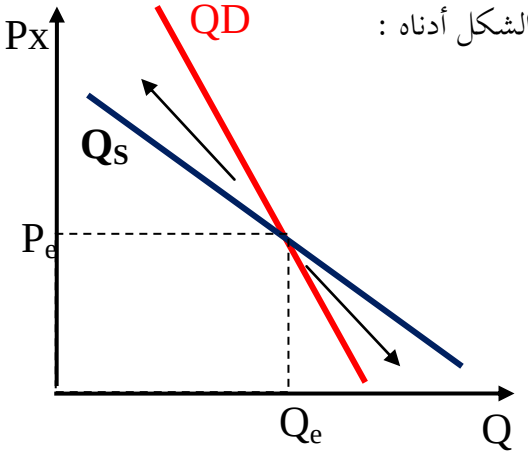
[2] دومينيك سلفاتور، **نظرية اقتصاديات الوحدة،سلسلة ملخصات شوم**، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 1994، ص 44

- **الحالة الثانية** : منحنى الطلب ومنحنى العرض سالبي الميل ، ومنحنى العرض أكثر ميلا من منحنى الطلب كما هو موضح في الشكل أدناه :



من خلال ما سبق نستخلص من الملاحظة السابقة أن السوق تكون مستقرة إذا كان فائض الطلب موجبا عند الأسعار الأقل من سعر التوازن ، أو إذا كان فائض الطلب سالبا عند الأسعار الأكبر من سعر التوازن [1] .

✓ **توازن السوق غير المستقر** : التوازن يكون غير مستقر إذا كانت عودته إلى الوضع السابق بعد التحرك غير مضمونة [2]، فإذا عملت قوى الطلب والعرض على إزاحة التوازن بعيدا عن نقطة التوازن الأصلية أي عند أي مستوى السعر الأعلى من سعر التوازن فإن الكمية المعروضة تكون أكبر من الكمية المطلوبة فيحدث فائض في العرض وعليه سوف تنخفض الأسعار أكثر فأكثر، بينما عند مستوى السعر أدنى من سعر التوازن تكون الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة فيحدث عجز في السوق يدفع الأسعار إلى الارتفاع أكثر فأكثر [3] ، فتغيرات الأسعار والكميات تتجه نحو الابتعاد عن مركز التوازن ، مما يعطي توازنا غير مستقر ويحدث في حالات استثنائية عندما يكون منحنى العرض سالب الميل بينما منحنى الطلب أكثر انحدارا من منحنى العرض حسب الشكل أدناه :

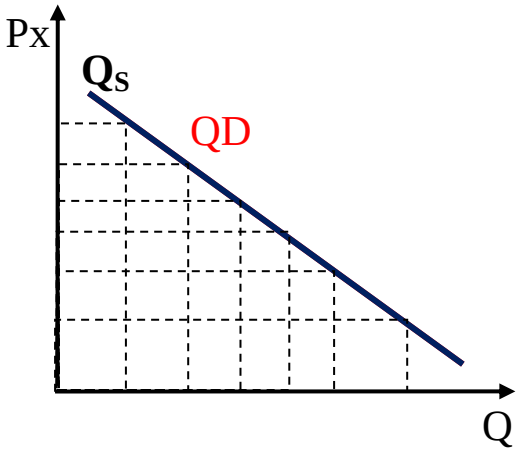


[1] محمد فرحي،**التحليل الاقتصادي الجزئي**، دار الأصالة، ط1،الجزائر، 2012، ص 350.

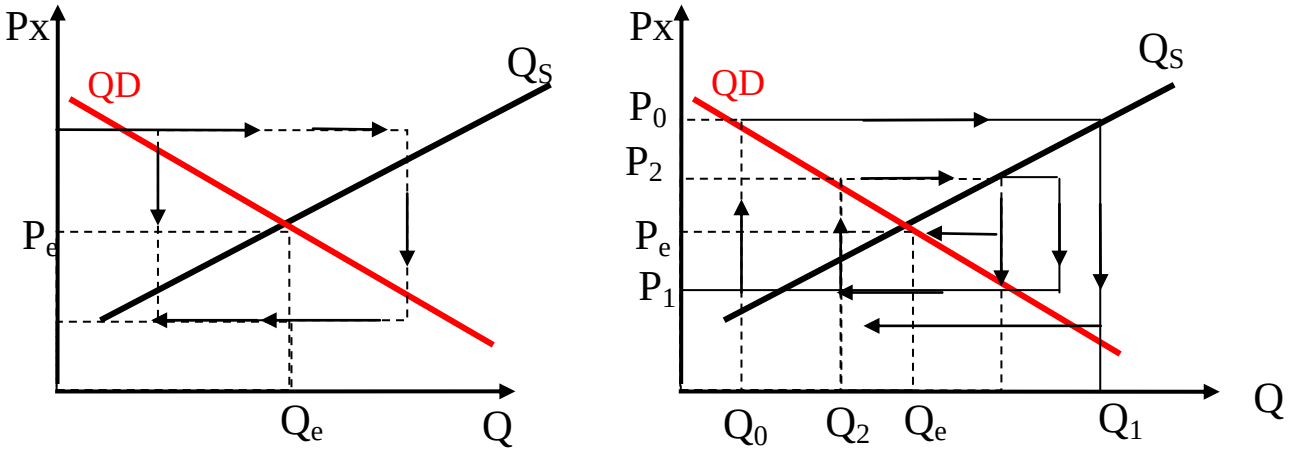
[2] نفس المرجع، ص 347.

[3] مقداد كريمة، **مطبوعة في مقياس الإقتصاد الجزئي –1–** ، جامعة الجزائر 3، الجزائر، 2020/2019، ص ص 67،68.

✓ **التوازن الحيادي** : يحدث التوازن الحيادي في حالات استثنائية جدا وهي تطابق منحنى العرض ومنحنى الطلب حيث يتوازن السوق عند كل النقاط التي تمثل العرض و الطلب معا [1].



عموما تتم دراسة التوازن المستقر والتوازن غير المستقر للسوق من خلال **دراسة نموذج أو نظرية بيت العنكبوت** (**The cobweb Model**) ، وهو يعتبر أبسط نماذج التحليل الحركي ، حيث يدخل عنصر الزمن في الاعتبار ويتتبع المسار الزمني للمتغيرات – الثمن والكمية – أي يوضح كيفية الوصول من وضع التوازن الأصلي إلى وضع التوازن الجديد عبر الزمن أو العودة إلى التوازن الأصلي أو عدم الوصول إلى وضع توازني خلال الزمن [2].وتظهر هذه العلاقة خاصة بالنسبة للمنتوجات الزراعية حيث يتم تخطيط الكميات المنتجة من موسم لآخر بناءا على أسعارها في المواسم السابقة [3]، حيث هناك حركات دورية منتظمة إلى حد كبير في أسعارها و كميات كثير من المنتجات الزراعية وقد وجد رسم هندسي لتحليل مثل هذه الدورات يعرف باسم **النسيج العنكبوتي** [4].



التوازن غير المستقر **التوازن المستقر**

[1] نفس المرجع ، ص 69.

[2] علي عبد الوهاب نجا، عفاف عبد العزيز عايد ، **الاقتصاد الجزئي**، مرجع سبق ذكره، ص 47.

[3] محمد فرحي ، مرجع سبق ذكره، ص 347.

[4] كساب علي ، مرجع سبق ذكره ، ص 192.

يمكن تلخيص مختلف الحالات الممكنة في الحالات الثلاثة التالية [1]:

- إذا كان ميل دالة العرض أكبر من ميل دالة الطلب ، فالتوازن مستقر .
- إذا كان ميل دالة العرض أصغر من ميل دالة الطلب ، فالتوازن غير مستقر .
- إذا كان ميل دالة العرض يساوي ميل دالة الطلب فالتوازن محايد إذا كانت معطيات السوق تتمتع بالثبات ، أما إذا كانت تشهد تغيرات معينة فالتوازن سيشهد تقلبات مستمرة .

[1] نفس المرجع ، ص ص 348، 349.

المحاضرة الحادية عشر : نظرية الطلب ومرونته .

عناصر المحاضرة:

– مرونة الطلب:

- ✓ **مرونة الطلب السعرية:**
  - **درجات مرونة الطلب السعرية.**
- ✓ **مرونة القوس.**
- ✓ **العوامل المحددة لمرونة الطلب السعرية.**
- ✓ **علاقة مرونة الطلب السعرية بإنفاق المستهلك أو الإيراد الكلي للمنتج.**
- ✓ **أهمية دراسة مرونة الطلب**

أولا– مرونة الطلب : المرونة في الأساس لفظ مستعار من الرياضيات والميكانيك ، ويعود الفضل لتطبيق المرونة في الاقتصاد للاقتصادي **تريغو** عام 1966، وتستند فكرة المرونة الرياضية على أنها مقياس للعلاقة بين المتغيرات النسبية التي تطرأ على ظاهرة ما نتيجة التغيرات النسبية في ظاهرة أخرى[1]، أي بشكل عام مدى استجابة المتغير التابع للتغيرات الحاصلة في المتغير المستقل، ويقصد بمرونة الطلب درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة أو الخدمة للتغيرات الحاصلة في أحد محددات الطلب، ونظرا لاختلاف محددات الطلب وتنوعها فإنه يوجد عدة أنواع لمرونة الطلب منها : مرونة الطلب السعرية ، مرونة الطلب التقاطعية و مرونة الطلب الدخلية .

1 **-مرونة الطلب السعرية** : يقصد بمرونة الطلب السعرية درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة أو الخدمة للتغيرات الحاصلة في سعرها عند ثبات العوامل الأخرى المحددة للطلب، ويعبر عنها رياضيا بحاصل قسمة التغير النسبي للكمية على التغير النسبي للسعر أي :

$$Ep = \frac{\frac{\Delta Qd}{Qd} \times 100\%}{\frac{\Delta P}{P} \times 100\%} = \frac{\Delta Qd}{\Delta P} \times \frac{P}{Qd}$$

Ep : مرونة الطلب السعرية .

[1] كساب علي، **النظرية الاقتصادية (التحليل الجزئي)**، مرجع سبق ذكره، ص 70.

$\frac{\Delta Qd}{Qd} \times 100\%$: التغير النسبي للكمية .

$\frac{\Delta P}{P} \times 100\%$: التغير النسبي للسعر .

أما إذا كان الطلب معبر عنه بدالة $Q_{dx} = f(P_x)$ ، فإن مرونته عند أي نقطة معينة تكون بالعلاقة التالية :

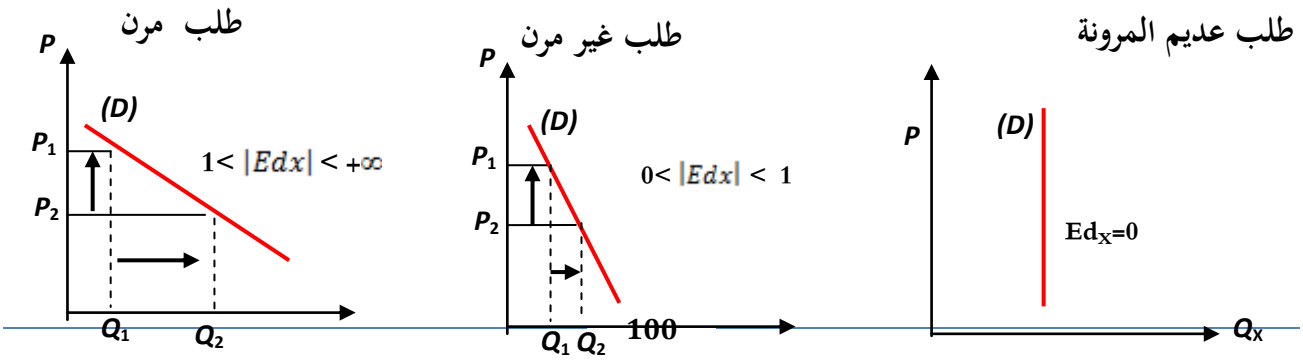
$$Ep = \frac{\delta Q_{dx}}{\delta Px} \times \frac{Px}{Q_{dx}}$$

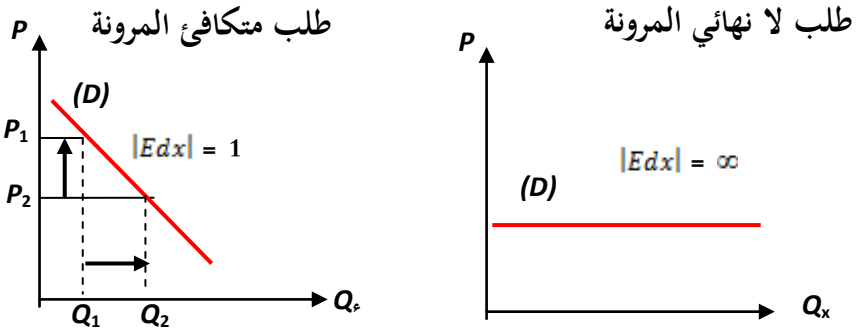
✓ **درجات مرونة الطلب السعرية** : الهدف من دراسة مرونة الطلب السعرية هو تحديد طبيعة طلب السلعة ويمكن أن نميز بين خمس درجات لهذه المرونة ، وذلك بمعرفة قيمة معامل المرونة كما هو موضح في الجدول أدناه :

جدول رقم (02): درجات مرونة الطلب السعرية

معامل المرونة	التفسير	طبيعة العرض
$1< \lvert Edx \rvert < +\infty$	نسبة التغير في الكمية أكبر من نسبة التغير في السعر	**طلب مرن (كثير المرونة)**
$0< \lvert Edx \rvert < 1$	نسبة التغير في الكمية أقل من نسبة التغير في السعر	**طلب غير مرن(قليل المرونة)**
$Edx = 0$	نسبة التغير في الكمية معدومة مهما تغير السعر	**طلب عديم المرونة**
$\lvert Edx \rvert = 1$	نسبة التغير في الكمية تساوي نسبة التغير في السعر	**طلب متكافئ المرونة**
$Edx = +\infty$	الكمية المعروضة تتغير تغيرا كبيرا جدا إذا تغير السعر تغير قليل .	**طلب مرن تماما أو لا نهائي المرونة**

ويمكن تمثيل حالات مرونة الطلب السعرية السابقة وفق الأشكال التالية :





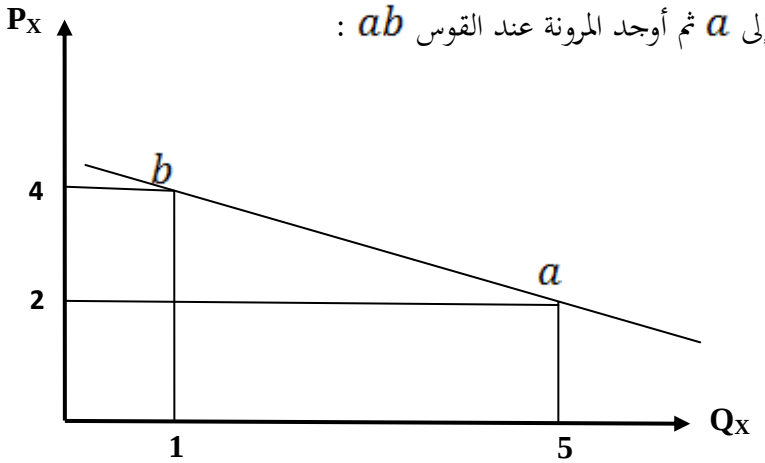
2 -**مرونة القوس** : نظرا للصعوبات التي واجهها الاقتصاديون في تحديد الأساس المستخدم لحساب المرونة ، أي النقطة الأصلية التي يتم من خلالها حساب قيمة المرونة ، بمعنى تحديد سعر الأساس وكمية الأساس ، فقد لجأ الاقتصاديون الى مرونة القوس أو مرونة المتوسط و هي مقياس لمتوسط درجة استجابة الكمية المطلوبة لتغير السعر الذي يظهر على منحنى الطلب في جزء محدود منه ، أي شطر من منحنى الطلب بين نقطتين منه مثلا الجزء ab ، ويتم حساب مرونة القوس ab كما يلي :

$$Eab = \frac{(Qb-Qa)}{(Pb-Pa)} \times \frac{(Pa+Pb)/2}{(Qa+Qb)/2}$$

حيث :

$Qb، Qa$: كميتي الطلب في الفترة الأولى والثانية / $Pb، Pa$: السعرين في الفترتين الأولى والثانية .

❖ **مثال** : لتكن لدينا دالة الطلب المبينة في الشكل التالي والمطلوب إيجاد مرونة الطلب للسعر إذا انتقلنا من a إلى b ومن b إلى a ثم أوجد المرونة عند القوس ab :



الحل :

1 -إيجاد مرونة الطلب للسعر إذا انتقلنا من a إلى b :

$$Eab = \frac{(Qb-Qa)}{(Pb-Pa)} \times \frac{(Pa)}{(Qa)} = \frac{(1-5)}{(4-2)} \times \frac{(2)}{(5)} = 0.8$$

2 -إيجاد مرونة الطلب للسعر إذا انتقلنا من b إلى a :

$$Eba = \frac{(Qa-Qb)}{(Pa-Pb)} \times \frac{(Pb)}{(Qb)} = \frac{(5-1)}{(2-4)} \times \frac{(4)}{(1)} = 8$$

3 -حساب مرونة القوس ab : إن المرونة تختلف إذا انتقلنا من a إلى b أو من b إلى a ولتفادي المشكل نقوم بحساب مرونة القوس سواء انتقلنا من النقطة الأولى إلى الثانية أو من الثانية إلى الأولى فإن المرونة لا تتغير :

$$Eab = \frac{(Qb-Qa)}{(Pb-Pa)} \times \frac{(Pa+Pb)/2}{(Qa+Qb)/2} = \frac{(1-5)}{(4-2)} \times \frac{(2+4)/2}{(5+1)/2} = |-2| = 2$$

$$Eba = \frac{(Qa-Qb)}{(Pa-Pb)} \times \frac{(Pb+Pa)/2}{(Qb+Qa)/2} = \frac{(5-1)}{(2-4)} \times \frac{(4+2)/2}{(1+5)/2} = |-2| = 2$$

3 -**العوامل المحددة لمرونة الطلب السعرية :**

- **وفرة البدائل للسلعة** : إذا تغير سعر سلعة لها بدائل سيكون الطلب عليها مرنا وفي حال السلعة ليس لها بدائل سيكون الطلب عليها غير مرن .
- **نسبة ما ينفق من الدخل على السلعة (سعر السلعة بالنسبة لدخل المستهلك)** : إذا كان سعر السلعة يشكل نسبة كبيرة من الدخل سيكون الطلب كثير المرونة، والعكس إذا كانت قيمتها منخفضة أي يشكل سعرها نسبة ضئيلة من الدخل سيكون الطلب على هذه السلعة قليل المرونة .
- **طول فترة الاستجابة** : لكل مستهلك سلوك استهلاكي قد يستغرق وقت للبحث عن البدائل أو لجمع لمعلومات قد لا يستجيب مباشرة عند ارتفاع سعر سلعة ما فيكون الطلب على السلعة قليل المرونة في البداية وبعد فترة يصبح الطلب مرن إذا غير نمطه أو سلوكه الاستهلاكي .

- **ضرورة السلعة** : إذا كانت السلعة ضرورية أي تعمل على إشباع حاجات أساسية للمستهلك فيكون الطلب عليها قليل المرونة حيث لا يستطيع المستهلك التخلي عنها حتى لو ارتفع سعرها كالخبز والدواء...، على عكس السلع الكمالية إذا ارتفع سعرها سيكون الطلب عليها كثير المرونة لإمكانية التخلي عنها وسيزيد الطلب عليها إذا انخفض سعرها .
- **درجة تكامل سلعة مع سلعة أخرى في الاستهلاك** : عادة ما يكون الطلب قليل المرونة على السلعة إذا كانت هذه الأخيرة مكملة لسلعة أخرى في الاستهلاك أو الاستخدام مثل البنزين والسيارة ، فالكمية المطلوبة من البنزين لا تتأثر إلى حد ما بالارتفاع في أسعارها نظرا لارتباط استخدامها بالسيارة .

4- **علاقة مرونة الطلب السعرية بإنفاق المستهلك أو الإيراد الكلي للمنتج**:يمكن تفسير العلاقة بين مرونة الطلب السعرية و السعر بفكرة إنفاق المستهلك (حاصل ضرب سعر السلعة في الكمية المطلوبة منها) أو الإيراد الكلي للمنتج. فالإيراد الكلي هو إجمالي المبلغ الذي يحصل عليه البائع من بيع السلعة وذلك خلال فترة زمنية معينة أي الكمية المطلوبة مضروبة في السعر ، ويعبر عنها كما يلـــــي :

$$RT = P_q \times Q$$

ويمكن توضيح علاقة الإيراد الكلي بالمرونة من خلال الجدول التالي :

جدول رقم (03): علاقة مرونة الطلب السعرية بإنفاق المستهلك أو الإيراد الكلي .

مرونة الطلب السعرية	طلب غير مرن	طلب متكافئ المرونة	طلب مرن
التغير في السعر	$0<\|Edx\|<1$	$\|Edx\|=1$	$1<\|Edx\|<+\infty$
إرتفاع السعر	الإيراد الكلي يزيد	الإيراد الكلي ثابت	الإيراد الكلي ينقص
إنخفاض السعر	إنخفاض الإيراد ينقص	الإيراد الكلي ثابت	الإيراد الكلي يزيد

من خلال الجدول نلاحظ ما يلي :

- ✓ **في حالة الطلب غير مرن** : إذا كان الطلب على السلعة غير مرنا نلاحظ أن هناك علاقة طردية بين سعر السلعة والإيراد الكلي الناتج عن البيع ، بحيث إذا زاد سعر السلعة زاد الإيراد الكلي المتحقق من بيعها، وإذا انخفض سعر السلعة انخفض الإيراد الكلي .
- ✓ **في حالة الطلب متكافئ المرونة**: إذا كان الطلب على السلعة متكافئ المرونة فالتغير النسبي في السعر يعادل التغير النسبي في الكمية وعليه ارتفاع أو انخفاض السعر لا يؤثر على الايراد الكلي أي يبقى ثابتا .

✓ **في حالة الطلب المرن** : إذا كان الطلب على السلعة مرنا نلاحظ أن هناك علاقة عكسية بين سعر السلعة والإيراد الكلي الناتج عن البيع ، بحيث إذا زاد سعر السلعة انخفض الإيراد الكلي المتحقق من بيعها، وإذا انخفض سعر السلعة زاد الإيراد الكلي .

❖ **مثال** : لتكن لدينا دالة طلب السوق التالية : $Q_{Dx} = 10 - 2P_x$

المطلوب :

1 -أحسب قيمة مرونة الطلب السعرية المباشرة إذا كان سعر السلعة x يساوي 2ون، وعلق على النتيجة؛

2 -هل من مصلحة المؤسسة التي تنتج السلعة x تخفيض السعر ؛

الحل :

1 -**حساب قيمة مرونة الطلب السعرية المباشرة إذا كان سعر السلعة يساوي 2ون** :

$$\mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Px}{Px} \rightarrow \mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_x} = -2 \times \frac{2}{6} = -\frac{2}{3} \rightarrow |Edx| < 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة x **غير مرن** .

2 -بما أن الطلب غير مرن فهناك علاقة طردية بين الإيراد الكلي ومرونة الطلب السعرية أي إذا انخفض السعر ينخفض الإيراد الكلي ،لذلك ليس من مصلحة المؤسسة تخفيض السعر .

5 -**أهمية دراسة مرونة الطلب** :

- **رسم السياسات الاقتصادية** : تتعدد استخدامات مرونة الطلب السعرية في رسم مختلف السياسات الاقتصادية، كالسياسات المالية، السياسات التجارية و السياسات النقدية وكيفية التعامل مع مختلف السلع في كافة السياسات المختلفة ومعرفة مختلف القرارات التي ستتخذها .
- **التخطيط الاقتصادي** : مثلا إذا خططت الحكومة لزيادة الدخل النقدي لزيادة رفاهية الفرد وزيادة الدخل الحقيقي هذه الزيادة ستوجه للزيادة في الطلب بنسب مختلفة على مختلف السلع وهذا يتطلب زيادة الانتاج عن طريق الانتاج المحلي أو الاستيراد، أي ينبغي أن يقابل الزيادة في الطلب زيادة في العرض و إلا سترتفع الأسعار وهكذا لم نحقق الهدف المسطر وبالتالي أي هدف يحتاج لتخطيط مسبق باستخدام مرونة الطلب السعرية .

- **التمييز الاحتكاري** : المحتكر عادة ما يلجأ لزيادة الأسعار لتعظيم أرباحه في الأسواق التي تكون فيها مرونة الطلب منخفضة ، وفرض أسعار أقل في الأسواق ذات المرونة الكبيرة ، فلا يمكن التمييز بين الأسواق إلا إذا تميزت واختلفت مرونة الطلب .
- **تحديد الأجور** : في حالة المطالبة بزيادة الأجور تنجح إذا كان الطلب على العمل أقل مرونة ، وتكون أقل نجاح إذا كان الطلب على العمل مرنا ، فعادة الأشخاص الذين يطالبون بزيادة الأجور هم الأشخاص الذين يكون الطلب على خدماتهم غير مرن وينتجون سلع ضرورية .
- **تحديد الأسعار** : دراسة مرونة الطلب السعرية تساعد على تحديد أسعار السلع باختلاف درجات المرونة ، فالسلع الضرورية تسيطر الدولة على أسعارها لحماية المستهلك .
- **منافسة السلع الأجنبية** :لحماية وتشجيع إنتاج المنتجات المحلية من منافسة السلع الأجنبية تقدم الدولة إعانات لدعمها وتخفيض تكاليف الإنتاج وخفض أسعارها في السوق لتكون قادرة على منافسة السلع الأجنبية المستوردة ، وعادة ما يتم دعم السلع التي يكون الطلب عليها مرن .
- **معالجة العجز في ميزان المدفوعات** : يتم معالجة العجز من خلال زيادة الصادرات وتقليل الواردات وهذا يتطلب تخفيض سعر صرف العملة الوطنية (يسمح في حالة السلع ذات الطلب المرن) ، وهكذا تصبح السلع الأجنبية غالية الثمن بالنسبة للمستورد المحلي فيقل طلبه عليها أي تقل الوردات ، وتصيح السلع المحلية رخيصة بالنسبة للمستورد الأجنبي فيزيد طلبه عليها أي تزيد الصادرات

المحاضرة الثانية عشر : المرونات (مرونة الطلب الدخلية، مرونة الطلب التقاطعية).

عناصر المحاضرة:

– مرونة الطلب الدخلية.

– مرونة الطلب التقاطعية.

– تمارين تدريبية مع الحلول .

أولا– مرونة الطلب الدخلية : يقصد بمرونة الطلب الدخلية درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة أو الخدمة للتغيرات الحاصلة في دخل معين عند ثبات العوامل الأخرى المحددة للطلب، ويعبر عنها رياضيا بحاصل قسمة التغير النسبي للكمية على التغير النسبي للدخل أي :

$$E_R = \frac{\frac{\Delta Qd}{Qd}\times 100\%}{\frac{\Delta R}{R}\times 100\%} = \frac{\Delta Qd}{\Delta R} \times \frac{R}{Qd}$$

حيث : E_R : مرونة الطلب الدخلية .

$\frac{\Delta Qd}{Qd} \times 100\%$: التغير النسبي للكمية .

$\frac{\Delta R}{R} \times 100\%$: التغير النسبي للدخل .

تكمن أهمية مرونة الطلب الدخلية في التعرف على سلوك الإنفاق و تصنيف السلع إلى **سلع عادية** (ضرورية و كمالية) حيث تكون فيها مرونة الطلب الدخلية موجبة، فأي زيادة في الدخل تؤدي إلى زيادة الطلب على السلع العادية والعكس صحيح مع ثبات العوامل الأخرى، و**سلع دنيا** تكون فيها مرونة الطلب الدخلية سالبة، فأي زيادة في الدخل تؤدي إلى انخفاض الطلب على السلع الدنيا والعكس صحيح مع ثبات العوامل الأخرى، وعادة ما تكون السلع الدنيا ذات نوعية رديئة وسعرها منخفض ولها بدائل ذات نوعية أفضل وسعرها أعلى [1]، ويمكن توضيح حالات مرونة الطلب الدخلية في الجدول أدناه [2]:

[1] أحمد محمد مندور وآخرون، **النظرية الاقتصادية الجزئية**، مرجع سبق ذكره، ص ص 40، 41.

[2] لوزي نادية، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي –1– مدعمة بتمارين تطبيقية**، جامعة الجزائر 3، الجزائر، 2021/2020، ص 58.

مرونة الطلب الدخلية E_R	$Qd\%/\Delta R\%$	نوع السلعة
$1< E_R$	نسبة التغير في الكمية أكبر من نسبة التغير في دخل	**سلعة كمالية**
$0< E_R < 1$	$\frac{\frac{\Delta Qd}{Qd}}{\frac{\Delta R}{R}}$ محصورة بين 0 و 1 .	**سلعة ضرورية**
$0 < E_R$	$0 < \frac{\frac{\Delta Qd}{Qd}}{\frac{\Delta R}{R}}$	**سلعة عادية**
$E_R < 0$	$\frac{\frac{\Delta Qd}{Qd}}{\frac{\Delta R}{R}} < 0$	**سلعة دنيا**

ثانيا– مرونة الطلب التقاطعية : يقصد بمرونة الطلب التقاطعية درجة استجابة الكمية المطلوبة من سلعة ما أو خدمة ما للتغيرات الحاصلة في سعر سلعة أخرى بديلة أو مكملة لها عند ثبات العوامل الأخرى المحددة للطلب، ويعبر عنها رياضيا بحاصل قسمة التغير النسبي في الكمية المطلوبة منها على التغير النسبي في سعر السلعة البديلة أو المكملة أي :

$$Ed_{x,y} = \frac{\Delta Qx}{Qx} \times 100\% / \frac{\Delta Py}{Py} \times 100\% \rightarrow Ed_{x,y} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Py} \times \frac{Py}{Qx}$$

حيث : $Ed_{x,y}$: مرونة الطلب التقاطعية .

$\frac{\Delta Qd}{Qd} \times 100\%$: التغير النسبي للكمية المطلوبة من السلعة **x**.

$\frac{\Delta Py}{Py} \times 100\%$: التغير النسبي لسعر السلعة y (البديلة أو المكملة) .

تكمن أهمية مرونة الطلب التقاطعية في توضيح العلاقة بين السلعتين من حيث كونهما بديلتين أو مكملتين، فإذا كانت مرونة الطلب التقاطعية موجبة أي أكبر من الصفر فالسلعتين بديلتين، وإذا كانت سالبة أي أصغر من الصفر فالسلعتين متكاملتين ، وإذا كانت معدومة فالسلعتين مستقلتين .

تمارين تدريبية مع الحلول [1]:

التمرين الأول : إذا كانت دالة الطلب الفردية للسلعة x كالآتي:

$$Q_{dx} = 20 - 2P_X^2 + 0.3R + 5P_Y - 3P_Z$$

المطلوب :

1 – حدد السلع البديلة والسلع المكملة من العلاقة أعلاه ,

2 – اوجد الكمية المطلوبة عند النقطة : $(P_X, P_Y, P_Z, R) = (2{,}3; 1{,}10)$

3 – اوجد الكمية المطلوبة من السلعة x التي تحقق حد التشبع عند:

$$(P_Y, P_Z, R) = (3{,}1{,}10)$$

4 – أوجد دالة الطلب للسلعة x عند النقطة : $(P_Y, P_Z, R) = (3{,}1{,}10)$

5 – أوجد دالة الطلب الجديدة للسلعة x عند انخفاض سعر السلعة Y من 3ون إلى 2ون مع بقاء العوامل الاخرى على حالها .

6 – ارسم منحنى الطلب للسلعة X قبل وبعد تغير سعر السلعة Y .ماذا تستنتج؟

التمرين الثاني: تعطى دالة طلب مستهلك افتراضي معين بالصيغة:

$$Qd_x = 2020 - 24\,P_x + 2R - 75\,P_y + 54\,P_z$$

فإذا علمت أن الأسعار الوحدوية للسلع x ; y , z تساوي و على التوالي : 35 ون ، 42 ون ، 60 ون وكان دخل هذا المستهلك يساوي 640 ون

المطلوب :

- ✓ تحديد قيم مختلف المرونات الممكن حسابها ، مع اعطاء تحليل اقتصادي مختصر لكل قيمة
- ✓ حساب قيمة مرونة الطلب السعرية المباشرة حين ينخفض السعر الابتدائي للسلعة X بـ 05 وحدات نقدية.
- ✓ لو فرضنا ثبات جميع المتغيرات باستثناء Px ، فماذا يمثل العددان الثابتان في دالة الطلب

التمرين الثالث : إذا كانت دالة الطلب على السلعة y معطاة وفق العلاقة التالية :

$$Q_{dy} = 0.5Px^{0.8}Py^{-1.2}R^{0.7}$$

المطلوب : بناءا على مرونات الطلب المختلفة :

[1] بعض التمارين من إعداد أساتذة المقياس (لامتحان السداسي الأول).

- ✓ حدد طبيعة السلعة y
- ✓ حدد طبيعة الطلب على السلعة y
- ✓ حدد طبيعة العلاقة بين السلعتين x و y

التمرين الرابع:

إذا اعتبرنا أن دالة طلب مستهلك افتراضي معين معطاة بالصيغة التالية :

$Q_{dx} = 320 - 22P_x + 4R.$، مع العلم أن سعر السلعة x يساوي 35 وحدات نقدية، و أن دخل هذا المستهلك يعادل 270 وحدة نقدية.

المطلوب :

1- أحسب قيمة مرونة الطلب السعرية المباشرة، وعلق على النتيجة؛

2- أحسب مرونة الطلب الدخلية، وعلق على النتيجة؛

التمرين الخامس : دالة طلب مستهلك افتراضي معين تعطى بالصيغة التالية :

$$Qd_x = (R - 2Px)Py^{(-1)}$$

- إذا توفرت لديك المعطيات التالية :

سعر السلعتين $\boldsymbol{x}$ و $\boldsymbol{y}$ و على الترتيب ، 02ون و04 ون ، ودخل المستهلك يعادل 60 ون.

المطلوب :

1. احسب مرونة الطلب السعرية المباشرة، مرونة الطلب الدخلية والتقاطعية عند المستويات المذكورة أعلاه .
2. استنتج نوعية السلعة $\boldsymbol{x}$ و علاقتها بالسلعة $\boldsymbol{y}$.

التمرين السادس : دالة طلب مستهلك افتراضي معين تعطى بالصيغة التالية :

$$Qd_x = \frac{-1}{2}Px + RPy^{(-1)} + 5$$

- إذا توفرت لديك المعطيات التالية :

سعر السلعتين $\boldsymbol{x}$ و $\boldsymbol{y}$ و على الترتيب ، 04ون و05 ون ، ودخل المستهلك يعادل 20 ون.

المطلوب :

3. حدد قيم مختلف المرونات الممكن حسابها، استنتج نوعية السلعة $\boldsymbol{x}$ و علاقتها بالسلعة $\boldsymbol{y}$.
4. من الناحية الاقتصادية، ماذا تعني القيمتين الثابتتين في دالة الطلب مع فرضية ثبات جميع المتغيرات باستثناء Px.

التمرين السابع : بافتراض أن فريق لكرة القدم حدد سعر تذكرة مشاهدة مبارياته بسعر قدر بـ 12 ون للتذكرة الواحدة، عند هذا السعر فإن الفريق يبيع 12000 تذكرة لكل مقابلة. إذا ما ارتفع سعر التذكرة إلى 15 ون فإن عدد التذاكر سينخفض إلى 11053 تذكرة .

المطلوب : –احسب مرونة الطلب السعرية . اشرح النتيجة .

–أوجد الصيغة الرياضية لدالة الطلب على تذاكر الدخول .

التمرين الثامن : لتكن دالة طلب مستهلك عقلاني معين بالصيغة التالية :

$$Qd_x = 120 - 30Px + 2Py + 0.05R$$

إذا كان سعر السلعتين x و y و على الترتيب ، 10ون و 25 ون ، ودخل المستهلك يقدر بـــ 5000 ون.

المطلوب:

1 احسب مرونة الطلب السعرية المباشرة الخاصة بالسلعة x عند تحقق البيانات السابقة ، وعلق على النتيجة .

2 ما أثر زيادة سعر السلعة x بنسبة 100 % على الكمية المطلوبة ؟

3 حساب قيمة مرونة الطلب التقاطعية والدخلية ، مع التعليق الاقتصادي المختصر على النتيجة .

4 حساب قيمة مرونة الطلب السعرية المباشرة ما بين لحظة ثبات الأسعار الابتدائية ، واللحظة التي ينخفض فيها سعر السلعة x بـــ 03 ون .

الحلول النموذجية :

التمرين الأول : إذا كانت دالة الطلب الفردية للسلعة x كالآتي:

$$Q_{dx} = 20 - 2P_X^2 + 0.3R + 5P_Y - 3P_Z$$

1 –تحديد السلع البديلة والسلع المكملة من العلاقة أعلاه : بما أن معامل P_Y موجب فالسلعتين x و y متبادلتين و بما أن معامل P_Z سالب فالسلعتين x و z متكاملتين .

2 ماهي الكمية المطلوبة عند النقطة : $(P_X, P_Y, P_Z, R) = (2{,}3; 1{,}10)$

$$Q_{dx} = 20 - 2(2)^2 + 0.3(10) + 5(3) - 3(1) = 27u$$

3 ماهي الكمية المطلوبة من السلعة x التي تحقق حد التشبع عند: $(P_Y, P_Z, R) = (3{,}1{,}10)$:

$$Q_{dx} = 20 - 2P_X^2 + 0.3(10) + 5(3) - 3(1) \rightarrow Q_{dx} = 35 - 2P_X^2$$

ومنه الكمية المطلوبة من السلعة x التي تحقق حد التشبع هي الكمية المطلوبة لما تكون السلعة مجانية أي 35 وحدة..

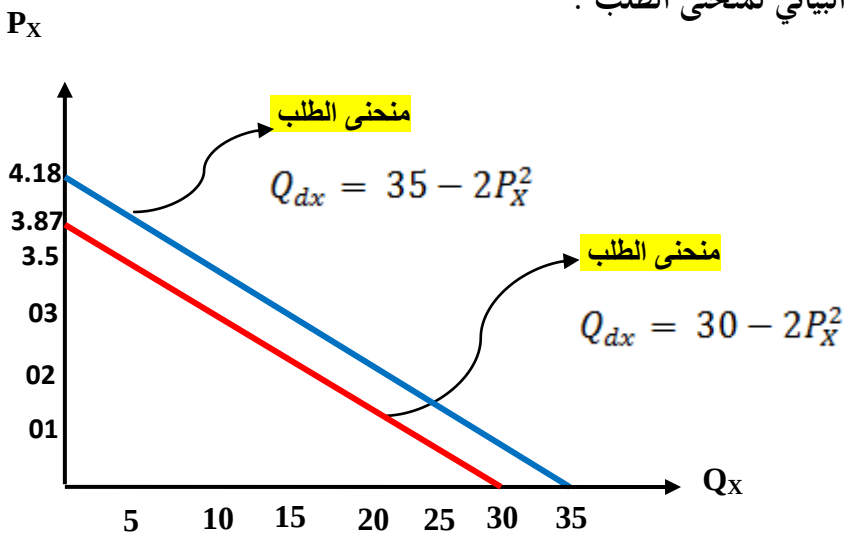
4 – دالة الطلب الجديدة للسلعة x عند انخفاض سعر السلعة Y من 3ون إلى 2ون مع بقاء العوامل الاخرى على حالها :

$$Q_{dx} = 20 - 2P_X^2 + 0.3(10) + 5(2) - 3(1) \rightarrow Q_{dx} = 30 - 2P_X^2$$

5 – رسم منحنى الطلب للسلعة X قبل وبعد تغير سعر السلعة Y :

السعر P_X	0	1	2	3	3.5	3.87
الكمية المطلوبة Q_{DX1}	35	33	27	17	10.5	**5**
الكمية المطلوبة Q_{DX2}	30	28	22	12	5.5	**0**

6 – التمثيل البياني لمنحنى الطلب :



التمرين الثاني: تعطى دالة طلب مستهلك افتراضي معين بالصيغة:

$$Q_{dx} = 2020 - 24P_x + 2R - 75P_Y + 54P_Z$$

1 – تحديد قيم مختلف المرونات الممكن حسابها:

من خلال معطيات التمرين نجد :

$$Q_{dx} = 2020 - 24(35) + 2(640) - 75(42) + 54(60) = 2550$$

أ –لدينا :

$$\mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Px}{Px} \rightarrow \mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_x} = -24 \times \frac{35}{2550} = -0.329411 \rightarrow |Edx| < 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة x **غير مرن** .

ب– لدينا :

$$\mathrm{Ed_{x,y}} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Py}{Py} \rightarrow \mathrm{Ed_{x,y}} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Py} \times \frac{Py}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_{x,y}} = -75 \times \frac{42}{2550} = -1.235294$$

نستنتج أن السلعتين x و y متكاملتان لأن : $\mathrm{Ed_{x,y}} < 0$

أ –لدينا :

$$\mathrm{Ed_{x,y}} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Py}{Py} \rightarrow \mathrm{Ed_{x,y}} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Py} \times \frac{Py}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_{x,z}} = 54 \times \frac{60}{2550} = 1.270588$$

نستنتج أن السلعتين x و z متبادلتان لأن : $\mathrm{Ed_{x,z}} > 0$

ج– لدينا :

$$\mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta R}{R} \rightarrow \mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{\Delta R} \times \frac{R}{Qx}$$

$$\mathrm{E_R} = 2 \times \frac{640}{2550} = 0.501960$$

نستنتج أن السلعة x ***سلعة عادية ضرورية لأن :*** $\boldsymbol{0 < E_R < 1}$

2 –حساب قيمة مرونة الطلب السعرية المباشرة حين ينخفض السعر الابتدائي للسلعة X بـ 05 وحدات نقدية.

من خلال معطيات التمرين نجد :

$$\mathrm{Q_{dx}} = 2020 - 24(30) + 2(640) - 75(42) + 54(60) = 2670$$

أ –لدينا :

$$\mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Px}{Px} \rightarrow \mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_x} = -24 \times \frac{30}{2670} = -0.269662 \rightarrow |Edx| < 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة x **غير مرن** .

3 –من الناحية الاقتصادية، ماذا تعني القيمتين الثابتتين في دالة الطلب مع فرضية ثبات جميع المتغيرات باستثناء Px:

$$\mathrm{Q_{dx}} = 2020 - 24\mathrm{Px} + 2(640) - 75(42) + 54(60) \rightarrow \mathrm{Q_{dx}} = 3390 - 24Px$$

–يمثل العدد (3390) الكمية المطلوبة لما يكون السعر معدوم أي لما تكون السلعة مجانية وهي كمية التشبع ،

– أما العدد (24)، يمثل القيمة المطلقة لميل دالة الطلب ويمثل التغير في الكمية المطلوبة من السلعة نتيجة تغير سعر نفس السلعة بوحدة نقدية واحدة .

التمرين الثالث : إذا كانت دالة الطلب على السلعة y معطاة وفق العلاقة التالية :

$$Q_{dy} = 0.5Px^{0.8}Py^{-1.2}R^{0.7}$$

✓ تحديد طبيعة السلعة y:

$$\mathrm{E_R} = \frac{\frac{\Delta Qx}{Qx}}{\frac{\Delta R}{R}} \rightarrow \mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{\Delta R} \times \frac{R}{Qx}$$

$$\rightarrow \mathrm{E_R} = 0.7 \times 0.5Px^{0.8}Py^{-1.2}R^{0.3} \times \frac{R}{0.5Px^{0.8}Py^{-1.2}R^{0.7}} = 0.7$$

نستنتج أن السلعة $\boldsymbol{y}$ ***سلعة عادية ضرورية لأن :*** $\boldsymbol{0 < E_R < 1}$

✓ حدد طبيعة الطلب على السلعة y :

$$\mathrm{Ed_y} = \frac{\Delta Qy}{Qy} / \frac{\Delta Py}{Py} \rightarrow \mathrm{Ed_y} = \frac{\Delta Qy}{\Delta Py} \times \frac{Py}{Qy}$$

$$\mathrm{Ed_y} = -1.2 \times 0.5Px^{0.8}Py^{-2.2}R^{0.7} \times \frac{Py}{0.5Px^{0.8}Py^{-1.2}R^{0.7}} = -1.2$$

$$\rightarrow |Edy| > 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة $\boldsymbol{y}$ كثير المرونة .

✓ حدد طبيعة العلاقة بين السلعتين x و y :

$$\mathrm{Ed_{y,x}} = \frac{\Delta Qy}{Qy} / \frac{\Delta Px}{Px} \rightarrow \mathrm{Ed_{y,x}} = \frac{\Delta Qy}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qy}$$

$$\mathrm{Ed_{y,x}} = 0.8 \times 0.5Px^{-0.2}Py^{-1.2}R^{0.7} \times \frac{Px}{0.5Px^{0.8}Py^{-1.2}R^{0.7}} = 0.8$$

$$\rightarrow |Edyx| > 1$$

نستنتج أن السلعتين x و y متبادلتين .

التمرين الرابع:

1 – حساب قيمة مرونة الطلب السعرية المباشرة:

من خلال معطيات التمرين: $\mathrm{Qd_x} = 320 - 22(35) + 4(270) = 630u$

لدينا :

$$\mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Px}{Px} \rightarrow \mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_x} = -22 \times \frac{35}{630} = -1.2 \rightarrow |Edx| > 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة x **مرن** .

2 – حساب مرونة الطلب الدخلية :

لدينا :

$$\mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta R}{R} \rightarrow \mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{\Delta R} \times \frac{R}{Qx}$$

$$\mathrm{E_R} = 4 \times \frac{270}{630} = 1.714 \rightarrow \mathrm{E_R} > 1$$

نستنتج أن السلعة x ***سلعة عادية كمالية***

التمرين السادس :

1 **حدد قيم مختلف المرونات الممكن حسابها، استنتاج نوعية السلعة x و علاقتها بالسلعة y:**

من خلال معطيات التمرين :

$$\mathrm{Qd_x} = \frac{-1}{2}(4) + (20)(5)^{(-1)} + 5 = 7u$$

ب – لدينا :

$$\mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Px}{Px} \rightarrow \mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_x} = \frac{-1}{2} \times \frac{4}{7} = -0.285714 \rightarrow |Edx| < 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة x **غير مرن** .

ب– لدينا :

$$\mathrm{Ed_{x,y}} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Py}{Py} \rightarrow \mathrm{Ed_{x,y}} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Py} \times \frac{Py}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_{x,y}} = (-1)(R)(Py)^{(-2)} \times \frac{Py}{Qdx} = (-1)(20)(5)^{(-2)} \times \frac{5}{7}$$

$$= -0.571428$$

نستنتج أن السلعتين x و y متكاملتان لأن : $\mathrm{Ed_{x,y}} < 0$

ج– لدينا :

$$\mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta R}{R} \rightarrow \mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{\Delta R} \times \frac{R}{Qx}$$

$$\mathrm{E_R} = (Py)^{(-1)} \times \frac{R}{Qdx} = (5)^{(-1)} \times \frac{20}{7} = 0.571428$$

نستنتج أن السلعة x ***سلعة عادية ضرورية لأن :*** $0 < E_R < 1$

2 **من الناحية الاقتصادية، ماذا تعني القيمتين الثابتتين في دالة الطلب مع فرضية ثبات جميع المتغيرات باستثناء Px:**

$$\mathrm{Qd_x} = \frac{-1}{2}Px + (20)(5)^{(-1)} + 5 \rightarrow \mathrm{Qd_x} = \frac{\mathbf{-1}}{\mathbf{2}}Px + \mathbf{9}$$

–يمثل العدد (9) الكمية المطلوبة لما يكون السعر معدوم أي لما تكون السلعة مجانية وهي كمية التشبع ، أما العدد $\left(\frac{1}{2}\right)$، يمثل القيمة المطلقة لميل دالة الطلب ويمثل التغير في الكمية المطلوبة من السلعة نتيجة تغير سعر نفس السلعة بوحدة نقدية واحدة .

التمرين السابع :

1 –حساب مرونة الطلب السعرية :

لدينا : $\mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Px}{Px} \rightarrow \mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qx}$

$$\mathrm{Ed_x} = \frac{(11053 - 12000)}{(15 - 12)} \times \frac{12}{12000} = -0.3156 \rightarrow |Edx| < 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة **x** **قليل المرونة** .

2 –**إيجاد الصيغة الرياضية لدالة الطلب على تذاكر الدخول :**

الصيغة العامة لدالة الطلب هي : $\mathrm{Qd_x} = a + bPx$

لدينا : $\mathrm{Ed_x} = b \times \frac{Px}{Qx} \rightarrow b = \mathrm{Ed_x} \times \frac{Qx}{Px} = -0.3156 \times \frac{12000}{12} = -316$

$$\mathrm{Qd_x} = a + bPx \rightarrow a = \mathrm{Qd_x} - \mathrm{bPx} = 12000 - \left((-316) \times 12\right)$$

$$a = 15792$$

$$\mathrm{Qd_x} = 15792 - 316Px$$

التمرين الثامن :

1 –**حساب مرونة الطلب السعرية المباشرة الخاصة بالسلعة x : عند تحقق البيانات السابقة و التعليق على *النتيجة:***

من خلال معطيات التمرين :

$$\mathrm{Qd_x} = 120 - (30)(10) + (2)(25) + 0.05(5000) = 120u$$

مرونة الطلب السعرية

لدينا : $\mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Px}{Px} \rightarrow \mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qx}$

$$\mathrm{Ed_x} = -30 \times \frac{10}{120} = -2.5 \rightarrow |Edx| > 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة x **شديد المرونة** .

2 –إذا زاد سعر السلعة x بنسبة 100 % :

$$\mathrm{Ed_x} = \frac{\Delta Qx}{Qx} 100\% / \frac{\Delta Px}{Px} 100\%$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Qx}{Qx} 100\% = \mathrm{Ed_x} \times \frac{\Delta Px}{Px} 100\%$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Qx}{Qx} 100\% = -2.5 \times 100\% = -250\ \%$$

إذا زاد سعر السلعة x ب 100 % **فإن الكمية ستنخفض بنسبة : 250 %**

3 قيمة مرونة الطلب التقاطعية و الدخلية :

أ – مرونة الطلب الدخلية :

$$\mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta R}{R} \rightarrow \mathrm{E_R} = \frac{\Delta Qx}{\Delta R} \times \frac{R}{Qx}$$

$$\mathrm{E_R} = 0.05 \times \frac{R}{Qdx} = 0.05 \times \frac{5000}{120} = 2.08$$

نستنتج أن السلعة x ***سلعة عادية كمالية لأن :*** $E_R > 1$

ب – مرونة الطلب التقاطعية

لدينا :

$$\mathrm{Ed_{x,y}} = \frac{\Delta Qx}{Qx} / \frac{\Delta Py}{Py} \rightarrow \mathrm{Ed_{x,y}} = \frac{\Delta Qx}{\Delta Py} \times \frac{Py}{Qx}$$

$$\mathrm{Ed_{x,y}} = 2 \times \frac{Py}{Qdx} = 2 \times \frac{25}{120} = 0.41$$

نستنتج أن السلعتين x و y متبادلتين لأن : $\mathrm{Ed_{x,y}} > 0$

4 حساب قيمة مرونة الطلب السعرية المباشرة مابين لحظة ثبات الأسعار الابتدائية و اللحظة التي ينخفض فيها سعر السلعة ***x*** ***ب 3 وحدات نقدية***

لدينا :

$$Px_2 = 7 \Rightarrow \mathrm{Qd}_{x_2} = 210\ \mathrm{u}$$

$$\mathrm{Ed}_x = \frac{\Delta Qx}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qx} \Rightarrow \mathrm{Ed}_x = \frac{Qx_2 - Qx_1}{Px_2 - Px_1} \times \frac{Px_1}{Qx_1}$$

$$\Rightarrow \mathrm{Ed}_x = \frac{210-120}{7-10} \times \frac{10}{120} = -2.5 \rightarrow |Edx| > 1$$

نستنتج أن الطلب على السلعة ***x*** **شديد المرونة**.

المحاضرة الثالثة عشر : المرونات (مرونة العرض)

عناصر المحاضرة:

- **مرونة العرض .**
- **تمارين تدريبية مع الحلول .**
- **العوامل المحددة لمرونة العرض السعرية**

أولا– مرونة العرض : بنفس منهجية مرونة الطلب تشير مرونة العرض إلى درجة استجابة الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي تحدث في سعرها ، مع افتراض ثبات المحددات الأخرى ، وتعطى بالعلاقة الرياضية التالية :

$$Es = \frac{\Delta Qs}{Qs} \times 100\% / \frac{\Delta P}{P} \times 100\% \rightarrow Es = \frac{\Delta Qs}{\Delta P} \times \frac{P}{Qs}$$

حيث :

Es : مرونة العرض السعرية .

$\frac{\Delta Qs}{Qs} \times 100\%$: التغير النسبي للكميات المعروضة .

$\frac{\Delta P}{P} \times 100\%$: التغير النسبي للسعر .

أما إذا كان العرض معبر عنه بدالة $\mathbf{Q_{sx} = f(P_x)}$ ، فإن مرونته عند أي نقطة معينة تكون بالعلاقة التالية :

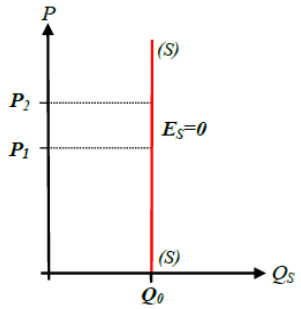
$$E_S = \frac{\delta Qs}{\delta P} \times \frac{P}{Qs}$$

1 **درجات مرونة العرض السعرية** : الهدف من دراسة مرونة العرض السعرية هو تحديد طبيعة عرض السلعة ، ويمكن أن نميز بين خمس درجات لهذه المرونة ، وذلك بمعرفة قيمة معامل المرونة كما هو موضح في الجدول أدناه :

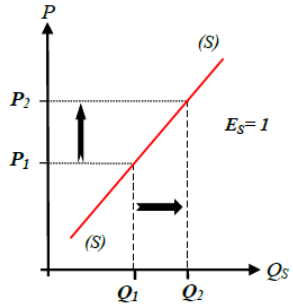
معامل المرونة	التفسير	طبيعة العرض
$1< E_S < +\infty$	نسبة التغير في الكمية أكبر من نسبة التغير في السعر	عرض مرن
$0< E_S < 1$	نسبة التغير في الكمية أقل من نسبة التغير في السعر	عرض غير مرن
$E_S = 0$	نسبة التغير في الكمية معدومة مهما تغير السعر	عرض عديم المرونة
$E_S = 1$	نسبة التغير في الكمية تساوي نسبة التغير في السعر	عرض متكافئ المرونة
$E_S = +\infty$	الكمية المعروضة تتغير تغيرا كبيرا جدا إذا تغير السعر تغير قليل .	عرض مرن تماما أو لا نهائي المرونة

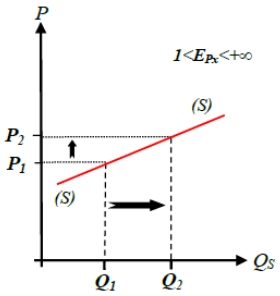
ويمكن تمثيل حالات مرونة العرض السابقة وفق الأشكال التالية :

عرض عديم المرونة

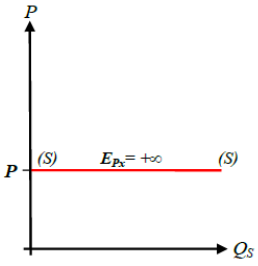


عرض متكافئ المرونة

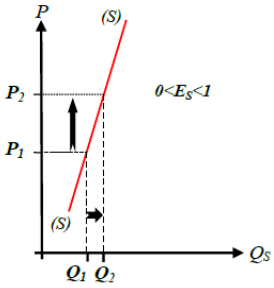




عرض لا نهائي المرونة



عرض غير مرن



–مرونة القوس :

مرونة القوس تعني مرونة شطر من منحنى العرض أي بين نقطتين من منحنى العرض، ويتم حساب مرونة القوس ab كما يلي :

$$Eab = \frac{(Qb-Qa)}{(Pb-Pa)} \times \frac{(Pa+Pb)/2}{(Qa+Qb)/2}$$

حيث :

$\mathbf{Q_A}$ ، $\mathbf{Q_B}$: كميتي العرض في الفترة الأولى والثانية .

$\mathbf{P_A}$ ، $\mathbf{P_B}$: السعرين في الفترتين الأولى والثانية .

–تمارين تدريبية :

التمرين الأول : نفرض أن منتج ما يعرض 200 وحدة من سلعة معينة عند السعر 20 ون ، و400 وحدة عند السعر 30 ون.

المطلوب : احسب مرونة العرض السعرية و علق على النتيجة ؟

الحل النموذجي : – حساب مرونة العرض السعرية:

$$Es = \frac{\Delta Qs}{\Delta P} \times \frac{P}{Qs} \Rightarrow \text{Es} = \frac{400-200}{30-20} \times \frac{20}{200} \Rightarrow \text{Es} = 2$$

العرض مرن (كثير المرونة) ($E_S > 1$)، إذا تغير السعر1 % تتغير الكمية المعروضة ب 2%

التمرين الثاني: انطلاقا من المعطيات الواردة في جدول العرض أعلاه . احسب مرونة القوس BD ؟

الحل النموذجي :

$$Ebd = \frac{(Qd-Qb)}{(Pd-Pb)} \times \frac{\frac{Pb+Pd}{2}}{\frac{Qb+Qd}{2}}$$

$$Ebd = \frac{(40-20)}{(3-1)} \times \frac{\frac{1+3}{2}}{\frac{20+40}{2}} = 0.67$$

العرض غير مرن وتغير السعر بين النقطتين B وD بـ 1 % أدى إلى زيادة العرض بـ 0.67 % .

التمرين الثالث: نفترض أن منحنى عرض أحد المنتجين للسلعة x يأخذ الشكل الرياضي التالي : $Q_{Sx} = 20p$

المطلوب:

01 – شكل جدول عرض المنتج للسلعة (x) ، مع التمثيل البياني ؟

02 – ما هو أدنى سعر يجب أن يحصل عليه هذا المنتج حتى يمكن ترغيبه ليبدأ عرض السلعة (x) في السوق ؟

03 – نفترض أن السعر السائد في السوق كان 5ون ، وبسبب التخفيضات الموسمية تقرر تخفيض سعر السلعة (x) بمقدار 12.5 % ، حدد أثر هذا التخفيض على عرض هذه السلعة، مع حساب مقدار المرونة والتعليق عليه؟

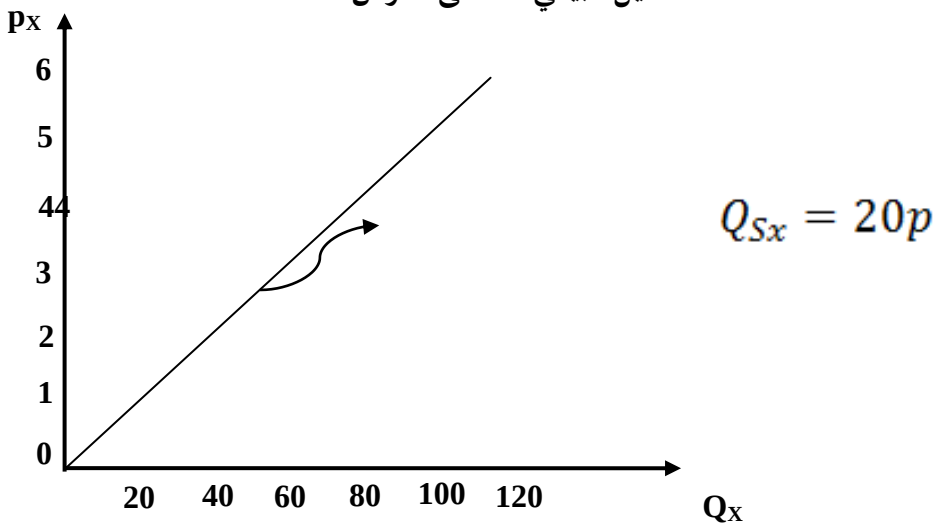
04 – نفترض وجود 100 منتج متماثلين يعرضون السلعة (x)، وكان عرض كل منهم على شكل الدالة المذكورة . حدد الشكل الخطي لدالة العرض السوقي الإجمالي ؟

الحل النموذجي :

01 – تشكيل جدول عرض المنتج للسلعة (x) ، مع التمثيل البياني:

P	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Qx	0	20	40	60	80	100	**120**

- **التمثيل البياني لمنحنى العرض :**



02 – أي سعر أعلى من الصفر سيشجع المنتج على عرض قدر من السلعة (x).

03 – تحديد أثر انخفاض سعر السلعة (x) ب 12.5 % عن السعر السابق 5 ون على عرضها:

$$Q_x = 20 \times 5 = 100u \rightarrow P = 5um$$

حساب السعر الجديد بعد الانخفاض

$$P_2 = P_1(1 + \Delta P) = 5(1 - 0{,}125) = 4{,}375um$$

$$Qs_x = 20 \times 4{,}375 = 87{,}5u \rightarrow P = 4{,}375um$$

بالتالي :

$$\Delta Q = \frac{(87{,}5 - 100)}{100} = -12{,}5\%$$

✓ حساب مقدار المرونة :

$$Es = \frac{\Delta Qs}{\Delta P} \times \frac{P}{Qs} \Rightarrow \text{Es} = \frac{(87{,}5 - 100)}{(4{,}375 - 5)} \times \frac{5}{100} = \frac{-12{,}5}{-12{,}5}$$

$$\Rightarrow \text{Es} = 1$$

التفسير الاقتصادي : تشير النتيجة أن العرض متكافئ المرونة فاذا انخفض السعر ب 12.5 % مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ، فإن الكمية المعروضة من هذه السلعة ستنخفض ب 12.5 %.

4- تحديد الشكل الخطي للعرض السوقي الإجمالي بافتراض وجود 100 منتج مماثل :

$$QS_x = Qs_x \times N_P = (20P) \times 100 = 2000P.$$

ثانيا– العوامل المحددة لمرونة العرض السعرية : تتحدد مرونة العرض السعرية لمجموعة من العوامل أهمها [1] :

✓ **طول الفترة الزمنية** : ترتفع مرونة العرض السعرية خلال الفترة الطويلة ، حيث أن ارتفاع السعر يدفع المنتجين إلى الرفع من الإنتاج ، غير أن ذلك لا يكون يكون بشكل فوري بسبب محددات الإنتاج ، إذ أن الطاقة الإنتاجية للمنتج لا تسمح بذلك ، لكن مع مرور الزمن يتمكن المنتجون من تطوير طاقاتهم الإنتاجية ، وبالتالي زيادة الكميات التي يعرضونها ، أما بالنسبة للسلع التي تكون قابلة للتخزين فإن عرضها يكون مرن على المدى القصير جدا .

✓ **مرونة عرض عوامل الإنتاج** : مرونة العرض السعرية تتماشى طرديا مع مرونة عوامل الإنتاج ، مع افتراض ثبات بقية العوامل ، فكلما كانت مرونة عوامل الإنتاج كبيرة كلما كانت مرونة العرض السعرية كبيرة .

✓ **القدرة على تغيير النشاط الإنتاجي** : كلما زادت القدرة على تغيير النشاط الإنتاجي من سلعة لأخرى بسبب تغير سعرها كلما زادت مرونة العرض لتلك السلعة .

✓ **تكلفة التخزين**: كلما قلت تكلفة تخزين السلعة كلما ارتفعت مرونتها .

✓ **قابلية السلع للتخزين** :ترتفع مرونة العرض السعرية كلما ارتفعت إمكانية خزنها لفترات أطول .

✓ **مدى توافر أو ندرة عناصر الإنتاج** :يكون العرض مرنا كلما توفرت عناصر الإنتاج و أتيحت القدرة على زيادة عرض إنتاج السلعة .

[1] راتول محمد، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي**، جامعة الشلف، الجزائر .

المحاضرة الرابعة عشر :التنظيم الحكومي للسوق (السياسة السعرية).

عناصر المحاضرة:

–سياسات التدخل الحكومي و التأثير على توازن السوق :

- ✓ **التدخل الحكومي بتحديد حد أقصى أو أعلى للثمن (Maximum price).**
- ✓ **التدخل الحكومي بتحديد حد أدنى أو أقل للثمن (Minimum price).**

– تمارين تدريبية مع الحلول .

أولا– سياسات التدخل الحكومي و التأثير على توازن السوق : بالرغم من أن أسعار السلع والخدمات تتحدد من خلال التفاعل بين قوى الطلب والعرض ، فيتحدد السعر التوازني والكمية التوازنية ، غير أنه مازال الجدل قائما حول مدى عدالة الأسعار التي تتحدد في الأسواق، فقد يكون السعر التوازني مضرا بمصلحة المستهلكين أو المنتجين على حد سواء ، فتتدخل الحكومة أحيانا في تحديد أسعار بعض السلع بدلا من تركها لقوى العرض والطلب ، وهذا لغرض حماية المستهلك بفرض سعر أو حد أقصى للسعر لكي تكون في متناول محدودي الدخل، أو بفرض حد أدنى للسعر بغرض حماية المنتجين والعمل على زيادة الإنتاج [1]. أي التدخل الحكومي للبحث عن سعر عادل ضرورة لتصحيح اختلالات السوق ، وخاصة عندما تعاني الأسواق من اختلالات رئيسية لا تمكنها من العمل بشكل صحيح في تعزيز الحرية الاقتصادية ، عموما هناك ثلاثة أهداف تسعى لتحقيقها سياسات التدخل الحكومي في الأسعار هي [2]:

- ✓ **تحقيق مصلحة المستهلكين** : وذلك من خلال :
  - ضمان الأمن الغذائي .
  - تأمين الاستقرار السعري لبعض السلع الأساسية (السلع الغذائية، الحبوب، اللحوم ، الأدوية... .).

ولهذه السياسة أهمية كبيرة خاصة في بعض الظروف كتصاعد معدلات التضخم من خلال ارتفاع الأسعار ، أو أثناء الحروب و أوقات الركود الاقتصادي وانتشار الفقر والبطالة .

- ✓ **تحقيق مصلحة المنتجين وملاك عناصر الإنتاج** : وذلك من خلال :
  - تأمين دخل مناسب ومحفز لتشجيع ملاك عناصر الإنتاج (المزارعين) للاستمرار في الانتاج الزراعي .

---

[1] السيد محمد أحمد السريتي، على عبد الوهاب نجا ، مرجع سبق ذكره، ص ص 166،167.

[2] محمد أحمد الأفندي، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي**، الأمين للنشر والتوزيع، صنعاء، 2012، ص ص 92، 93 .

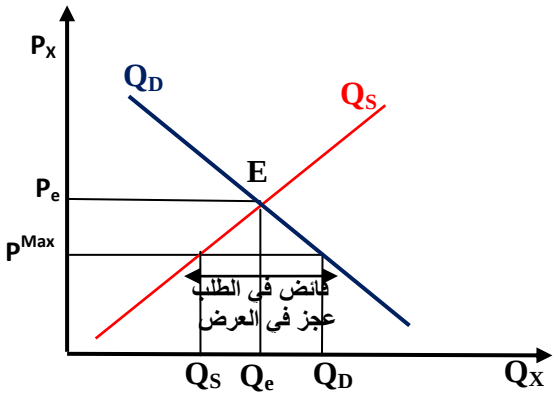
- تفادي استغلال العاملين من خلال ضمان الحد الأدنى للأجور و تفاديا لمشاكل البطالة والركود الاقتصادي

ولهذه السياسة أهمية كبيرة و أولوية أكبر في مراحل الركود الاقتصادي و توفير بيئة جاذبة للاستثمار الإنتاجي تساعد على الانتقال إلى مرحلة الانتعاش الاقتصادي .

✓ **ترشيد الإنتاج والاستهلاك لبعض السلع** :أي السلع الضارة بعملية الاستخدام الأمثل لموارد الإنتاج ، والضارة صحيا بالنسبة للمستهلكين كما تهدف إلى محاربة الاحتكار خاصة بالنسبة للسلع الغذائية الأساسية والخدمات ذات النفع العام .

1 **التدخل الحكومي بتحديد حد أقصى أو أعلى للثمن (Maximum price)**: في ظل ظروف الحروب والأزمات أو مشاكل تلف الإنتاج ، قد تنخفض الكمية المعروضة من السلع والخدمات قد يسبب عجز لتلبية طلبات المستهلكين ، وقد يترتب عن ذلك ارتفاع غير مسبوق في أسعار هذه السلع والخدمات ، ولغاية حماية فئة من المستهلكين طالبي هذه السلع والخدمات تتدخل الحكومة **بتسقيف الأسعار** وتفرض حدود قصوى للأسعار، ويعرف **السعر الأقصى** بأنه السعر الإلزامي أو الجيري وعادة ما يكون أقل من سعر التوازن حتى يكون له أثر إيجابي لحماية القدرة الشرائية للطبقة الهشة، في ظل هذه الظروف تكون الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة فينتج فائض في الطلب (اختلال التوازن)، وانسحاب بعض المؤسسات كما يساهم في المدى القصير إلى خلق ما يسمى بالسوق السوداء وتداول السلع خارج النطاق القانوني حيث تباع السلعة بسعر أعلى من السعر القانوني المحدد .

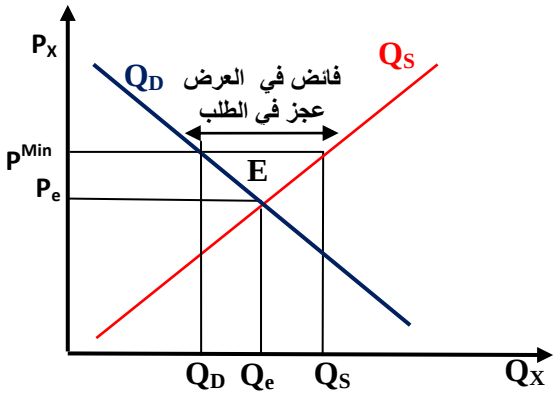
وقد تلجأ الحكومة في المدى المتوسط والطويل بعلاج هذا الاختلال (فائض الطلب) ، والقضاء على تداول السلعة في السوق السوداء من خلال تقديم دعم للمنتجين بهدف زيادة الإنتاج [1].



2 **التدخل الحكومي بتحديد حد أدنى أو أقل للثمن (Minimum price)**:قد يحدث العكس للحالة السابقة ففي ظل بعض الظروف أو أوقات الأزمات تنخفض الأسعار بدرجة كبيرة ، ومثال عن ذلك

[1] علي عبد الوهاب نجا، عفاف عبد العزيز عايد، **الاقتصاد الجزئي**، دار التعليم الجامعي، الإسكندرية، 2015، ص 88.

أسواق المنتجات الزراعية أو سوق العمل، فهبوط الأسعار يلحق الضرر بالمنتجين الزراعيين والعمال، فتتدخل الحكومة بهدف حماية دخول و إيرادات المنتجين الزراعيين، و ذلك بتحديد **حد أدنى** لسعر المحاصيل الزراعية أو في سوق العمل (حد أدنى للأجور) ، وعادة ما يكون أعلى من سعر التوازن ويترتب عن ذلك أن تكون الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة أي يوجد فائض عرض في سوق السلعة ، ويشترط لنجاح هذه السياسة أن تكون الحكومة على استعداد للتدخل في سوق هذه السلعة لشراء فائض العرض هذا وذلك لمنع الأسعار من الهبوط [1].



- **تمارين تدريبية مع الحلول :**

التمرين الأول: إذا افترضنا أن دالتي الطلب السوقي و العرض السوقي فيما يخص سلعة معينة يمكن التعبير عنهما بالصيغتين التاليتين:

$Qx=460-40Px$
$Qx=-80+80Px$

المطلوب:

01 – حدد أيهما دالة الطلب وأيهما دالة العرض، مع الشرح و التعليل؛

02 – شرح مفهوم توازن السوق، وتحديد قيمتي سعر وكمية التوازن جبريا؛

03 – التمثيل البياني لمنحنى الطلب السوقي ومنحنى العرض السوقي في نفس المعلم المتعامد، والتأكد بيانيا من نقطة توازن السوق المحددة سابقا؛

04 – عندما يكون سعر هذه السلعة 3 ون، فهل سيكون هناك فائض أم عجز في سوق هذه السلعة؟؛

05 – عندما يرتفع سعر هذه السلعة إلى 6 ون، فهل سيكون هناك فائض في الطلب أم فائض في العرض؟؛

06 – كيف يتم اقتصاديا تسمية السعرين الأكبر و الأقل من سعر توازن السوق؟، مع استنتاج أثر كل منهما.

الحل النموذجي :

[1] نفس المرجع، ص 88.

01- الدالة الأولى هي دالة طلب بسبب ظهور العلاقة العكسية ما بين كمية السلعة وسعر السلعة وهذا ما يظهر في الإشارة السالبة لمعامل السعر P، ومنه نكتب : $Q_{DX}=460-40Px$. أما الدالة الثانية فهي دالة عرض بسبب ظهور العلاقة الطردية ما بين كمية السلعة وسعر السلعة وهذا ما يظهر في الإشارة الموجبة لمعامل السعر P، ومنه نكتب: $Q_{SX}=-80+80Px$.

02- يعني مفهوم توازن السوق تساوي قوى العرض السوقي مع قوى الطلب السوقي وهذا ما يؤدي إلى تساوي الكمية الإجمالية أو السوقية المطلوبة من السلعة x في السوق Q_{DX} مع الكمية الإجمالية أو السوقية المعروضة من السلعة x في السوق Q_{SX}، ومنه فإن التعبير الجبري عن توازن السوق هو : $Q_{DX}=Q_{SX}$.

✓ **تحديد قيمتي سعر وكمية التوازن جبريا :**

$$Q_D=Q_S \Rightarrow 460-40P_x=-80+80P_x \Rightarrow 120P_X=540 \Rightarrow P_e=4,5um$$

وبتعويض سعر التوازن في دالة الطلب السوقي أو دالة العرض السوقي نحصل على كمية التوازن

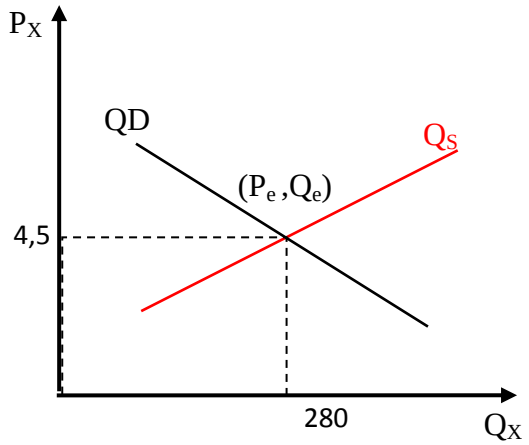
$$Q_S=-80+80(4,5) \Rightarrow Q_e=280u.$$

03 – التمثيل البياني لمنحنى الطلب السوقي ومنحنى العرض السوقي في نفس المعلم المتعامد، والتأكد بيانيا من نقطة توازن السوق المحددة سابقا :

✓ **جدول الطلب السوقي والعرض السوقي :**

P_X	1	2	3	4	4,5	5	5,5	6
Q_D	420	380	340	300	280	260	240	**220**
Q_S	0	80	160	240	280	320	360	**400**

التمثيل البياني :



نقطة التوازن بيانيا هي نقطة تقاطع منحنيي الطلب السوقي والعرض السوقي وهي التوليفة

$$(Pe, Qe) = (4,5um, 280u)$$

04 – عندما يكون سعر هذه السلعة 3 ون :

$P_X=03 \Rightarrow Q_D=340\ u\ ;\ Q_S=160 \Rightarrow Q_S-Q_D=-180u$

وبالتالي يوجد عجز في سوق هذه السلعة .

05 – عندما يرتفع سعر هذه السلعة إلى 6 ون :

$P_X=06 \Rightarrow Q_D=220\ u\ ;\ Q_S=400 \Rightarrow Q_S-Q_D=180u$

وبالتالي يوجد حالة فائض في العرض .

06- يسمى السعر الذي تفرضه الحكومة ويكون **أكبر** من سعر التوازن بالمصطلح الاقتصادي "**السعر الأدنى**" ويتمثل أثره في ضمان بقاء السوق في حالة فائض (العرض السوقي أكبر من الطلب السوقي) وهذا ما ينطبق على السعر 6 ون في هذا التمرين؛ أما السعر الذي تفرضه الحكومة ويكون **أقل** من سعر التوازن فيسمى بالمصطلح الاقتصادي "**السعر الأقصى**" ويتمثل أثره في ضمان بقاء السوق في حالة عجز (حيث يؤدي فرض هذا السعر إلى جعل الطلب السوقي أكبر من العرض السوقي) وهو ما ينطبق على السعر 3 ون في هذا التمرين. مع الإشارة إلى أن فرض الحكومة لسعر أدنى أو سعر أقصى في السوق يطلق عليه بـ "**السياسة السعرية**" أو "**سياسة التدخل السعري**" في الأسواق، وهو ما يندرج ضمن السياسات العمومية (أي السياسات الحكومية) [1].

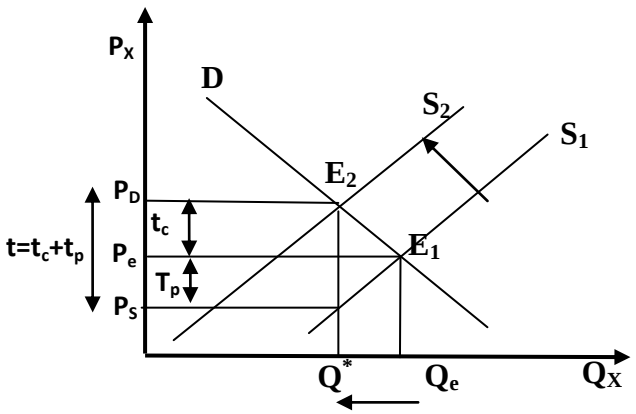
[1] من تمارين حصص الأعمال الموجهة للأستاذ مروان عبد القادر، جامعة ابن خلدون ، تيارت، 2020/2019.

المحاضرة الخامسة عشر :التنظيم الحكومي للسوق (السياسة المالية) .

عناصر المحاضرة:

- **سياسة فرض الضرائب .**
- **سياسة تقديم الإعانات .**
- **فائض المستهلك و فائض المنتج .**
- **تمارين تدريبية .**

أولا– سياسة فرض الضرائب : تستطيع الحكومة أن تؤثر على توازن السوق من خلال فرضها للضرائب مما يؤدي إلى تغير حالة العرض بسبب تغير ظروف العرض ، بالتالي يتحول منحنى العرض نحو اليسار للتعبير عن نقصان العرض ، ومن جهة أخرى ارتفاع السعر بفعل الضريبة التي يدفعها المنتج إلى الحكومة ، إلا أن قيمتها يتحملها المنتج والمستهلك بنسب مختلفة تحددها درجة استجابة التغير في الكمية إلى التغير في سعرها (المرونة السعرية)، ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل أدناه [1]:



نلاحظ من الشكل أن نقطة التوازن قبل فرض الضريبة ممثلة في النقطة E_1 أما عند فرض الضريبة نلاحظ ظهور سعرين p_D و p_S الفرق بينهما يعبر عن مقدار الضريبة ، والذي يعبر عنها أيضا بالصيغة التالية :

$t = t_c + t_p$ حيث :

p_e :يمثل سعر التوازن قبل فرض الضريبة .

p_D: السعر الذي يقبل دفعه المشتري للحصول على السلعة بعد فرض الضريبة .

[1] طويطي مصطفى ،مرجع سبق ذكره، ص ص 43،44.

p_S: يمثل السعر الذي يبيع به البائع بعد فرض الضريبة .

t : مقدار الضريبة على الكمية المباعة .

t_c : مقدار الضريبة (العبء) الذي سيتحمله المشتري حيث : $t_c = p_D - p_e$

t_p : مقدار الضريبة (العبء) الذي سيتحمله البائع حيث : $t_p = p_e - p_S$

ويمكن إيجاد نقطة التوازن بعد فرض الضريبة جبريا عن طريق حل المعادلات التالية :

معادلة التوازن : $Q_D = Q_S$

دالة الطلب : $Q_D = a + bP_D$

دالة العرض الجديدة : $Q_S = C + dP_S = c + d(P_D - t)$

✓ **حصيلة الضريبة** ($\mathbf{T}$): حصيلة الضريبة هي الإيرادات التي تحصل عليها الحكومة بعد فرض الضريبة وتقدر بـــ :

$$T = t \times Q^*$$

$$T = r \times P^* \times Q^*$$

حيث :

T : حصيلة الضريبة .

t : مقدار الضريبة إذا كان ثابت .

r : مقدار الضريبة إذا كانت تمثل نسبة مئوية من الكمية المباعة .

Q^*،P^* : كمية التوازن وسعر التوازن بعد فرض الضريبة .

✓ **معدل الضريبة الأمثل** : معدل الضريبة الأمثل هو المعدل الذي يجعل من حصيلتها أعظمية وللحصول على هذا المعدل نساوي : $\frac{\delta T}{\delta t} = 0$

وللتأكد من أنها نهاية عظمى لابد من تحقق : $\frac{\delta^2 T}{\delta t^2} < 0$

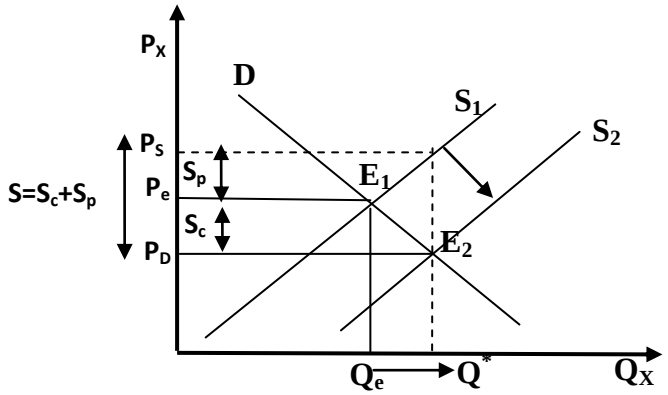
1 **أنواع الضرائب** :

✓ **الضريبة النوعية**: هي عبارة عن فرض مبلغ معين عن كل وحدة من وحدات الإنتاج t ، ويصبح الشكل الجديد لدالة العرض $Q_S = c + d(P - t)$

✓ **الضريبة القيمية** : هي عبارة عن فرض نسبة معينة على سعر وحدة من وحدات الإنتاج فإذا كانت النسبة المئوية الضريبة إلى سعر الوحدة المنتجة هي r تصبح دالة العرض بعد فرض الضريبة القيمية هي :

$$Q_S = c + dP(1 - r)$$

ثانيا– سياسة تقديم الإعانات : إذا أرادت الدولة تحقيق زيادة في العرض فإنها تساعد المنتجين بمنحهم إعانات ، قروض، تسهيلات وبالتالي يمكن اعتبارها ضريبة سالبة تضاف إلى السعر بدلا من أن تطرح منه ،أي أن منح الإعانة تعالج بطريقة عكسية لحالة فرض الضرائب على الإنتاج ، ففي حالة تأخذ الإعانات صورة منحة على كل وحدة منتجة ، فإن دالة العرض الجديدة تصبح على النحو : $Qs=C+d(p+s)$ ، وبتطبيق شرط التوازن نحصل على سعر توازني أقل من السعر السابق ، وتكون الكمية التوازنية الجديدة أكبر من السابقة، وتكون نفقة الحكومة على هذه الإعانة هي : $CT_G = Q^* \times S$ [1]، ويمكن توضيح تأثيرها على التوازن من خلال الشكل التالي :



وتمثل الإعانة كما هو موضح في الشكل الفرق بين السعر الذي سيدفعه المستهلك P_D والسعر الذي يستلمه البائع P_S ، كما يمكن إيجاد مقدار الإعانة من خلال جمع مقدار استفادة كل من البائع والمستهلك من الإعانة ($S=S_C+S_P$) حيث : S_C هو مقدار استفادة المستهلك من الإعانة، و S_P هو مقدار استفادة البائع من الإعانة.

و سنوضح تأثير منح الإعانة على توازن السوق من خلال تمرين تدريبي (أنظر التمرين الثاني).

ثالثا– فائض المستهلك و فائض المنتج:

1 **فائض المستهلك** : يقصد بفائض المستهلك الفرق بين السعر الذي يدفعه فعلا المستهلك في السوق (سعر التوازن) في سبيل حصوله على كمية محددة من سلعة معينة في وقت محدد ، وبين السعر الذي كان المستهلك على استعداد لأن يدفعه في سبيل حصوله على نفس الكمية من السلعة ، بحيث يكون هذا السعر أكبر من سعر التوازن، أي : **فائض المستهلك = السعر الممكن دفعه – سعر التوازن** [2].

و يرمز لفائض المستهلك بـــ SC، و توجد طريقتين لحساب فائض المستهلك رياضيا أو جبريا و بيانيا ، حيث يقدر SC جبريا وفق العلاقة التالية :

✓ **جبريا:**

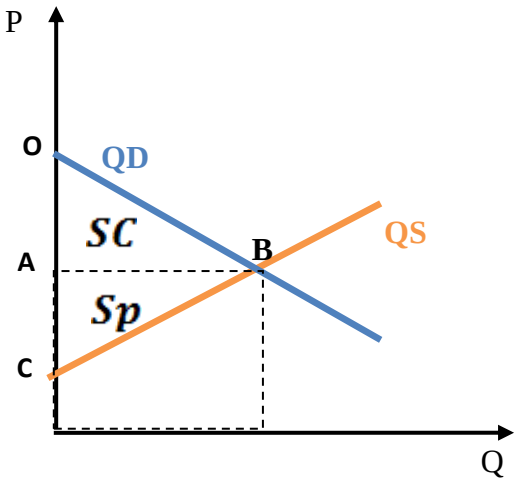
$$SC = \int_0^{Qe} F(QD)d(Q) - Pe \times Qe$$

[1] محمد فرحي، مرجع سبق ذكره، ص 380.

[2] محمد جصاص، مطبوعة بعنوان : **محاضرات في الاقتصاد الجزئي 2**، جامعة قسنطينة2، الجزائر، 2020/2019، ص 58.

✓ **بيانيا** : يقدر فائض المستهلك بيانيا عن طريق حساب مساحة المثلث العلوي OAB، أي المساحة المحصورة بين منحنى الطلب و أعلى خط سعر توازن السلعة في السوق كما هو موضح في الشكل أدناه :

$$SC = \frac{1}{2} AB \times Ao$$



2- **فائض المنتج** : يعبر عن الفرق بين ما يحصل عليه المنتج (البائع) فعلا من عرض السلعة(أي سعر التوازن وهو سعر أعلى) ، و بين السعر الذي كان مستعدا لقبوله عند عرض السلعة التي ينتجها (وهو سعر أقل من سعر التوازن)، وهكذا سيحصل المنتج على فائدة تسمى **فائض المنتج** ، ويرمز لها بالرمز **SP**، و توجد طريقتين لحساب فائض المنتج رياضيا أو جبريا و بيانيا ، حيث يقدر **SP** جبريا وفق العلاقــة التالية :

✓ **جبريا**: $Sp = Pe \times Qe - \int_0^{Qe} F(Q_S)d(Q)$

✓ **بيانيا** : يقدر فائض المنتج بيانيا عن طريق حساب مساحة المثلث السفلي ABC، أي المساحة المحصورة بين منحنى العرض و أسفل خط سعر توازن السلعة في السوق كما هو موضح في الشكل أعلاه ، حيث تقدر بـــ :

$$Sp = \frac{1}{2} AB \times AC$$

- **تمارين تدريبية مع الحلول :**

التمرين الأول :

لنفرض أن سوقا معينا تم تخصيصه لبيع سلعة معينة x ويضم 100 مستهلك و 50 منتج وتتوفر فيه جملة شروط المنافسة التامة والكاملة، و لتكن صيغة دالة الطلب الفردي في تلك السوق من الشكل : $Qd = 25 - 2P$، ولتكن صيغة دالة العرض الفردي في نفس تلك السوق من الشكل: $Qs = -20 + 3P$

المطلوب :

01 – إيجاد سعر وكمية توازن السوق جبريا وبيانيا؛

02 – لو حدث تدخل حكومي في تلك السوق بفرض ضريبة وحدوية تقدر بـ 5.25 ون عن كل وحدة مباعة من السلعة:

أ– حدد قيمتي سعر العرض وسعر الطلب في هاته السوق؛

ب – حدد القسط الذي يتحمله البائع والقسط الذي يتحمله المشتري من قيمة الضريبة المفروضة عن كل وحدة واحدة من تلك السلعة؛

ج – حدد نسبة تحمل كل من البائع والمشتري من قيمة الضريبة الواحدة؛

د– حدد قيمة الإيراد العمومي الذي سوف تحققه الحكومة من تلك السوق؛

03– حدد قيمة الضريبة التي تعظم الإيرادات العمومية في تلك السوق.

الحل النموذجي :

01 – تحديد عبارتي دالة الطلب السوقية ودالة العرض السوقية ثم حساب سعر وكمية التوازن جبريا بالمساواة ما بين QD و QS وبيانيا بتمثيل منحنيي الطلب السوقي والعرض السوقي في نفس المعلم المتعامد؛

$$QD = 100.(Qd) = 100\ (25-2P) \Rightarrow QD = 2500-200P$$

$$QS = 50.(Qs) = 50\ (-20+3P) \Rightarrow QS = -1000+150P$$

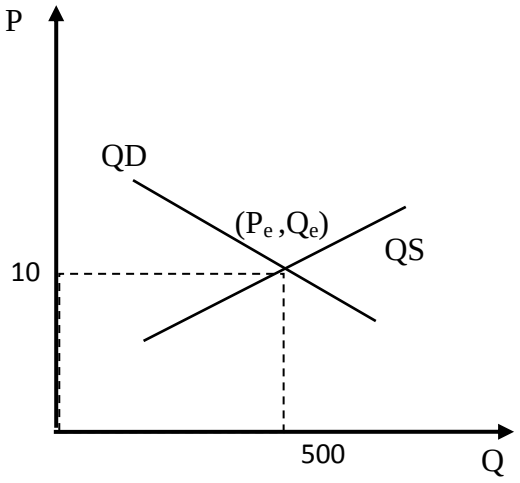
ومنه نجد: $Pe = 10\ um$ و $Qe = 500\ u$ ، بمعنى أن نقطة التوازن هي: $(Pe = 10u\ ،\ Qe = 500um)$

✓ إيجاد سعر وكمية توازن السوق بيانيا :

جدول الطلب السوقي والعرض السوقي :

P	07	08	09	10	11	12
QD	1100	900	700	500	300	**100**
QS	50	200	350	500	650	**800**

التمثيل البياني :



02 – إن تدخل الحكومة في السوق بفرضها لضريبة بقيمة معينة عن كل وحدة مباعة يؤدي إلى إختلاف سعر العرض PS (سعر البيع) عن سعر الطلب PD (سعر الشراء)، بحيث تكون العلاقة التي تربط بينهما هي:

$$PS = PD - T$$

بحيث تعبر T عن قيمة الضريبة الوحدوية المفروضة من طرف الحكومة في هاته السوق، وعليه نكتب صيغة دالتي الطلب السوقي والعرض السوقي بالشكل:

$$QD = 2500 - 200PD$$
$$QS = -1000 + 150PS$$

كما أن فرض الضريبة سيؤدي إلى حدوث تغيرات في ظروف العرض وهذا ما يؤدي إلى تغيير يحدث في صيغة دالة العرض السوقي وهذا ما يجعلها تظهر بالشكل الموالي:

حيث بالتعويض عن PS الموجودة في دالة العرض السوقي الأصلية بما يساويها من العلاقة $PS = PD - T$ نجد:

$$QS = -1000 + 150\,(PD - T) \Rightarrow QS = -1000 + 150\,(PD - 5.25)$$
$$\Rightarrow QS = -1000 + 150\,(PD - 5.25) \Rightarrow QS = -1000 - 787.5 + 150PD$$
$$\Rightarrow QS = -1787.5 + 150PD$$

حيث نلاحظ في عبارة دالة العرض السوقية الجديدة (بعد إدخال أثر الضريبة المفروضة) بقاء ميل الدالة ثابتا مقارنة بدالة العرض السوقية الأصلية ولكن يظهر حدوث زيادة في القيمة المطلقة للعدد الثابت في الدالة مما يعني أن منحنى دالة العرض سوف ينسحب نحو اليسار (نحو الأعلى) بشكل موازي لمنحنى دالة العرض الأولى مع بقاء منحنى الطلب السوقي على حاله وهذا ما يؤدي بالضرورة إلى حدوث ارتفاع في سعر التوازن وانخفاض في كمية التوازن ويمكن التأكد بيانيا من هذا الأمر.

أ– حساب سعر الطلب وسعر العرض بعد فرض الضريبة:

لحساب سعري العرض والطلب التوازنين نطبق نفس قانون التوازن (العرض الكلي يساوي الطلب الكلي) فنجد:

$$QS = QD \Rightarrow -1787.5 + 150PD = 2500 - 200PD \Rightarrow 4287.5 = 350PD$$
$$\Rightarrow PD = \frac{4287.5}{350} \Rightarrow PD = 12.25\ um$$

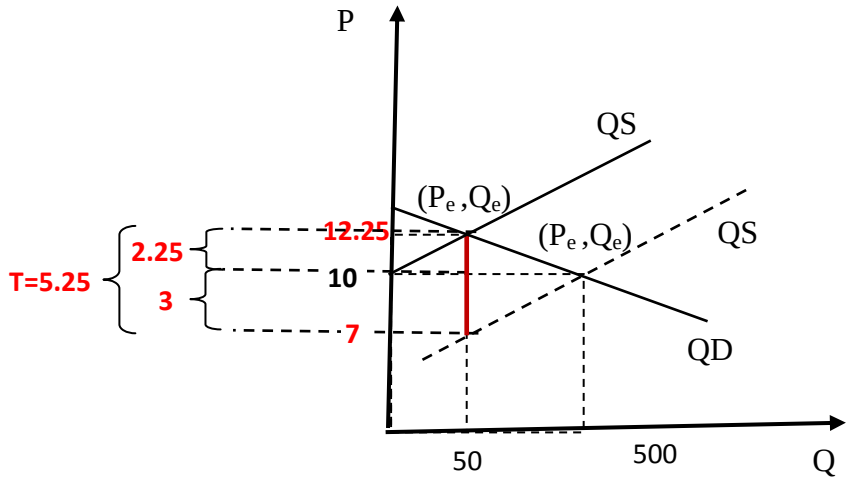
ونحن نعلم أن : $PS = PD - T$ ، ومنه:

$$PS = 12.25 - 5.25 \Rightarrow PS = 7\ um$$

أما كمية التوازن فيمكن حسابها سواء من دالة الطلب الأصلية أو دالة العرض الجديدة ونجد:

$$Qe = 2500 - 200(12.25) \Rightarrow Qe = 50\ u$$

ومنه يكون سعر الطلب هو 12.25 ون وسعر البائع هو 7 ون، بحيث مقارنة بالسعر التوازني الأولي (عدم تدخل الحكومة) فإنه في الوضع الحالي (بعد فرض الحكومة لضريبة تقدر بـ 5.25 ون عن كل وحدة مباعة) أصبح المشتري يدفع 12.25 ون عند شرائه لوحدة واحدة من السلعة وأصبح البائع يقبض فقط 7 ون عند بيعه لكل وحدة واحدة من تلك السلعة.



– من الواضح أن المشتري أصبح يدفع 2.25 ون إضافية عن كل وحدة يشتريها من السلعة وأصبح البائع يفقد 3 ون عن كل وحدة يبيعها من السلعة مقارنة بالوضع الأول، ومنه نكتب :

القسط الذي يتحمله المشتري = PD – Pe =12.25-10=2.25 *um*

القسط الذي يتحمله البائع = Pe – PS =10-7=3 *um*

وبجمع القسط الذي يتحمله المشتري مع القسط الذي يتحمله البائع من الضريبة نجد القيمة الكلية للضريبة الوحدوية:

القسط الذي يتحمله المشتري+القسط الذي يتحمله البائع=مقدار الضريبة، أي : 2.25+3=5.25 ون

ج– تتم عملية الحساب بقسمة القسط الذي يتحمله البائع أو المشتري من الضريبة على قيمة الضريبة المفروضة وضرب حاصل القسمة في 100 بالمائة، ونجد:

النسبة التي يتحملها المشتري من قيمة الضريبة = (2.25/5.25)*100% =42.857%

النسبة التي يتحملها البائع من قيمة الضريبة = (3/5.25)*100% =57.142%

د– للحصول على الايراد العمومي الاجمالي RPG الذي تحصل عليه الحكومة من هذه السوق بعد فرضها لتلك الضريبة نقوم بضرب قيمة الضريبة T في الكمية التوازنية الجديدة Qe فنجد:

$$RPG = Qe \,.\, T = 50.\ (5.25) = 262.5\ um$$

03– تحديد قيمة الضريبة التي تعظم الإيرادات العمومية في تلك السوق.

هناك طريقة رياضية معروفة لدى أهل الاقتصاد لتحديد تلك القيمة المثلى للضريبة Te والتي تعظم إيرادات الدولة في السوق وتتم بالخطوات التالية:

– نقوم بابقاء قيمة T مجهولة ثم نعيد صياغة دالة العرض السوقية مع الأخذ بعين الاعتبار العلاقة $PS=PD-T$؛

– نقوم بحساب كمية التوازن Qe الجديدة وسوف تظهر بدلالة T، مع العلم أن حساب Qe يستوجب حساب قيمة PD والذي سيكون هو الآخر بدلالة T التي أبقينا قيمتها مجهولة؛

– نقوم بتحديد عبارة RPG والتي ستظهر بدلالة T وذلك بضرب Qe في T، لأن $(RPG = Qe \ . \ T)$؛

–نقوم باشتقاق RPG وجعل المشتقة تساوي الصفر وحينها سوف نجد قيمة T المثلى التي تعظم ايرادات الحكومة في هاته السوق

الحل يكون كالتالي:

بما أن: $QS = -1000 + 150PS$ و $PS = PD - T$ فإن : $QS = -1000 + 150\ (PD - T)$

ومنه فإن دالة العرض السوقية الجديدة تصبح من الشكل : $QS = -1000 - 150T + 150PD$

وعند التوازن يكون : $QS = QD$ ومنه :

$$QS = QD \Rightarrow -1000 - 150T + 150PD = 2500 - 200PD$$

$$\Rightarrow 350PD = 3500 + 150T$$

$$\Rightarrow PD = \frac{3500}{350} + \frac{150}{350}T$$

$$\Rightarrow PD = 10 + \frac{3}{7}T$$

ولحساب كمية التوزان Qe نعوض عن قيمة PD بما يساويها في دالة الطلب ومنه نجد:

$$Qe = 2500 - 200\ (10 + \tfrac{3}{7}T) \Rightarrow Qe = 2500 - 2000 - \tfrac{600}{7}T$$

$$\Rightarrow Qe = 500 - \frac{600}{7}T$$

وبالتعويض عن قيمة Qe في عبارة الايراد العمومي الكلي RPG نجد :

$$RPG = Qe \ . T \Rightarrow RPG = \left(500 - \tfrac{600}{7}T\right)T \quad (RPG = Qe \ . \ T)$$

$$\Rightarrow RPG = 500T - \frac{600}{7}T^2$$

وحتى يكون الإيراد العمومي الكلي RPG أعظمي فيجب أن تكون المشتقة الأولى له بالنسبة لـ T معدومة بمعنى :

$$RPG \rightarrow Max \Rightarrow \frac{\delta RPG}{\delta T} = 0 \Rightarrow 500 - \frac{1200}{7}T = 0 \Rightarrow Te = 500.\frac{7}{1200}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{Te = 2.916\ um}$$

ومنه فإنه حتى تحقق الحكومة إيرادا أعظميا في هاته السوق فعليها فرض ضريبة وحدوية تقدر بـ **2.916** ون عن كل وحدة مباعة في هذه السوق.

التمرين الثاني :

لتكن صيغة دالة الطلب الفردي ودالة العرض الفردي في سوق تم تخصيصه لبيع سلعة معينة X من الشكل :

$$\begin{cases} P = 4{,}45 - \frac{1}{2}Qd \\ P = \frac{2 + \mathrm{Qs}}{3} \end{cases}$$

هذا السوق تتوفر فيه جملة شروط المنافسة التامة والكاملة ، إذا علمت أن عدد المستهلكين الذين يرغبون في شراء هذه السلعة يقدر بـ100 فرد ، أما عدد العارضين لها فيمثل 9 % من إجمالي المستهلكين .

المطلوب :

01 – إيجاد سعر وكمية توازن السوق جبريا وبيانيا؛

02 – لو حدث تدخل حكومي في تلك السوق بمنح إعانة وحدوية تقدر بـ 5 ون عن كل وحدة مباعة من السلعة .

أ– حدد قيمة السعر الذي يدفعه المشتري و السعر الذي يستلمه البائع في هاته السوق ؛

ب – تحديد مقدار استفادة كل من المشتري والبائع من هذه الإعانة الممنوحة عن كل وحدة واحدة من تلك السلعة؛

ج حدد قيمة الإنفاق الإجمالي للمستهلكين، وقيمة الإيراد الإجمالي لبائعي هاته السلعة

ح حدد قيمة تكلفة الحكومة من جراء منح هذه الإعانة ؛

03 – لنفرض أنه حدث تغير في صيغتي دالتي الطلب السوقي والعرض السوقي وأصبحت بالشكل

$$P = 20 - 2Q_D \quad ; \quad P = 4 + 2Q_S$$:

أ –احسب سعر وكمية توازن السوق جبريا ;

ب–احسب فائض المنتج وفائض المستهلك بطريقتين ;

الحل النموذجي :

01 – تحديد عبارتي معكوس دالتي الطلب والعرض الفرديتين ، ثم نحدد دالة الطلب السوقية ودالة العرض السوقية ثم نحسب سعر وكمية التوازن جبريا بالمساواة ما بين QD و QS وبيانيا بتمثيل منحنيي الطلب السوقي والعرض السوقي في نفس المعلم المتعامد؛

$$\begin{cases} P = 4{,}45 - \frac{1}{2}Qd \Rightarrow Qd = 8{,}9 - 2P \\ P = \frac{2 + Qs}{3} \Rightarrow Qs = -2 + 3P \end{cases}$$

$NP = 100 \times 0.09 = 9$

$$QD = 100.(Qd) = 100\,(8{,}9 - 2P) \Rightarrow QD = 890 - 200P$$

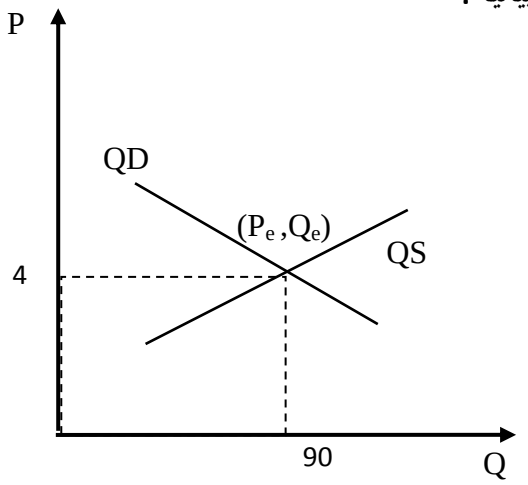
$$QS = 9.(Qs) = 9.\,(-2 + 3P) \Rightarrow QS = -18 + 27P$$

$QD = QS \Rightarrow 890 - 200P = -18 + 27P$

ومنه نجد: $Pe = 4\ um$ و $Qe = 90\ u$ ، بمعنى أن نقطة التوازن هي:

$(Pe = 4u\ ،\ Qe = 90um)$

✓ إيجاد سعر وكمية توازن السوق بيانيا :



02 – إن تدخل الحكومة في السوق بمنح إعانة بقيمة معينة عن كل وحدة مباعة يؤدي إلى إختلاف سعر العرض PS (سعر البيع) عن سعر الطلب PD (سعر الشراء)، بحيث تكون العلاقة التي تربط بينهما هي:

$$PS = PD + S$$

بحيث تعبر S عن قيمة الإعانة الوحدوية الممنوحة من طرف الحكومة في هاته السوق، وعليه نكتب صيغة دالتي الطلب السوقي والعرض السوقي بالشكل:

$$QD = 890 - 200PD$$
$$QS = -18 + 27\ PS$$

كما أن سيؤدي إلى حدوث تغيرات في ظروف العرض وهذا ما يؤدي إلى تغيير يحدث في صيغة دالة العرض السوقي وهذا ما يجعلها تظهر بالشكل الموالي:

حيث بالتعويض عن PS الموجودة في دالة العرض السوقي الأصلية بما يساويها من العلاقة $PS = PD + S$ نجد:

$$QS = -18 + 27\,(PD + S) \Rightarrow QS = -18 + 27\,(PD + 5)$$

$$\Rightarrow QS = -18+27\,(PD+5) \Rightarrow QS = -18+135+27PD$$
$$\Rightarrow QS = 117+27PD$$

حيث نلاحظ في عبارة دالة العرض السوقية الجديدة (بعد إدخال أثر الإعانة الممنوحة) بقاء ميل الدالة ثابتا مقارنة بدالة العرض السوقية الأصلية ولكن يظهر حدوث زيادة للعدد الثابت في الدالة مما يعني أن منحنى دالة العرض سوف ينسحب نحو اليمين (نحو الأسفل) بشكل موازي لمنحنى دالة العرض الأولى مع بقاء منحنى الطلب السوقي على حاله وهذا ما يؤدي بالضرورة إلى حدوث انخفاض في سعر التوازن وارتفاع في كمية التوازن ويمكن التأكد بيانيا من هذا الأمر.

أ- حساب سعر الطلب وسعر العرض ب:

لحساب سعري العرض والطلب التوازنين نطبق نفس قانون التوازن (العرض الكلي يساوي الطلب الكلي) فنجد:

$$QS = QD \Rightarrow 117+27PD = 890-200PD \Rightarrow 773 = 227PD$$
$$\Rightarrow PD = \frac{773}{227} \Rightarrow PD = 3.4052\ um$$

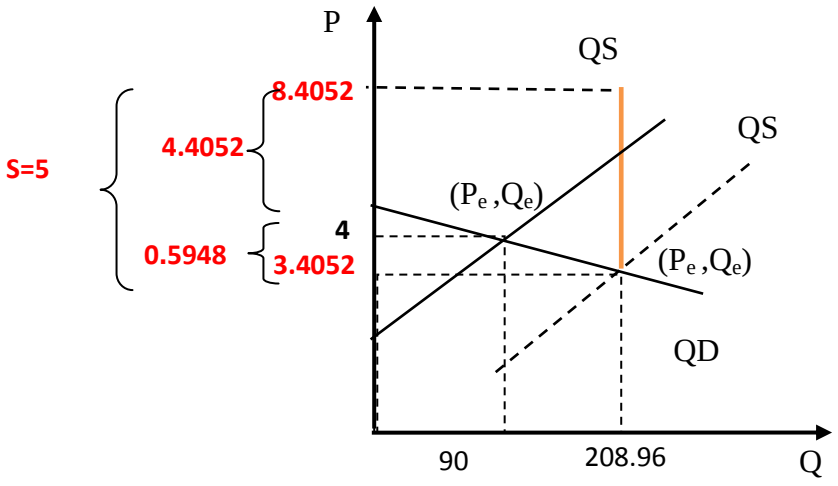
ونحن نعلم أن : $PS = PD + S$ ، ومنه:

$$PS = 3.4 + 5 \Rightarrow PS = 8.4052\ um$$

أما كمية التوازن فيمكن حسابها سواء من دالة الطلب الأصلية أو دالة العرض الجديدة ونجد:

$$Q^* = 890 - 200(3.4052) \Rightarrow Q^* = 208.96\ u$$

ومنه يكون سعر الطلب هو 3.4052 ون وسعر البائع هو 8.4052 ون، بحيث مقارنة بالسعر التوازني الأولي (عدم تدخل الحكومة) فإنه في الوضع الحالي (بعد منح الحكومة لإعانة تقدر بـ 5 ون عن كل وحدة مباعة) أصبح المشتري يدفع 3.4052 ون عند شرائه لوحدة واحدة من السلعة وأصبح البـــائع يقبض 8.4052 ون عند بيعه لكل وحدة واحدة من تلك السلعة.



ب- تحديد مقدار استفادة كل من المشتري والبائع من هذه الإعانة الممنوحة عن كل وحدة واحدة من تلك السلعة :

من الواضح أن البائع أصبح يستلم 4.4 ون إضافية عن كل وحدة يبيعها من السلعة وأصبح المشتري يفقد 0.6 ون عن كل وحدة يشتريها من السلعة مقارنة بالوضع الأول، ومنه نكتب :

نصيب البائع من الاعانة = PS – Pe =8.4052-4=4.4052 *um*

نصيب المشتري من الإعانة = Pe – PD =4-3.4052=0.5948 *um*

وبجمع المقدار أو النصيب الذي استفاد منه البائع مع النصيب الذي استفاد منه المشتري من الإعانة نجد القيمة الكلية للإعانة الوحدوية ، ومنه نكتب :

S= 4.4052 +0.5948 = 5 um

ج– حدد قيمة الإنفاق الإجمالي للمستهلكين (DT_C)، وقيمة الإيراد الإجمالي لبائعي هاته السلعة (RT_P):

$$DT_C = Q^* \times PD = 208.96 \times 3.4052 = 711.55um$$

$$RT_P = Q^* \times PS = 208.96 \times 8.4052 = 1756.35um$$

ج تحدد قيمة تكلفة الحكومة من جراء منح هذه الإعانة ؛

$$CT_G = Q^* \times S = 208.96 \times 5 = 1044.8um$$

$$CT_G = RT_P - DT_C = 1756.35 - 711.55 = 1044.8um$$

-03

أ –حساب سعر وكمية التوازن جبريا : نعادل ما بين دالتي الطلب السوقي والعرض السوقي :

$$20 - 2Q = \ 4 + 2Q$$

ومنه نجد: $Qe = 4\ u$ و $Pe = 12\ um$ ، بمعنى أن نقطة التوازن هي: ($Pe = 12um$ ، $Qe = 4u$)

ب – حساب فائض المنتج :

✓ جبريا :

$$Sp = Pe \times Qe - \int_0^{Qe} F(Q_S)d(Q)$$

$$Sp = 12 \times 4 - \int_0^{4} (4 + 2Q)d(Q)$$

$$Sp = 48 - [4Q + Q^2] = 48 - [4(4) + 4^2 - 0]$$

$$Sp = 16$$

بيانيا : كما يمكن حسابه بيانيا عن طريق حساب مساحة المثلث السفلي ABC كما هو موضح في الشكل أدناه :

$$Sp = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{4.(12-4)}{2} = 16$$

فائض المستهلك :

✓ جبريا

$$SC = \int_0^{Qe} F(QD)d(Q) - Pe \times Qe$$

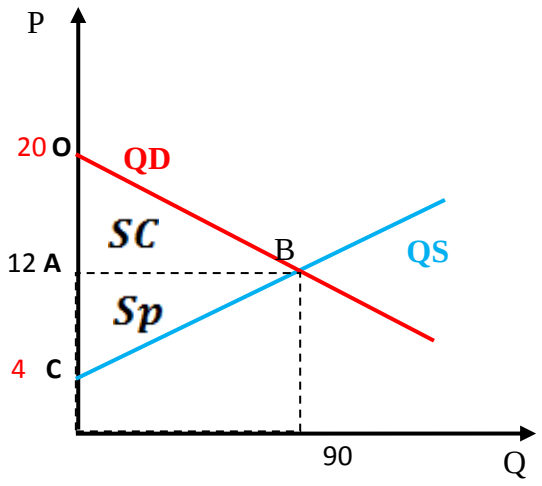
$$SC = \int_0^{Qe} F(20 - 2Q)d(Q) - (12 \times 4)$$

$$SC = [20Q - Q^2] - 48 = [20(4) - (4)^2 - 0]$$

$$SC = 16$$

✓ بيانيا : كما يمكن حسابه بيانيا عن طريق حساب مساحة المثلث السفلي OAB كما هو موضح في الشكل أدناه :

$$SC = \frac{1}{2} AB \times Ao = \frac{4.(20-12)}{2} = 16$$



المحاضرة السادسة عشر : تحليل سلوك المنتج (الإنتاج) في الفترة القصيرة .

عناصر المحاضرة:

– تحليل سلوك المنتج في الفترة القصيرة .

– تمارين تدريبية مع الحلول .

تمهيد :

يعد الإنتاج النشاط الأساسي للاقتصاد ، فهو عملية خلق المنافع التي تشبع الاحتياجات البشرية من السلع والخدمات أو زيادتها ، ويتم ذلك باستخدام عناصر الإنتاج في العملية الإنتاجية من أجل إنتاج السلع والخدمات النهائية . فالإنتاج يمثل المحدد الرئيسي للعرض ، من خلال وضع السلع والخدمات في متناول المستهلكين أو من يقوم باستخدامها مرة ثانية ، والمنتج العقلاني يسعى إلى تحقيق أقصى ربح ممكن في حدود إمكانياته المتاحة المتمثل في الميزانية وأسعار عوامل الإنتاج السائدة في السوق ، ويتحقق ذلك إما بتعظيم الإنتاج تحت قيد التكلفة (الميزانية)من جهة أو بتدنية التكاليف تحت قيد حجم الإنتاج ، أي الوصول إلى توازن المنتج . وسنقوم من خلال هذا الفصل بتحليل دالة الإنتاج في المدى القصير ودالة الإنتاج في المدى الطويل وتحديد توازن المنتج مع الإشارة إلى كل المفاهيم والمصطلحات ذات العلاقة بتحليل سلوك المنتج ، مع تدعيم كل عنصر بأمثلة تطبيقية حسابية تسهل على الطالب الفهم .

أولا– مفهوم الإنتاج : يقصد بالإنتاج عملية إعداد ومواءمة الموارد المتاحة لإشباع الرغبات البشرية وذلك بتغيير نوعيتها المادية والكيميائية أو الحيوية لتحويلها إلى الصورة التي تحقق الإشباع [1].

كما أن الانتاج هو عملية خلق المنفعة بتغيير الكثير من العناصر كالزمن من خلال تخزين السلع وعرضها في فترة ندرتها ، تغيير المكان ، الشكل وحتى الحيازة . فالإنتاج هو عملية خلق منفعة أو إضافتها لمنفعة سابقة من خلال عوامل الإنتاج (العمل، رأس المال، التنظيم، الأرض). والهدف الذي يسعى إلى تحقيقه المنتجون من القيام بالعمليات الإنتاجية

[1] طويطي مصطفى ، **محاضرات في الإقتصاد الجزئي**، مرجع سبق ذكره ، ص 128.

هو تحقيق أقصى قدر ممكن من الأرباح ، والعملية الإنتاجية لا تتم بطريقة عشوائية ، إنما تتم من خلال تنفيذ خطة معينة يتم التعبير عنها بما يطلق عليها دالة الإنتاج[1].

ثانيا– دالة الإنتاج :إن تحليل عملية الإنتاج هو تحويل المواد الأولية و الوسيطية إلى منتجات نهائية عن طريق عناصر الإنتاج ، بمعنى تحويل المدخلات إلى مخرجات ، يمكن اعتبار دالة الإنتاج كعلاقة تقنية بين المدخلات (عناصر الإنتاج) والمخرجات (الناتج) [2]، وتعرف دالة الإنتاج كمنحنى (جدول أو معادلة رياضية) تشير إلى المستوى الأعظم من الإنتاج الذي يمكن الحصول عليه باستعمال عناصر إنتاج معينة ، وتأخذ دالة الإنتاج الصيغة التالية :

$Q=f(L,K,T,T,\ldots)$ أو $PT=f(L,K,T,T,\ldots)$.

حيث :

PTأو Q : كمية الإنتاج الكلي أو الناتج الكلي .

L: العمل .

K: رأس المال .

T: الأراضي .

T: التكنولوجيا .

و كل هذه العناصر تمثل عوامل الإنتاج أو المدخلات .

ثالثا– أنواع دوال الإنتاج : يمكن التمييز بين نوعين من دوال الإنتاج :

- ✓ دالة الإنتاج في الفترة القصيرة (المدى القصير)
- ✓ دالة الإنتاج في الفترة الطويلة (المدى الطويل).

يكمن الفرق الجوهري بين المدى القصير والمدى الطويل فيما يلي :

[1] السيد محمد أحمد السريتي ، علي عبد الوهاب نجا، مرجع سبق ذكره ص 251.

[2] البشير عبد الكريم ، الإقتصاد الجزئي، مرجع سبق ذكره ، ص 144.

- **المدى القصير** : هي الفترة التي لا يمكن للمؤسسة خلالها تعديل أو تغيير عوامل إنتاجها (المدخلات) إلا جزئيا في حالة تغير الوضعية (محيط أو بيئة المؤسسة) ، وبالتالي خلال هذه الفترة سنفترض أن أحد عوامل الإنتاج ثابت على الأقل ، في حين بعض عناصر الإنتاج الأخرى متغيرة ، أي في الفترة القصيرة نلاحظ وجود عناصر إنتاج ثابتة وأخرى متغيرة .
- **المدى الطويل** : هي الفترة التي تستطيع من خلالها المؤسسة تغيير جميع عناصر الإنتاج (أي جميع عناصر الإنتاج المستخدمة متغيرة ولا توجد عناصر ثابتة) .

1 **دالة الإنتاج في المدى القصير** : في النموذج المبسط لدالة الإنتاج أين تستخدم العملية الإنتاجية عاملين فقط هما العمل ورأس المال ، وينطلق تحليل دالة الإنتاج في المدى القصير من فرضية وجود عنصر إنتاج متغير وحيد هو العمل ووجود عنصر ثابت هو رأس المال ، كما يفترض استخدام عناصر الإنتاج بعدة نسب لإنتاج السلعة المعينة ، بمعنى إمكانية إحلال عنصر العمل محل عنصر رأس المال وذلك بإضافة أو تغيير عدد العمال من حين لآخر لكن لا يستطيع زيادة حجم رأسماله، وبالتالي تكون دالة الإنتاج تابعة لعنصر واحد متغير وهو العمل ، وعنصر رأس المال ثابت .

$$PT = f(K, L) \rightarrow Q = f(L) \text{ أو } PT = f(L) \text{ أو } Q = f(K, L)$$

2 **قانون تناقص الغلة (قانون الإنتاجية الحدية المتناقصة)**: ينص قانون تناقص الغلة على أن الإنتاج يتزايد بمعدل متزايد في المراحل الأولى من العملية الإنتاجية ، وبعد مستوى معين من توظيف عنصر الإنتاج المتغير يبدأ الإنتاج في التزايد بمعدل متناقص ، وذلك حتى مستوى التوظيف الأمثل لمختلف عناصر الإنتاج الثابتة والمتغيرة أين يتحقق مستوى الإنتاج الأمثل ،أو بمعنى آخر في حالة المزج بين عنصر الإنتاج الثابت والمتغير ، فإن إنتاجية العنصر المتغير (العمل) تتزايد في البداية إلى أن تصل أقصاها وهي المرحلة التي يتزايد فيها الناتج الكلي بمعدلات متزايدة ، ومع تناقص الإنتاجية الحدية يتزايد الناتج الكلي بمعدلات متناقصة إلى أن يصل أقصاها ثم ينخفض بعدها ،ويبدأ مفعول قانون تناقص الغلة عندما يزداد الإنتاج الكلي بمعدلات متناقصة .وحتى يتحقق قانون تناقص الغلة لابد من توفر الشروط التالية [1]:

–إن التحليل يكون خلال الفترة القصيرة وليس الفترة الطويلة .

–أن يكون أحد عوامل الإنتاج ثابتا .

[1] طروبيا نذير ،**محاضرات في الإقتصاد الجزئي**، جامعة أدرار، 2020/2019، ص ص 2،3.

–أن تكون الإنتاجية الحدية لعنصر الإنتاج المتغير متناقصة و موجبة .

–أن تكون الوحدات المضافة من العنصر المتغير متجانسة ومتساوية .

أ –**الإنتاج الكلي للعمل** (TP_L أو PT_L) :هو عبارة عن الكمية الكلية المنتجة من السلعة نتيجة استخدام كميات مختلفة من العنصر المتغير (العمل L) عند مستوى معين من العنصر الإنتاجـــــي الثابت (رأس المال K) .

ب – **الإنتاجية المتوسطة للعمل** (PM_L) :تصف لنا بدلالة العنصر المتغير العمل ، المساهمة المتوسطة في الإنتاج من طرف العنصر المتغير ، أي نسبة الإنتاج الكلي إلى كمية العمل المستخدمة أو بمعنى آخر إنتاجية وحدة العمل الواحدة وتحسب كما يلي : . $PM_L = \frac{PT_L}{L}$ أو $PM_L = \frac{Q}{L}$

ج– **الإنتاجية المتوسطة للعمل** (Pm_L) :تصف لنا بدلالة العنصر المتغير العمل تطور نسبة تغير الإنتاج إلى تغير كمية العنصر المتغير أو بمعنى آخر هي عبارة عن إنتاجية آخر وحدة مستخدمة (مقدار الناتج الإضافي نتيجة تشغيل عامل إضافي) وتحسب كما يلي :

✓ **حالة البيانات المتقطعة :**

$$\mathrm{Pm_L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \text{ أو } Pm_L = \frac{\Delta PT_L}{\Delta L} \rightarrow PT_L = \sum_{i=1}^{n}(PmL)$$

✓ **حالة البيانات المستمرة :**

$$\mathrm{Pm_L} = \frac{\delta Q}{\delta L} \text{ أو } Pm_L = \frac{\delta PT_L}{\delta L} \rightarrow PT_L = \int (PmL)\,dL$$

3 دراسة العلاقة بين منحنيات الإنتاج في المدى القصير :

مثال رقم 01 : ليكن لدينا الجدول التالي الذي يبين مستوى الانتاج المقابل لمستوى العمالة المناسب (العنصر المتغير L) و عنصر الإنتاج الثابت (رأس المال K) .

Q	00	10	30	60	80	95	108	112	112	108	100
L	00	1	2	3	4	5	6	7	8	9	**10**
K	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	**4**

المطلوب :

01 – احسب الانتاجية الحدية للعمل (PmL) و الانتاجية المتوسطة للعمل (PML) .

02 – مثل بيانيا منحنيات الانتاج في المدى القصير في نفس المعلم المتعامد .

03 – حدد مراحل الانتاج بيانيا في المدى القصير ، ثم وضح خصائص كل مرحلة ومجال المنطقة المثلى للانتاج .

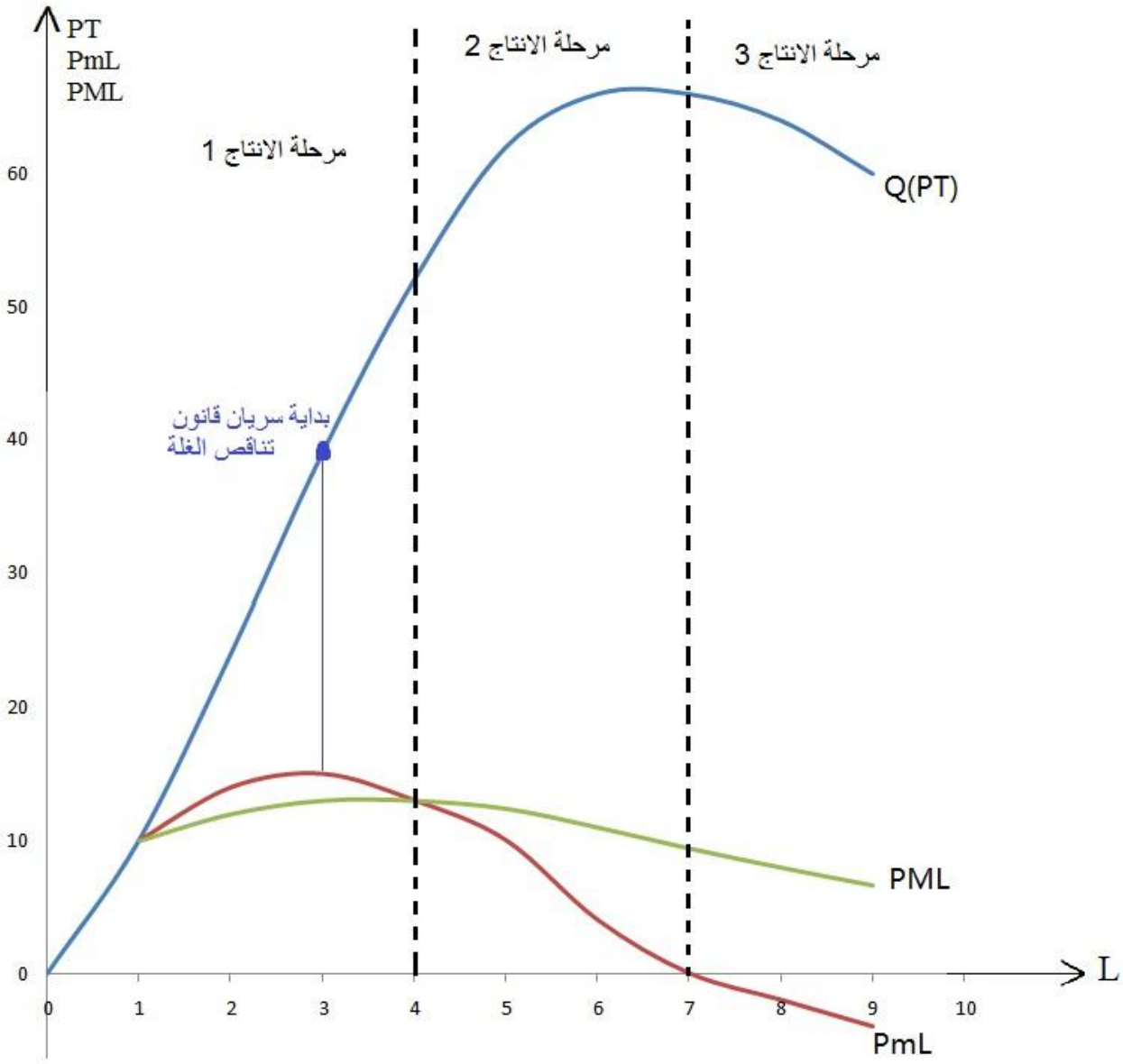
04 – حدد نقطة بداية سريان قانون تناقص الغلة و مستوى العمل الذي يعظم حجم الانتاج .

الحل :

1 حساب الانتاجية الحدية للعمل (PmL) و الانتاجية المتوسطة للعمل (PML):

Q	00	10	30	60	80	95	108	112	112	108	100
L	00	1	2	3	4	5	6	7	8	9	**10**
PmL	/	10	20	30	20	15	13	4	0	-4	**-8**
PML	/	10	15	20	20	19	18	16	14	12	**10**

2 التمثيل البياني لمنحنيات الانتاج في المدى القصير في نفس المعلم المتعامد:



3 **مراحل الإنتاج** : يمكن التمييز بين ثلاث مراحل بناءا على العلاقة الموجودة بين الناتج الحدي والناتج المتوسط لعنصر العمل وتعطى كل مرحلة كما يلي :

✓ المرحلة الأولى : رياضيا تكون في المجال :

$$L \in \left[0, \frac{\delta PML}{\delta L} = 0\right] \text{ أو } L \in [0, PML = PmL] \rightarrow L \in [0,4]$$

تمتد هذه المرحلة من الصفر إلى النقطة التي يكون فيها الناتج المتوسط في أقصاه ، في هذه المرحلة يكون الإنتاج الكلي متزايد بمعدل متزايد إلى غاية أن تصبح الإنتاجية الحدية في أعظم قيمة لها $\left(\frac{\delta PmL}{\delta L} = 0\right)$ ،

ثم بعدها يبدأ الإنتاج في التزايد بمعدل متناقص ، عندها تبدأ الإنتاجية الحدية في التناقص أي بداية سريان قانون تناقص الغلة . في نهاية هذه المرحلة يقطع منحنى الإنتاجية الحدية منحنى الإنتاجية المتوسطة في أعلى قيمة لها $(\frac{\delta PML}{\delta L} = 0)$ ومن خصائص هذه المرحلة :

- إنتاج حدي للعمل موجب ، بمعنى إنتاج كلي متزايد بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير (العمل) .
- إنتاج متوسط للعمل متزايد ، يعني فعالية متزايدة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير .

✓ المرحلة الثانية : رياضيا تكون في المجال :

$$L \in [PML = PmL, PmL = 0] \rightarrow L \in [PML = PmL, PmL = 0]$$

أو $L \in [4,8]$

وهي مرحلة الإنتاج الأمثل تتراوح بين القيمة العظمى للناتج المتوسط لعنصر العمل والنقطة التي ينعدم عندها الناتج الحدي للعمل، في هذه المرحلة يواصل الإنتاج الكلي الزيادة بمعدل متناقص ، الناتج الحدي يتناقص حتى ينعدم ويوافق أعظم إنتاج كلي كما أن الناتج المتوسط يتناقص أيضا .في هذه المرحلة كلما أضفنا عامل إضافي يزيد الإنتاج الكلي بمعدل أقل من معدل الزيادة الذي أحدثه العامل السابق .

✓ المرحلة الثالثة : رياضيا تكون في المجال :

$$L \in [PmL = 0, +\infty] \text{ أو } \rightarrow L \in [4, +\infty]$$

في هذه المرحلة الإنتاج الكلي يبدأ في التناقص ، كما أن الإنتاجية الحدية للعمل تأخذ قيم سالبة ، فعند إضافة عمال بعد الإنتاج الأمثل يبدأ الإنتاج بالتناقص أي زيادة عدد العمال لا تضيف شيئا للإنتاج الكلي.

مثال رقم 02: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $Q = 10KL^2 - KL^3$

المطلوب :

1 إذا كان $k = 1$ ، *اوجد الصيغة الرياضية لدالة الإنتاج الكلي للعمل* (PT_L)

2 *ما هي كمية العمل التي تضمن أقصى إنتاج كلي.*

3 *انطلاقا من أي قيمة يزداد الإنتاج الكلي بمعدل متناقص ؟*

4 *حدد مناطق الإنتاج الثلاث .*

الحل النموذجي :

1 صيغة دالة الإنتاج الكلي للعمل (PT_L): $k = 1 \rightarrow PT_L = 10L^2 - L^3$

2 كمية العمل التي تضمن أقصى إنتاج كلي :يكون الإنتاج الكلي في أقصاه عند : $PmL = 0$

$$Pm_L = \frac{\delta PT_L}{\delta L} \rightarrow PmL = 20L - 3L^2$$

$$Pm_L = 0 \rightarrow 20L - 3L^2 = 0 \rightarrow L(20 - 3L) = 0 \rightarrow \begin{cases} L = 0 \text{ مرفوض} \\ ou\ L = \frac{20}{3} \end{cases}$$

يكون الإنتاج الكلي في أقصاه عند : $L = \frac{20}{3}$

3 يزداد الإنتاج الكلي بمعدل متناقص عندما يكون الناتج الحدي لعنصر العمل في أقصاه: $\frac{\delta Pm_L}{\delta L} = 0$

$$\frac{\delta PmL}{\delta L} = 0 \rightarrow 20 - 6L = 0 \rightarrow L = \frac{20}{6}$$

4 تحديد مناطق الإنتاج الثلاث:

✓ المنطقة الأولى : تمتد من 0 إلى غاية نقطة تقاطع الناتج الحدي والناتج المتوسط (أقصى قيمة للناتج المتوسط)

$$L \in \left[0, \frac{\delta PML}{\delta L} = 0\right] :$$

$$PML = \frac{PTL}{L} = 10L - L^2 \rightarrow \frac{\delta PML}{\delta L} = 0 \rightarrow 10 - 2L = 0 \rightarrow L = 5$$

$$\rightarrow\ L \in [0,5]$$

المنطقة الثانية (المنطقة المثلى للإنتاج) :تمتد من القيمة العظمى للناتج المتوسط لعنصر العمل حتى نقطة انعدام الناتج الحدي لعنصر العمل: $L \in \left[\frac{\delta PML}{\delta L}, PmL = 0\right] \rightarrow L \in \left[5, \frac{20}{3}\right]$

✓ المنطقة الثالثة : تمتد من نقطة انعدام الناتج الحدي لعنصر العمل إلى ما لانهاية :

$$L \in [PmL = 0, +\infty] \rightarrow L \in \left[\frac{20}{3}, +\infty\right]$$

مثال رقم 03:

دالة الانتاجيـة الحدية لمؤسسـة ما معطـاة بالعلاقـة التاليـة: . $PmL = -0.6\,L^2 + 6L$

المطلوب :

- 01 – حدد الصيغة الرياضية لدالتي الانتاج الكلي (PTL) والانتاج المتوسط لعنصر العمل (PML) .
- 02 – حدد وحدة العمل التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة ؟
- 03 – حدد مجال المنطقة الاقتصادية المثلى للانتاج ؟

04 – إذا كان الطلب المتوقع لهذه المؤسسة يقدر بـ 150 وحدة . هل باستطاعة المؤسسة تلبية هذا الطلب ؟ وما هي الاجراءات المتخذة إذا كان انتاجها غير كافي لتلبية هذا الطلب ؟

الحل النموذجي :

01 – تحديد دالتي الانتاج الكلي (PTL) والانتاج المتوسط لعنصر العمل (PML) :

$$Pm_L = \frac{\delta PT_L}{\delta L} \rightarrow PT_L = \int (PmL)dL \rightarrow PTL = -0.2L^3 + 3L^2$$

$$PM_L = \frac{PT_L}{L} \rightarrow PM_L = -0.2L^2 + 3L$$

02 – وحدة العمل التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة: يبدأ سريان قانون تناقص الغلة *عندما* يكون *الناتج الحدي لعنصر العمل في أقصاه:* $\frac{\delta PmL}{\delta L} = 0 \rightarrow -1.2L + 6 = 0 \rightarrow L = 5$

03 – تحديد مجال المنطقة الاقتصادية المثلى للانتاج: و تمتد من القيمة العظمى للناتج المتوسط لعنصر العمل حتى نقطة انعدام الناتج الحدي لعنصر العمل $L \in \left[\frac{\delta PML}{\delta L}, PmL = 0\right]$

$$\frac{\delta PML}{\delta L} = 0 \rightarrow -0.4L + 3 = 0 \rightarrow L = 7.5$$

$$PmL = 0 \rightarrow -0.6L^2 + 6L = 0 \rightarrow L(-0.6L + 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} L = 0 \text{ مرفوض} \\ ou\ L = 10 \end{cases}$$

وبالتالي *تمتد المنطقة الاقتصادية المثلى للإنتاج ضمن المجال* $L \in [7.5,10]$

04 – إذا كان الطلب المتوقع لهذه المؤسسة يقدر بـ 150 وحدة:

تصل المؤسسة إلى أعظم أو أمثل إنتاج عند انعدام الناتج الحدي أي عند $L = 10$، وبالتالي يقدر الناتج الكلي بـ 100 وحدة $(PTL = -0.2(10)^3 + 3(10)^2 = 100u)$ ، وبالتالي المؤسسة لا تستطيع تلبية الطلب ، ولتلبية هذا الطلب يجب على المؤسسة تعديل الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت (بمعنى أنها ستتحول إلى الفترة الطويلة) .

تمارين تدريبية :

التمرين الأول : الجدول التالي يظهر استخدامات مؤسسة لعنصري الإنتاج العمل و رأس المال و إنتاجية وحدة العمل الواحدة (الإنتاجية المتوسطة للعمل) :

L (العمل)	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
k (رأس المال)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	**10**
PML (الانتاج المتوسط للعمل)	00	10	15	20	20	19	18	16	14	12	**10**

المطلوب:

01 – ارسم منحنيات الانتاج في المدى القصير . وبين العلاقة فيما بينها .

02 – ما هي كمية العمل L التي يتحقق عندها الانتاج الأمثل ؟

03 – هل يتضاعف الانتاج الكلي لو ضاعفت المؤسسة كمية العمل L عند مستوى الانتاج الامثل ؟

التمرين الثاني : بافتراض أن العملية الإنتاجية تستخدم عنصري العمل ورأس المال ، فقد كانت دالة الإنتاج كالتالي :

$$Q = 3L^2\mathrm{k} - \frac{1}{3}\mathrm{K}L^3 - 5kl$$

فإذا كان رأس المال $k = 1$ ، المطلوب :

01 – حدد الصيغة الرياضية لدالتي الانتاج الكلي (PTL) والانتاج المتوسط لعنصر العمل (PML) ، والإنتاج الحدي لعنصر العمل (PmL)؟

02 – حدد وحدة العمل التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة ؟

03 – ما هو حجم العمال الأمثل لتعظيم الإنتاج ؟

04 – حدد مجال المنطقة المثلى للانتاج ؟

المحاضرة السابعة عشر :تحليل سلوك المنتج (الإنتاج) في الفترة الطويلة .

عناصر المحاضرة:

- **تحليل سلوك المنتج في الفترة الطويلة.**
- **منحنيات الناتج المتساوي.**
- **المعدل الحدي للإحلال.**
- **منحنى التكاليف المتساوية وقيد الميزانية .**
- **توازن المنتج .**
- **مسار التوسع الإنتاجي (المسار الأمثل للتطور).**
- **مرونات الانتاج .**
- **غلة الحجم .**
- **دالة الإنتاج كوب دوغلاس .**
- **تمارين تدريبية مع الحلول .**

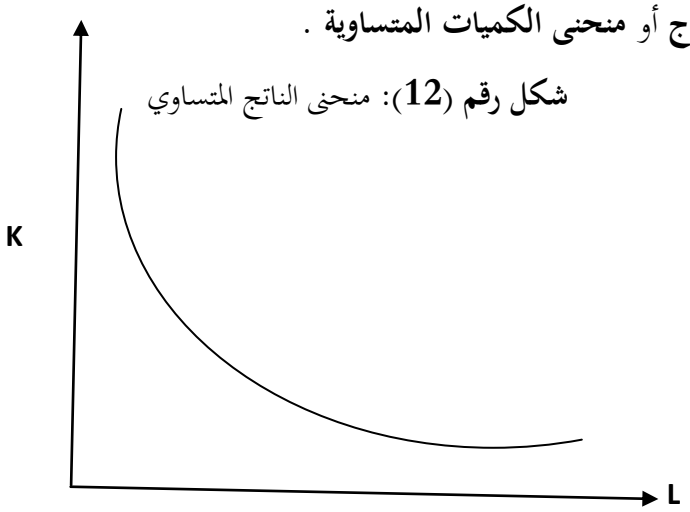
أولا– تحليل سلوك المنتج في الفترة الطويلة :

1 –**دالة الإنتاج في المدى الطويل** : التحليل السابق ينطبق على الفترة القصيرة، لأنه لا يمكن تغيير جميع عوامل الإنتاج ، وإنما يمكن تغيير بعضها كالعمل وعليه يظهر قانون تناقص الغلة أما في الفترة الطويلة فيمكن تغيير جميع عوامل الإنتاج ونستفيد من غلة الحجم [1] ، ودالة الإنتاج في المدى الطويل تكون من الشكل : $PT = f(K, L)$ أو $Q = f(K, L)$ ، أي أن الإنتاج يتحدد من تفاعل عنصري الإنتاج معا (العمل ورأس المال) وليس عنصر واحد فقط ، ويحاول المنتج البحث عن التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج لتحقيق أقصى إنتاج أو أعظم ربح .

[1] كساب علي، **النظرية الإقتصادية (التحليل الجزئي)**، مرجع سبق ذكره ص 273.

2 **منحنى الناتج المتساوي** : يعرف منحنى الناتج المتساوي بأنه المنحنى الذي يوضح التشكيلات المختلفة من مزج عناصر الإنتاج (العمل L) و (رأس المال K) التي تنتج نفس حجم الإنتاج Q [1] ، وتسمى أيضا **منحنيات سواء الإنتاج** أو **منحنى الكميات المتساوية** .

شكل رقم (12): منحنى الناتج المتساوي



أ –**خصائص منحنيات الناتج المتساوي** : بصفة عامة نلاحظ أن منحنيات الناتج المتساوي لها نفس الخصائص العامة لمنحنيات السواء فهي تتميز بالآتي [2]:

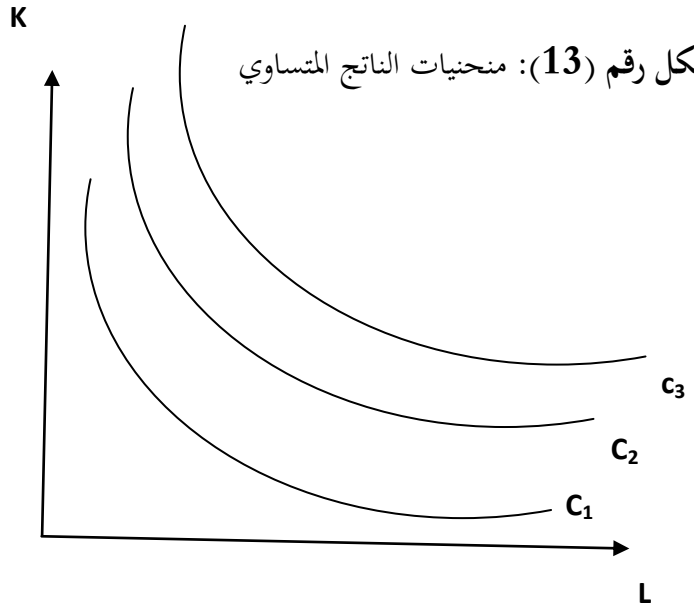
- ✓ هناك عدد لا نهائي من منحنيات الناتج المتساوي ، وكلما ابتعدنا عن نقطة الأصل كلما كان مستوى الإنتاج أكبر .
- ✓ منحنيات الناتج المتساوي لا يمكن أن تتقاطع .
- ✓ منحنيات الناتج المتساوي محدبة اتجاه نقطة الأصل .
- ✓ إن القابلية على إحلال عنصر إنتاج محل الآخر يعني أن منحنى الناتج المتساوي سالب الميل أي أن زيادة أحد عناصر الإنتاج تعني التقليل من العنصر الآخر ويطلق على ميل منحنى الناتج المتساوي المعدل الحدي للإحلال التقني للعمل محل رأس المال في الإنتاج ، وهو يقيس مقدار رأس المال الذي تتخلى عنه المؤسسة لزيادة مقدار العمل بوحدة واحدة و للاستمرار على نفس منحنى الناتج المتساوي .

[1] منى محمد علي الطائي، **الإقتصاد الجزئي بين الأمثلة النظرية والديناميكية والواقعية**، دار مجدلاوي، عمان، ط1، 2015،ص 296.

[2] محمد جصاص ، مطبوعة بعنوان : **تطبيقات محلولة في الاقتصاد الجزئي 1**، جامعة قسنطينة 2، 2023/2022، ص 92 بتصرف.

ب – **خريطة منحنيات الناتج المتساوي** : هي مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي كما هو موضح في الشكل أدناه :

شكل رقم (13): منحنيات الناتج المتساوي



3 **المعدل الحدي للإحلال التقني (الفني)** $TMST$: يعرف المعدل الحدي للإحلال التقني بأنه عدد الوحدات من أحد عناصر الإنتاج (رأس المال) التي يكون المنتج مستعد للتخلي عنها مقابل الحصول على وحدة واحدة من العنصر الإنتاجي الآخر (العمل) ، للحصول على نفس مستوى الإنتاج ، والمعدل الحدي للإحلال هو نفسه ميل منحنى الناتج ، حيث يقل كلما انتقلنا من أعلى المنحنى إلى أسفله ، كلما اتجه المنتج إلى إحلال عنصر العمل محل رأس المال ، حيث تقل نسبة الإنتاجية الحدية للعمل إلى الإنتاجية الحدية لرأس المال ،كلما زادت الكمية المستخدمة من عنصر العمل وقلت الكمية المستخدمة من رأس المال ، ويحسب بالعلاقة التالية :

✓ **حالة البيانات المتقطعة** : $TMST_{l,k} = \frac{\Delta k}{\Delta L}$

✓ **حالة البيانات المستمرة**: $TMST_{l,k} = \frac{\delta K}{\delta L} = \frac{-PmL}{PmK}$

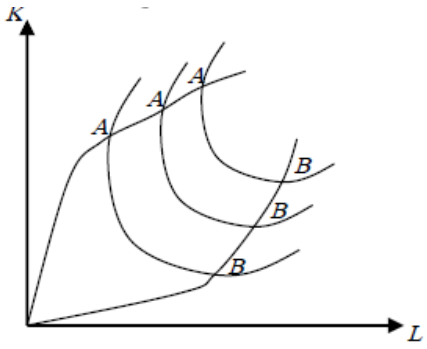
ملاحظة : $TMST$ هو ميل منحنى الناتج المتساوي فقيمته تكون سالبة وعليه عند تفسيره نأخذ قيمته بالقيمة المطلقة.

مثال : احسب المعدل الحدي للإحلال التقني للنقاط التالية :

التوليفة	L	K	$TMST_{l,k}$
A	3	45	/
B	4	40	**–5**
C	5	36	**–4**
D	6	33	**–3**
E	7	31	**–2**
F	8	30	**–1**

- **منطقة الإنتاج الإقتصادي** :إن منحنيات الناتج المتساوي تكون محدبة اتجاه نقطة الأصل وذلك في منطقة الإحلال الممكن ، وهذه الخاصية في ظل افتراض أنه و إن كانت عوامل الإنتاج يمكن إحلالها محل بعضها البعض ، إلا أنها لا تعد بدائل تامة لبعضها البعض ، وبالتالي يكون هناك حدود لعملية الإحلال فيما بين عاملي الإنتاج ، ووفقا لهذا فإن أفضل جزء من منحنى الناتج المتساوي يتم فيه الإنتاج يكون سالب الميل ومحدب اتجاه نقطة الأصل حيث يكون هناك إحلال فيما بين عاملي الإنتاج وتكون إنتاجية عاملي الإنتاج موجبة ويتحقق ذلك في منطقة الإحلال الممكن وهي المنطقة المحصورة بين (A,B) على منحنى الناتج المتساوي . وتسمى هذه المنطقة بمنطقة الإنتاج الإقتصادي أو الرشد الإقتصادي [1].

شكل رقم (14): منطقة الانتاج الاقتصادي .



4 **خط التكاليف المتساوية** :يعبر خط التكلفة المتساوي عن إمكانيات المنتج ، أي هو المحل الهندسي بين مختلف التوليفات من عنصري الإنتاج (العمل و رأس المال) التي يكون بإمكان المؤسسة شراؤها أو تأجيرها والمستنفذة لميزانية الإنتاج (توافق الميزانية المخصصة للعملية الإنتاجية) ويعبر عن خط التكاليف المتساوية بالمعادلة التالية : $CT = LP_L + KP_K \rightarrow K = \frac{CT}{P_K} - \frac{P_L}{P_K}L$، حيث :

[1] طروبيا نذير ، **محاضرات في الإقتصاد الجزئي 2**، كلية العلوم الاقتصادية ،التجارية وعلوم التسيير ، جامعة أدرار،الجزائر،2020/2019.

CT : تعبر عن التكلفة الكلية أو ميزانية الإنتاج .

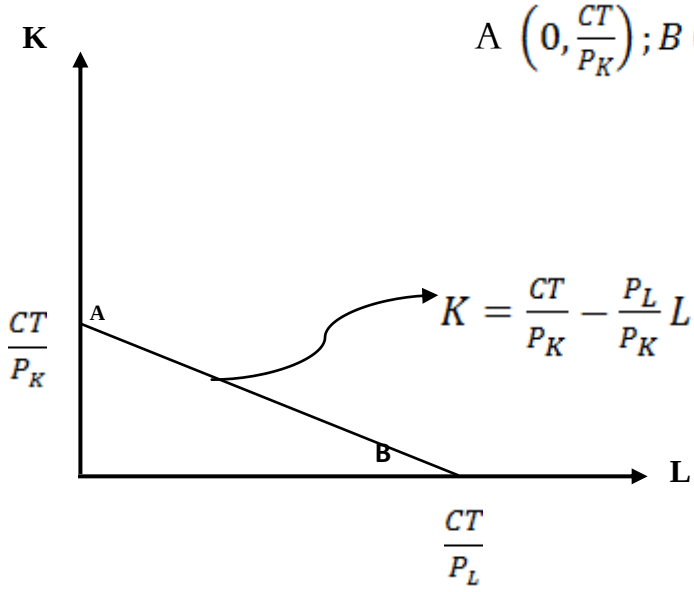
$P_L . P_K$: هي تكلفة استخدام الوحدة من رأس المال والعمل L, K على التوالي .

L, K : يمثلان على التوالي رأس المال والعمل L, K.

$-\frac{P_L}{P_K}$: ميل خط التكلفة المتساوي .

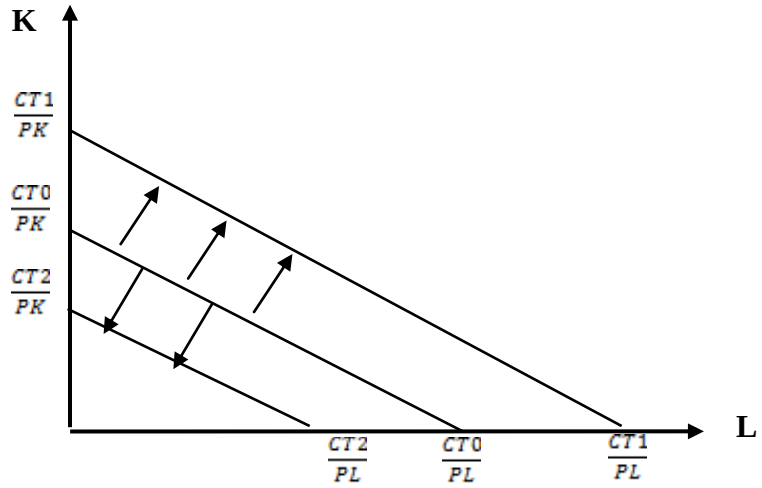
أ –**تمثيل خط التكاليف المتساوية** : إذا قرر المنتج انفاق كامل الميزانية على شراء عنصر رأس المال ، فيستطيع شراء ما مقداره : $L = 0 \rightarrow CT = KP_K \rightarrow K = \frac{CT}{P_K}$، و إذا قرر المنتج انفاق كامل الميزانية على شراء عنصر العمل، فيستطيع شراء ما مقداره: $K = 0 \rightarrow CT = LP_L \rightarrow L = \frac{CT}{P_L}$

ثم نقوم بتمثيل خط التكلفة المتساوي انطلاقا من النقطتين A و B حيث : $A\left(0, \frac{CT}{P_K}\right); B\left(\frac{CT}{P_L}, 0\right)$

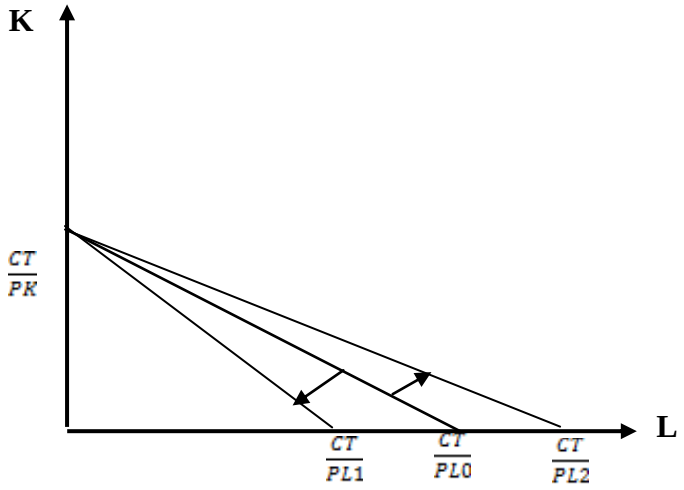


ب – **تغيرات خط التكاليف المتساوية** : يتغير وضع خط التكاليف المتساوية نتيجة التغير في حجم الموارد المخصصة للإنفاق (الميزانية) على عوامل الإنتاج أو التغير في أسعار أحد عوامل الإنتاج (العمل أو رأس المال).

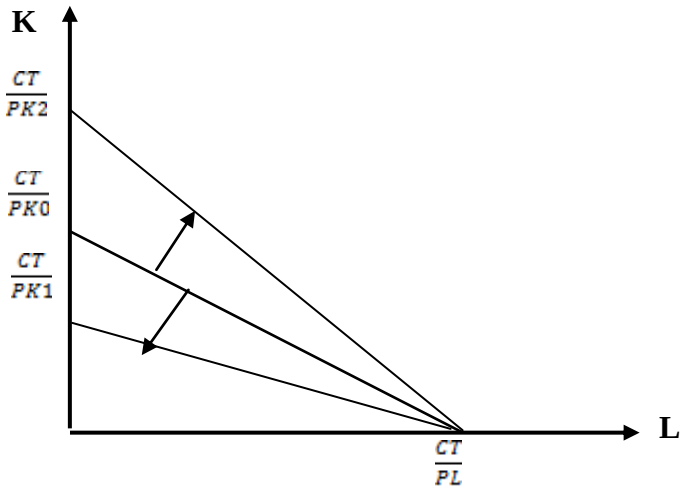
✓ **التغير في الميزانية (التكلفة الكلية)** : إن الزيادة في حجم الموارد المخصصة للإنفاق على عوامل الإنتاج في حين تبقى أسعار هذه العوامل ثابتة يؤدي إلى رفع خط التكلفة المتساوي إلى الأعلى باتجاه اليمين وبشكل موازي لوضعه السابق (الأول قبل تغير الميزانية)، بينما ينخفض خط التكاليف المتساوية بالتوازي مع وضعه السابق في حالة انخفاض حجم الموارد المخصصة للإنفاق على عوامل الإنتاج .



✓ **التغير في سعر العمل** :زيادة سعر العمل L مع بقاء سعر رأس المال K ثابت يؤدي إلى دوران خط التكلفة المتساوي من ناحية العمل اتجاه نقطة الأصل و في اتجاه دوران عقارب الساعة والعكس صحيح في حال انخفاض سعره .



✓ **التغير في سعر رأس المال K**: زيادة سعر رأس المال K مع بقاء سعر العمل L ثابت يؤدي إلى دوران خط الميزانية من ناحية رأس المال في الاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة والعكس صحيح في حال انخفاض سعره .



5 توازن المنتج (السلوك الأمثل أو الرشيد):

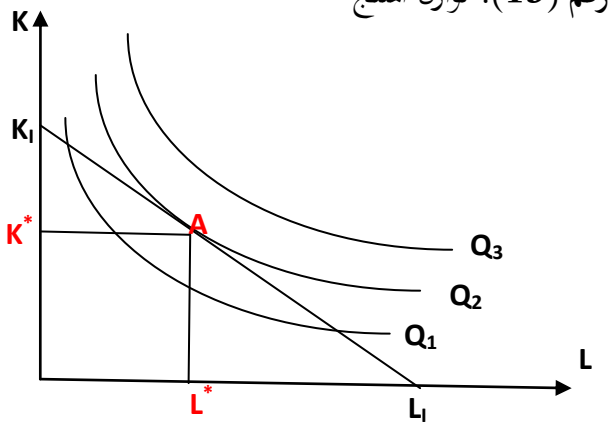
إن هدف المنتج يكون إما بتعظيم الإنتاج أو تدنية التكاليف ، يختار المنتج الإستراتيجية الأولى عندما يكون مقيدا بالميزانية المخصصة للإنفاق ، ويختار الإستراتيجية الثانية عندما يكون مقيدا بالإنتاج ، أي لا يمكنه بيع كمية من المنتوج تكون أكبر من مستوى معين ، فمثلا إذا كان البيع بالطلبيات فلا يمكن له إنتاج كمية تفوق هذه الطلبيات [1]. وبما أن المنتج يسعى إلى الوصول إلى التوليفة المثلى من عناصر الإنتاج العمل ورأس المال (K, L) التي تسمح له بتحقيق أقصى مستوى إنتاج و بأقل تكلفة ممكنة ، ويمكن تحقيق ذلك بالإعتماد على الطرق التالية :

أ –**الطريقة الهندسية** : من الرسم فإن نقطة توازن المنتج هي نقطة تماس خط التكلفة المتساوي مع أعلى منحنى ناتج ممكن (Q_2) وعليه تكون التوليفة $A(L^*, K^*)$ هي التوليفة المثلى التي تحقق توازن المنتج ، حيث تحقق له أكبر إنتاج ممكن في حدود الموارد المنفقة على عوامل الإنتاج .

ويمكن صياغة الشرط الأساسي للتوازن والوصول إلى الحل الأمثل عند تساوي ميل منحنى الناتج المتساوي مع ميل خط التكلفة المتساوي : $TMS_{L,k} = -\frac{PL}{PK}$.

[1] البشير عبد الكريم، **الإقتصاد الجزئي(دروس مع تمارين محلولة)** ، مرجع سبق ذكره، ص 154.

شكل رقم (15): توازن المنتج



ب – **الطريقة الرياضية** : يمكن استخدام طريقة مضاعف لاغرانج للحصول على التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج والوصول إلى توازن المنتج في الحالتين التعظيم والتدنية . إلا أن هناك اختلاف في تشكيل دالة لاغرانج والشرطين ، الضروري والكافي وسنوضح ذلك فيما يلي :

✓ **الحالة الأولى** : **تعظيم الإنتاج تحت قيد التكلفة** :

$$\begin{cases} Max \rightarrow Q = f(L,K) \\ s/c : CT = LPl + KPk \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = f(L,K) + \lambda(CT - LPl - kPk) \rightarrow Max$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l,K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

❖ **شروط الدرجة الأولى** (**الضرورية**)(FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L,K,λ) مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta L} = 0 \rightarrow \frac{\delta f(L,K)}{\delta L} - \lambda Pl = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{\delta f(l,k)}{\delta l}}{Pl} = \frac{PmL}{Pl} \dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta K} = 0 \rightarrow \frac{\delta f(L,K)}{\delta K} - \lambda Pk = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{\delta f(l,k)}{\delta k}}{Pk} = \frac{Pmk}{Pk} \dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow R - lPl - kPk = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

بإجراء المساواة بين (01) و(02) نجد : $\frac{PmL}{Pl} = \frac{Pmk}{Pk}$

هذه النتيجة تمثل القاعدة الأساسية في نظرية الإنتاج ، يصل المنتج إلى التوزيع الأمثل لميزانيته على عناصر الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية عندما تتساوى نسبة الإنتاجية الحدية لعوامل الإنتاج إلى أسعارها ، ثم نعوض النتيجة في (03) فنحصل على λ, k, l

❖ **شروط الدرجة الثانية (الكافية)** (SOC) : للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرونج ، نحدد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة (MHB)ثم نقوم بحساب المحدد الهيسي الذي يشترط في أن يكون موجب أي : $Det\ MHB_{(l,k)} > 0$

✓ **الحالة الثانية : تدنية التكلفة تحت قيد الإنتاج**

$$\begin{cases} Min \ \rightarrow \ CT = LPl + KPk \\ \quad s/c : Q = f(L,K) \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = LPl + KPk + \lambda(Q - f(L,K)) \rightarrow Min$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

❖ **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**(FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K, λ) مساوية للصفر ونقوم بنفس الخطوات كما في حالة تعظيم الإنتاج .

❖ **شروط الدرجة الثانية (الكافية)** (SOC) : للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرونج ، نحدد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة (MHB)ثم نقوم بحساب المحدد الهيسي الذي يشترط في أن يكون أقل من الصفر أي سالب : $Det\ MHB_{(l,k)} < 0$

مثال رقم 01: إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة ما بالشكل التالي : $Q = KL$

اذا كانت أسعار عوامل الانتاج العمل ورأس المال على الترتيب هي : 100ون ، 1000 ون، و ميزانية قدرها 10000 ون .

المطلوب :

01 – اوجد الكميات المثلى من عوامل الانتاج $(l; k)$التي تعظم الانتاج .

الحل:

$$\begin{cases} Max \rightarrow Q = f(L,K) \\ s/c : CT = LPl + KPk \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Max \rightarrow Q = KL \\ s/c : 10000 = 100l + 1000k \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = KL + \lambda(10000 - 100l - 1000k) \rightarrow Max$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

❖ **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**(FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K, λ) مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\frac{\delta L}{\delta L} = 0 \rightarrow K - 100\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{K}{100} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01)$$

$$\frac{\delta L}{\delta K} = 0 \rightarrow L - 1000\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{L}{1000} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02)$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 10000 - 100L - 1000K = 0 \rightarrow \cdots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03)$$

بإجراء المساواة بين (01) و(02) نجد : $\lambda = \lambda = \frac{k}{100} = \frac{l}{1000} \rightarrow l = 10k \dots\dots (4)$

$$(3),(4) \rightarrow 10000 - 100(10k) - 1000k = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 5 \\ l = 50 \end{cases}$$

التوليفة المثلى : $(l^* = 50; k^* = 5)$

❖ **شروط الدرجة الثانية (الكافية)**: (SOC) : للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرونج ، نحدد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة (MHB)ثم نقوم بحساب المحدد الهيسي الذي يشترط في أن يكون موجب أي : $Det\ MHB_{(l,k)} > 0$

$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} [0] & [1] & [-100] \\ [1] & [0] & [-1000] \\ [-100] & [-1000] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \quad Det\ MHB_{(l=50;k=5)} = +200000 > 0$$

ومنه التوليفة المثلى : $(l^* = 50u; k^* = 5u)$،هي التي تعطي أعظم إنتاج في ظل الموارد المنفقة على المستخدمات $Q^{Max} = 250u$

مثال رقم 02: إذا كانت معادلة منحنى الناتج المتساوي هي : $250 = KL$

إذا كانت أسعار عوامل الانتاج العمل ورأس المال على الترتيب هي : 100ون ، 1000 ون.

المطلوب :

01 – اوجد الكميات المثلى من عوامل الانتاج $(l; k)$التي تجعل التكاليف أقل ما يمكن ؟

الحل :

$$\begin{cases} Min \rightarrow CT = LPl + KPk \\ s/c : Q = f(L,K) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Min \rightarrow CT = 100l + 1000k \\ s/c : 250 = kl \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = 100l + 1000k + \lambda(250 - kl) \rightarrow Min$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

❖ **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**(FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K, λ) مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta L} = 0 \rightarrow 100 - k\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{100}{k} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta K} = 0 \rightarrow 1000 - l\,\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1000}{l} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 250 - kl = 0 \rightarrow \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

بإجراء المساواة بين (01) و(02) نجد : $\lambda = \lambda = \frac{100}{k} = \frac{1000}{l} \rightarrow l = 10k \dots\dots (4)$

$$(3),(4) \rightarrow 250 - k(10k) = 0 \rightarrow k = \sqrt{25} \rightarrow \begin{cases} k = 5 \\ l = 10k = 50 \\ \lambda = 20 \end{cases}$$

التوليفة المثلى : $(l^* = 50; k^* = 5)$

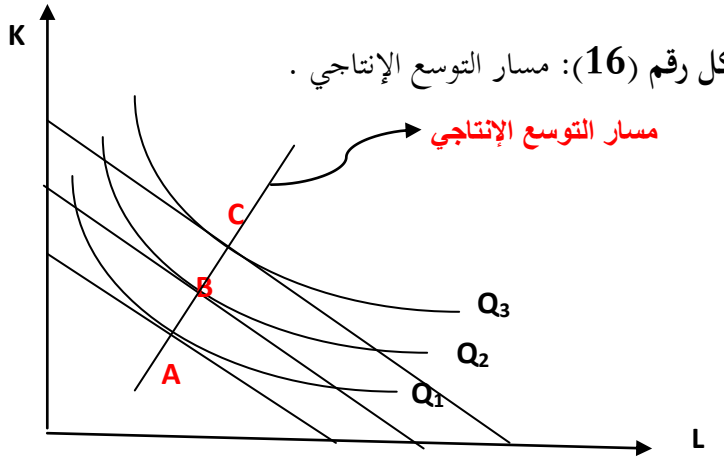
❖ **شروط الدرجة الثانية (الكافية):** (SOC) : للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرونج ، نحدد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة (MHB)ثم نقوم بحساب المحدد الهيسي الذي يشترط في أن يكون سالب أي : $Det\ MHB_{(l,k)} < 0$

$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} [0] & [-\lambda] & [-k] \\ [-\lambda] & [0] & [-l] \\ [-k] & [-l] & [0] \end{bmatrix} \rightarrow \text{MHB} : \begin{bmatrix} [0] & [-20] & [-5] \\ [-20] & [0] & [-50] \\ [-5] & [-50] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \quad Det\ MHB_{(l=50;k=5)} = -10000 < 0$$

ومنه التوليفة المثلى : $(l^* = 50u; k^* = 5u)$ هي التوليفة الواجب استخدامها حتى تكون التكاليف أقل ما يمكن $CT^{Min} = 10000um$

6 – مسار التوسع الإنتاجي (المسار الأمثل للتطور): هو المحل الهندسي لمختلف نقاط توازن المنتج إذا ما تغيرت الميزانية المخصصة للإنفاق على عوامل الإنتاج مع ثبات العوامل الأخرى أي ثبات تكلفة استخدام الوحدة من العمل ورأس المال [1]. فتغيير الميزانية مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج يؤدي إلى انتقال خط التكلفة المتساوية بالتوازي إلى الأعلى في حالة الزيادة و إلى الأسفل في حالة النقصان ، وفي كل مرة سيمس خط التكلفة منحنى الناتج المتساوي وهكذا سنحصل على منحنى مسار التوسع الإنتاجي عندما نصل بين النقاط التوازنية (يمثل هذا المسار مجموع توليفات عناصر الإنتاج LوK المثلى و التي تحقق أعظم إنتاج للمنتج عند مستويات مختلفة للميزانية مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج)، ، وهو يشبه منحنى (الإستهلاك–الدخل) في نظرية سلوك المستهلك . رياضيا يمكن الحصول عليه من خلال قانون التوازن : $\frac{PmL}{Pl} = \frac{Pmk}{Pk}$، وتكـــــون الصيغة في الأخيـــر من الشكل : $K = f(L)$ أو $L = f(K)$ ، ويأخذ مسار التوسع الانتاجي الشكل التالي :



شكل رقم (16): مسار التوسع الإنتاجي .

[1] عمار عماري، **الإقتصاد الجزئي**، الدار الجزائرية، الجزائر، 2015، ص 129.

7 **مرونات الإنتاج** :توضح مرونة الإنتاج التغير النسبي الحاصل في الإنتاج الكلي الناتج عن التغير النسبي في إحدى عوامل الإنتاج ، مما يبين وجود المرونة الجزئية لعنصر العمل والمرونة الجزئية لعنصر رأس المال .

أ –**المرونة الجزئية للعمل** (e_L): وتحسب كما يلي :

✓ **حالة البيانات المتقطعة** :

$$e_L = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}\times 100}{\frac{\Delta L}{L}\times 100} \rightarrow e_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \times \frac{L}{Q} = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta L}}{\frac{Q}{L}} \rightarrow e_L = \frac{PmL}{PML}$$

✓ **حالة البيانات المستمرة** : $e_L = \frac{\delta Q}{\delta L} \times \frac{L}{Q} = \frac{\frac{\delta Q}{\delta L}}{\frac{Q}{L}} \rightarrow e_L = \frac{PmL}{PML}$

ب – **المرونة الجزئية لرأس المال** (e_k): وتحسب كما يلي :

✓ **حالة البيانات المتقطعة** :

$$e_k = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}\times 100}{\frac{\Delta k}{k}\times 100} \rightarrow e_k = \frac{\Delta Q}{\Delta k} \times \frac{k}{Q} = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta k}}{\frac{Q}{k}} \rightarrow e_k = \frac{Pmk}{PMk}$$

✓ **حالة البيانات المستمرة** : $e_k = \frac{\delta Q}{\delta k} \times \frac{k}{Q} = \frac{\frac{\delta Q}{\delta k}}{\frac{Q}{k}} \rightarrow e_k = \frac{Pmk}{PMk}$

8 **غلة الحجم** : توضح غلة الحجم القوانين التي تحكم تغير حجم الإنتاج في الفترة الطويلة ، حينما يتغير حجم المشروع أو تتغير الكميات المستخدمة من كل عناصر الإنتاج ، وتوضح هذه القوانين أنه خلال الفترة الطويلة وبافتراض ثبات أسعار عوامل الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية ، فإن تغير الكمية المستخدمة من كافة عوامل الإنتاج بنسبة معينة فإن الناتج الكلي يمكن أن يتغير وفقا لعدة احتمالات [1].

وتأخذ غلة الحجم أحد الأنواع الثلاثة :

أ –**غلة الحجم المتناقصة** : إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة (t) مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة أقل من (t) .

ب – **غلة الحجم الثابتة** : نكون أمام هذا النوع من أنواع غلة الحجم إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة (t) مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنفس تلك النسبة (t).

[1] إيمان عطية ناصف، ***النظرية الإقتصادية الجزئية*** ، المكتب الجامعي الحديث ، الإسكندرية، 2007، ص 228.

ت – **غلة الحجم المتزايد** : نكون أمام هذا النوع من أنواع غلة الحجم إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة (t) مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة أكبر من (t).

و لمعرفة إذا كانت غلة الحجم متناقصة، ثابتة أو متزايدة هناك عدة طرق منها :

- ✓ **مرونة الحجم** : ويقصد بها مجموع المرونات الجزئية لمختلف عناصر الإنتاج ، فإذا كان المجموع يساوي 1 فإن غلة الحجم ثابتة، أكبر من 1 غلة الحجم متزايدة ، أقل من 1 تكون غلة الحجم متناقصة .
- ✓ **درجة تجانس الدالة** : إن درجة تجانس الدالة تعكس نوعية غلة الحجم ، نقول عن دالة الإنتاج $Q = f(K, L)$ أنها متجانسة من الدرجة n إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة (t) مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة (t^n)، وهذا يعني ضرورة تحقق الشرط التالي :

$$Q = f(tK, tL) = t^n \times f(K, L) = t^n \times Q$$

- ➢ $n = 1$: أي $(t^n = t)$ أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة (t) أدى إلى مضاعفة الإنتاج الكلي بنفس النسبة ($t^{(n=1)}$) ، وهذه **غلة الحجم الثابتة** .
- ➢ $n < 1$: أي $(t^n < t)$ أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة (t) أدى إلى مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة أقل أي ($t^{n<1}$) ، وهذه **غلة الحجم المتناقصة** .
- ➢ $n > 1$: أي $(t^n > t)$ أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة (t) أدى إلى مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة أكبر أي $(t^{n>1})$ ، وهذه **غلة الحجم المتزايدة** .

ملاحظة : يمكن التأكد أيضا من تجانس الدالة باستخدام شرط Euler بأن يتحقق ما يلي :

$$\frac{\delta f(l,k)}{\delta l} \times L + \frac{\delta (l,k)}{\delta k} \times k = nf(l,k)$$

9 دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس : تعتبر دالة كوب دوغلاس من أشهرالدوال المتجانسة و الأكثر استعمالا في التحليل الإقتصادي الجزئي والكلي والشكل العام والمبسط لهذه الدالة هو [1] :

$$Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$$ ، حيث: $0 < \alpha, \beta < 1$

A: العوامل التكنولوجية المؤثرة في العملية الإنتاجية .

[1] غراب رزيقة ، **الإقتصاد الجزئي(المرونات)**، مركز الكتاب الأديمي، عمان، ط1،2014، ص 164.

$\alpha، \beta$: هما ثابتان موجبان حيث β هي مرونة الإنتاج الجزئي للعمل ، و α مرونة الإنتاج الجزئي بالنسبة لرأس المال .

✓ **خواص دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس** : إن دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس تحقق العلاقة التالية :

$$Q = f(tK, tL) = t^{(\alpha+\beta)} \times f(K, L).$$

وبالتالي تكون دالة كوب دوغلاس متجانسة من الدرجة $(\alpha + \beta)$ وعليه تكون غلة الحجم :

- $(\alpha + \beta) > 1$: غلة الحجم متزايدة .
- $(\alpha + \beta) < 1$: غلة الحجم متناقصة .
- $(\alpha + \beta) = 1$: غلة الحجم ثابتة .
- دالة إنتاج كوب دوغلاس تحقق متطابقة Euler: $\frac{\delta f(l,k)}{\delta l} \times L + \frac{\delta (l,k)}{\delta k} \times k = nf(l,k)$

تمارين تدريبية مع الحلول النموذجية :

التمرين الأول: يبين الجدول التالي كميات الانتاج الكلي للسلعة X المتحصل عليها من استخدام كميات من عنصر العمل L وكميات من عنصر رأس المال K.

Q_X	12	23	33	41	48	54	57
L	01	02	03	04	05	06	**07**
Q_X	16	28	39	49	58	66	**72**
K	01	02	03	04	05	06	**07**

المطلوب :

- 01 – إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج العمل L ورأس المال K على التوالي : PL = 01 um ; PK = 02 um ، وكانت التكلفة الثابتة CF = 08 um .

✓ بين كيف ينفق المنتج الرشيد ميزانيته المقدرة بـ 18 ون .

التمرين الثاني : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $Q = 10K^{(\frac{1}{2})}L^{(\frac{1}{2})}$

إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج العمل ورأس المال على الترتيب هي : 03ون ، 02 ون، و ميزانية قدرها 1000 ون

المطلوب :

- 01 – اوجد كمية الإنتاج المثلى .
- 02 – اوجد معادلة منحنى الناتج المتساوي الذي يمر من نقطة التوازن .

03 – ما هي أدنى تكلفة لإنتاج 50 وحدة ؟

التمرين الثالث : تأخذ دالة إنتاج إحدى المؤسسات الشكل التالي : $Q = b\,L^{\alpha}K^{\beta}$ حيث : b ; α ; β ثوابت

المطلوب :

01 – ما نوع الدالة وما هي خصائصها ؟

02 – احسب α و β علما أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ، ودالة الانتاج متجانسة من الدرجة الثانية .

03 – إذا اعتبرنا أن $\alpha = \frac{3}{2}$ و $\beta = \frac{1}{2}$ و $b = 2$ ، أوجد درجة تجانس هذه الدالة بطريقتين .

04 – أوجد دوال الإنتاجية الحدية والمتوسطة $(PMl; PMk; Pml; Pmk)$.

05 – أوجد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني $(TMST)$ لهذه الدالة .

06 – باعتبار أن أسعار عوامل الإنتاج العمل ورأس المال هي على الترتيب 09 ون ، 03 ون ، وقيمة التكاليف اللازمة لذلك هي 500 ون .

✓ اوجد الكميات المثلى من عوامل الإنتاج $(l; k)$ التي تعظم الانتاج .

07 – ما هو الحد الادنى من التكاليف الموافقة لانتاج قدره 300 و ، باعتبار أن أسعار عوامل الانتاج تبقى ثابتة .

08 – أوجد مختلف مرونات إنتاج هذه الدالة ، كم تصبح مرونة الإنتاج لرأس المال عند رفع هذا الأخير بـ20% .

التمرين الرابع : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $Q = (L-1)^{(\frac{1}{4})}k^{(\frac{1}{4})}$

حيث : $L > 1$ و Q كمية الإنتاج ، L ; K عوامل الإنتاج رأس المال و العمل .

اذا كانت $PL = 03\ um$; $PK = 02\ um$; $Q = 01\ u$

المطلوب :

01 – حدد معادلة منحنى الناتج المتساوي عند $Q = 01\ u$ ، ثم مثلها بيانيا .

02 – ما هي كمية عوامل الإنتاج التي تعطي أدنى تكلفة ممكنة ؟

التمرين الخامس : اذا كانت دالة إنتاج مؤسسة على الشكل التالي : $Q = k^2 - kl + 2L^2$

المطلوب :

01 – ما هي درجة تجانس هذه الدالة ؟ ماذا تستنتج ؟

02 – حدد مسار التوسع الإنتاجي اذا كانت أسعار عوامل الإنتاج P_L ; P_K على الترتيب 02 ون،04ون ماذا يعني هذا المسار ؟

03 – ما هو أمثل إنتاج للمؤسسة إذا كانت ميزانيتها تقدر بـ100 ون .

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $Q = 10L^{(\frac{1}{4})}k^{(\frac{1}{4})}$

حيث : L ; K عنصري الإنتاج رأس المال والعمل .

المطلوب :

01 – إذا علمت أن : $Q = 10u$ ، ماذا يمثل هذا المنحنى ؟

02 – إذا كانت A نقطة من نفس المنحنى السابق ، إحداثياتها :

A (L ; K) = (1 ; 1)، حدد المعدل الحدي للإحلال التقني عند هذه النقطة وما هو مدلوله الاقتصادي.

03 – أحسب الإنتاج الحدي لـعنصري الإنتاج العمل ورأس المال $(Pml; Pmk)$عند النقطة A .

وحدد العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال التقني والإنتاج الحدي عند أي نقطة .

04 – حدد طبيعة غلة الحجم .

التمرين السابع :

لتكن صيغة دالة الإنتاج الكلي لمؤسسة صناعية $Q = 10K^{(\frac{2}{5})}L^{(\frac{3}{5})}$، حيث تمثل Q كمية الإنتاج المحققة، وتعبر K وL عن كميات رأس المال والعمل المستخدمة.

المطلوب:

01 – إيجاد عبارات دوال الإنتاجية الحدية والمتوسطة لهذه المؤسسة، و ذلك بالنسبة لعنصري الإنتاج؛

02 – تحديد درجة تجانس هذه الدالة الإنتاجية؛

03 – تحديد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني لهذه المؤسسة $(TMST_{L,K})$، وشرح معنى أن تكون قيمته مساويةلـ –2؛

04 – إذا كان سعرا عاملي الإنتاج، $PL = 10um$ ، $Pk = 20um$ ، وكانت قيمة التكاليف الكلية $CT = 300um$.

أ– حدد (ي) عبارة المسار الأمثل لتوسع هذه المؤسسة؛

ب– أوجد (ي) الكميات المثلى (التوازنية) من عاملي الإنتاج ، وذلك باستخدام طريقة مضاعف لاغرونج؛

ج– لو وصلت طلبية لهذه المؤسسة تتضمن طلب 146 وحدة من إنتاجها، ومقابل حصولها على ربح يقدر بوحدة نقدية واحدة عن كل وحدة من المنتوج، فكم سيكون سعر بيع الوحدة الواحدة؟ وكم سيكون مقدار الربح الكلي الذي ستحققه فعلا في وضع توازنـها؟

الحلول النموذجية :

حل التمرين الأول :

Q_X	12	23	33	41	48	54	57
L	01	02	03	04	05	06	**07**
PmL	12	11	10	8	7	6	**3**
$\frac{PmL}{Pl}$	12	11	10	8	7	6	**3**
Q_X	16	28	39	49	58	66	**72**
K	01	02	03	04	05	06	**07**
PmK	16	12	11	10	9	8	**6**
$\frac{Pmk}{Pk}$	8	6	5.5	5	4.5	4	**3**

لدينا أسعار عوامل الإنتاج العمل L ورأس المال K على التوالي : PL = 01 um ; PK = 02 um ، و التكلفة الثابتة CF = 08 um .

✓ لمعرفة كيف ينفق المنتج الرشيد ميزانيته المقدرة بـ 18 ون نستخدم شرطي توازن المنتج ، والتوليفة التي تحقق الشرطين هي التوليفة المثلى التي يخصص لها ميزانيته :

من خلال الجدول أعلاه نلاحظ أنه توجد ثلاث توليفات تحقق الشرط الأول لتوازن المنتج ، و التوليفة المثلى هي التي تحقق الشرط الثاني أيضا أي ينبغي أن تستنفذ كامل الميزانية المقدرة بـ18 ون .

$$\begin{cases} \dfrac{PmL}{Pl} = \dfrac{Pmk}{Pk} = 8 \rightarrow (l,k) = (4,1) \\ CT = (LPl + Kpk) + CF \rightarrow CT = 4(1) + 1(2) + 8 = 14 \neq 18 \end{cases}$$

هذه التوليفة $(l,k) = (4,1)$ مرفوضة لأنها لا تحقق الشرط الثاني .

$$\begin{cases} \dfrac{PmL}{Pl} = \dfrac{Pmk}{Pk} = 6 \rightarrow (l,k) = (6,2) \\ CT = (LPl + Kpk) + CF \rightarrow CT = 6(1) + 2(2) + 8 = 18 \end{cases}$$

ومنه التوليفة المثلى هي : $(l,k) = (6,2)$ و ينفق عليها المنتج كامل ميزانيته .

حل التمرين الثاني :

01 – إيجاد كمية الإنتاج المثلى :

$$\begin{cases} Max \rightarrow Q = f(L,K) \\ s/c : CT = LPl + KPk \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Max \rightarrow Q = 10K^{(\frac{1}{2})}L^{(\frac{1}{2})} \\ s/c : 1000 = 3l + 2k \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = 10K^{(\frac{1}{2})}L^{(\frac{1}{2})} + \lambda(1000 - 3l - 2k) \rightarrow Max$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

❖ **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**(FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K, λ) مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta l} = 0 \rightarrow 5l^{-½}k^{½} - 3\lambda = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta k} = 0 \rightarrow 5l^{½}k^{-½} - 2\lambda = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 1000 - 3l - 2k = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد :

$$\lambda = \lambda \ \Rightarrow \ \frac{5k^{½}}{3l^{½}} = \frac{5l^{½}}{2k^{½}} \Rightarrow \ 3l = 2k \ \Rightarrow \ k = \frac{3}{2}l \ \text{أو} \ l = \frac{2}{3}k \ldots\ldots (4)$$

$$(3),(4) \rightarrow 1000 - 3\left(\frac{2}{3}k\right) - 2k = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 250 \\ l = 166.66 \end{cases}$$

التوليفة المثلى : $(l^* = 166.66; k^* = 250)$

❖ **شروط الدرجة الثانية (الكافية)**(SOC) :

$$MHB:\begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial l\partial l} & \frac{\partial L}{\partial l\partial k} & \frac{\partial L}{\partial l\partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial k\partial l} & \frac{\partial L}{\partial k\partial k} & \frac{\partial L}{\partial k\partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda\partial l} & \frac{\partial L}{\partial \lambda\partial k} & \frac{\partial L}{\partial \lambda\partial \lambda} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow MHB:\begin{bmatrix} [-5/2l^{-3/2}k^{½}] & [5/2l^{-½}k^{-½}] & [-3] \\ [5/2l^{-½}k^{-½}] & [-5/2l^{½}k^{3/2}] & [-2] \\ [-3] & [-2] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \ MHB_{(l=166.66;k=250)}:\begin{bmatrix} [-0{,}01837] & [0{,}0122] & [-3] \\ [0{,}0122] & [-0.00813] & [-2] \\ [-3] & [-2] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Det\ MHB_{(l=166.66;k=250)} = +0.2934 > 0$$

ومنه التوليفة المثلى : $(l^* = 166.66u;\ k^* = 250u)$ ،هي التي تعطي أعظم إنتاج

$$Q^{Max} = 2041.2230u$$

2- معادلة منحنى الناتج المتساوي الذي يمر من نقطة التوازن :

$$Q = 10K^{(\frac{1}{2})}L^{(\frac{1}{2})} \rightarrow K^{(\frac{1}{2})} = \frac{Q_x}{10l^{(\frac{1}{2})}} \rightarrow k = \frac{{Q_x}^{(2)}}{100l} \rightarrow k = \frac{2041.2230^{(2)}}{100l}$$

$$\rightarrow k = \frac{41665.9133}{L}$$ *وهي معادلة منحنى الناتج المتساوي*

4 -أدنى تكلفة لإنتاج 50 وحدة :

$$\begin{cases} Min \ \rightarrow \ CT = LPl + KPk \\ s/c : Q = f(L,K) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Min \ \rightarrow \ CT = 3l + 2k \\ s/c : 50 = 10K^{(\frac{1}{2})}L^{(\frac{1}{2})} \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = 3l + 2k + \lambda(50 - 10K^{(\frac{1}{2})}L^{(\frac{1}{2})}) \rightarrow Min$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l,K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

❖ **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**(FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L,K,λ) مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta L}=0\rightarrow 3-5l^{-½}k^{½}\lambda=0\rightarrow\lambda=\frac{3}{5l^{-½}k^{½}}=\frac{3}{5}(\frac{L}{K})^{\frac{1}{2}}\dots\dots\dots\dots\dots(01)\\ \frac{\delta L}{\delta K}=0\rightarrow 2-5l^{½}k^{-½}\,\lambda=0\rightarrow\lambda=\frac{2}{5l^{½}k^{-½}}=\frac{2}{5}(\frac{K}{L})^{\frac{1}{2}}\dots\dots\dots\dots\dots(02)\\ \frac{\delta L}{\delta\lambda}=0\rightarrow 50-10K^{(\frac{1}{2})}L^{(\frac{1}{2})}=0\rightarrow\cdots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(03)\end{cases}$$

بإجراء المساواة بين (01) و(02) نجد:

$$\lambda=\lambda=\frac{3}{5}(\frac{L}{K})^{\frac{1}{2}}=\frac{2}{5}(\frac{K}{L})^{\frac{1}{2}}\rightarrow 3l=2k\;\Rightarrow\;k=\frac{3}{2}l\;\text{أو}\;l=\frac{2}{3}k..(4)$$

$$(3),(4)\rightarrow 50-10K^{(\frac{1}{2})}(\frac{2}{3}k)^{(\frac{1}{2})}=0\rightarrow k=\frac{50}{8.16496}\rightarrow\begin{cases}k=6.1237\\ l=4.0824\\ \lambda=0.4898\end{cases}$$

التوليفة المثلى : $(l^*=4.0824u;\,k^*=6.1237u)$

❖ **شروط الدرجة الثانية (الكافية)**(SOC) : نستخرج المصفوفة الهيسية ثم نحسب المحدد الهيسي ويشترط أن يكون سالب لأن دالة الهدف هي تدنية التكاليف

MHB:

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial L}{\partial l\partial l} & \frac{\partial L}{\partial l\partial k} & \frac{\partial L}{\partial l\partial\lambda}\\ \frac{\partial L}{\partial k\partial l} & \frac{\partial L}{\partial k\partial k} & \frac{\partial L}{\partial k\partial\lambda}\\ \frac{\partial L}{\partial\lambda\partial l} & \frac{\partial L}{\partial\lambda\partial k} & \frac{\partial L}{\partial\lambda\partial\lambda}\end{bmatrix}\rightarrow$$

$$MHB:\begin{bmatrix}[-5/2l^{-3/2}k^{½}\lambda] & [-5/2l^{-½}k^{-½}\lambda] & [-5l^{-½}k^{½}]\\ [-5/2l^{-½}k^{-½}\lambda] & [5/2l^{½}k^{-3/2}\lambda] & [-5l^{½}k^{-½}]\\ [-5l^{-½}k^{½}] & [-5l^{½}k^{-½}] & [0]\end{bmatrix}$$

$$\rightarrow MHB_{(l=4.0824;k=6.1237)}: \begin{bmatrix} [-0,367] & [-0.2448] & [-6.123] \\ [-0,2448] & [0.1630] & [-4.0822] \\ [-6.123] & [-4.0822] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Det\ MHB_{(l=4.0824;k=6.1237)} = -12.2319 < 0$$

ومنه التوليفة المثلى : $(l^* = 4.0824u;\ k^* = 6.1237u)$ ،هي التي تعطي أدنى تكلفة

$$CT^{Min} = 24.4946um$$

حل التمرين الثالث :

1 –نوع الدالة وما هي خصائصها : الدالة هي دالة كوب دوغلاس ومن أهم خصائصها :

✓ إن دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس من أكثر الدوال المتجانسة بحيث تحقق العلاقة التالية :

$$Q = f(tK, tL) = t^{(\alpha+\beta)} \times f(K, L).$$

وبالتالي تكون دالة كوب دوغلاس متجانسة من الدرجة $(\alpha + \beta)$ وعليه تكون غلة الحجم :

- $(\alpha + \beta) > 1$: غلة الحجم متزايدة .
- $(\alpha + \beta) < 1$: غلة الحجم متناقصة .
- $(\alpha + \beta) = 1$: غلة الحجم ثابتة .
- دالة إنتاج كوب دوغلاس تحقق متطابقة Euler: $\frac{\delta f(l,k)}{\delta l} \times L + \frac{\delta (l,k)}{\delta k} \times k = nf(l,k)$

✓ المرونة الجزئية للعمل $e_L = \alpha$

✓ المرونة الجزئية لرأس المال $e_k = \beta$

02 – حساب α و β علما أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ، ودالة الانتاج متجانسة من الدرجة الثانية : لدينا

$$e_L = \alpha = 0.5,\ \alpha + \beta = 2 \rightarrow \beta = 2 - \alpha = 1.5$$

03 – إذا اعتبرنا أن $\alpha = \frac{3}{2}$ و $\beta = \frac{1}{2}$ و $b = 2$ ، تحديد غلة الحجم بطريقتين :

✓ حسب درجة تجانس الدالة :

$$f(tK, tL) = t^{(\alpha+\beta)} \times f(K, L) = t^{(2)} 2L^{\left(\frac{3}{2}\right)} K^{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

الدالة متجانسة من الدرجة الثانية ومنه غلة الحجم متزايدة .

✓ حسب مرونة الحجم :

$$e_L + e_k = \alpha + \beta = 2$$ ومنه غلة الحجم متزايدة

$$\frac{\delta f(l,k)}{\delta l} \times L + \frac{\delta(l,k)}{\delta k} \times k =\rightarrow 3L^{\left(\frac{1}{2}\right)}K^{\left(\frac{1}{2}\right)}L + L^{\left(\frac{3}{2}\right)}K^{\left(\frac{-1}{2}\right)}K$$

$$\rightarrow 4L^{\left(\frac{3}{2}\right)}K^{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

04 – تحديد دوال الإنتاجية الحدية والمتوسطة $(PMl; PMk; Pml; Pmk)$:

$$PmL = \frac{\delta f(l,k)}{\delta l} = \alpha bL^{(\alpha-1)}K^{(\beta)} = 3L^{\left(\frac{1}{2}\right)}K^{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$Pmk = \frac{\delta f(l,k)}{\delta k} = \beta bL^{(\alpha)}K^{(\beta-1)} = L^{\left(\frac{1}{2}\right)}K^{\left(\frac{-1}{2}\right)}$$

$$PML = \frac{Q}{L} = bL^{(\alpha-1)}K^{(\beta)} = 2L^{\left(\frac{1}{2}\right)}K^{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$PMk = \frac{Q}{k} = bL^{(\alpha)}K^{(\beta-1)} = 2L^{\left(\frac{3}{2}\right)}K^{\left(\frac{-1}{2}\right)}$$

05 – تحديد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني $(TMST)$ لهذه الدالة :

$$TMST_{L,k} = \frac{-PmL}{PmK} = \frac{3L^{\left(\frac{1}{2}\right)}K^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{L^{\left(\frac{1}{2}\right)}K^{\left(\frac{-1}{2}\right)}} = \frac{-3K}{L}$$

06 – باعتبار أن أسعار عوامل الإنتاج العمل ورأس المال هي على الترتيب 09 ون ، 03 ون ، وقيمة التكاليف اللازمة لذلك هي 500 ون .

✓ تحديد الكميات المثلى من عوامل الإنتاج $(l; k)$ التي تعظم الانتاج .

$$\begin{cases} Max \rightarrow Q = f(L,K) \\ s/c : CT = LPl + KPk \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Max \rightarrow Q = 2L^{\left(\frac{3}{2}\right)}K^{\left(\frac{1}{2}\right)} \\ s/c : 500 = 9l + 3k \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = 2L^{\left(\frac{3}{2}\right)}K^{\left(\frac{1}{2}\right)} + \lambda(1000 - 9l - 3k) \rightarrow Max$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

❖ **شروط الدرجة الأولى (الضرورية)**(FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K, λ) مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta l} = 0 \rightarrow 3l^{1/2}k^{½} - 9\lambda = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta k} = 0 \rightarrow l^{3/2}k^{-½} - 3\lambda = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 500 - 9l - 3k = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد :

$$\lambda = \lambda \ \Rightarrow \ \frac{3k^{½}}{9l^{-1/2}} = \frac{l^{3/2}}{3k^{½}} \Rightarrow \ 9l = 9k \ \Rightarrow \ k = l \ldots\ldots (4)$$

$$(3),(4) \rightarrow 500 - 9(k) - 3k = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 41.66u \\ l = 41.66u \\ Q^{Max} \approx 3471u \\ \lambda = 13.887 \end{cases}$$

التوليفة المثلى : $(l^* = k^* = 41.66u)$

❖ **شروط الدرجة الثانية (الكافية)**(SOC) :

$$\text{MHB}: \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial l \partial l} & \frac{\partial L}{\partial l \partial k} & \frac{\partial L}{\partial l \partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial k \partial l} & \frac{\partial L}{\partial k \partial k} & \frac{\partial L}{\partial k \partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial l} & \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial k} & \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial \lambda} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow MHB: \begin{bmatrix} [3/2l^{-1/2}k^{½}] & [3/2l^{½}k^{-½}] & [-9] \\ [3/2l^{½}k^{-½}] & [-1/2l^{3/2}k^{-3/2}] & [-3] \\ [-9] & [-3] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow l = k \rightarrow \quad MHB_{(l=41.66.66;k=41.66)} : \begin{bmatrix} [3/2] & [3/2] & [-9] \\ [3/2] & [-1/2] & [-3] \\ [-9] & [-3] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Det\ MHB_{(l=41.66;k=41.66)} = +108 > 0$$

ومنه التوليفة المثلى : $(l^* = k^* = 41.66u)$ ،هي التي تعطي أعظم إنتاج

$$Q^{Max} \approx 3471u$$

07 – الحد الادنى من التكاليف الموافقة لانتاج قدره 300 و ، باعتبار أن أسعار عوامل الانتاج تبقى ثابتة :

باستخدام شرطي توازن المنتج :

$$\begin{cases} \dfrac{PmL}{Pl} = \dfrac{Pmk}{Pk} \rightarrow \dfrac{3l^{1/2}k^{½}}{9} = \dfrac{l^{3/2}k^{-½}}{3} \Rightarrow k = l \ldots (1) \\ 300 = 2L^{\left(\frac{3}{2}\right)}K^{\left(\frac{1}{2}\right)} \rightarrow 300 = 2L^{\left(\frac{3}{2}\right)}l^{\left(\frac{1}{2}\right)} \rightarrow l = 12.24u = k \end{cases}$$

$$\Rightarrow CT = 12.24(9) + 12.24(3) \approx 147um$$

08 – تحديد مختلف مرونات إنتاج هذه الدالة ، وكم تصبح مرونة الإنتاج لرأس المال عند رفع هذا الأخير بـ20%

- ✓ المرونة الجزئية للعمل $e_L = \alpha = \frac{3}{2}$
- ✓ المرونة الجزئية لرأس المال $e_k = \beta = \frac{1}{2}$
- ✓ تصبح مرونة الإنتاج لرأس المال 10 عند رفع هذا الأخير بـ20%

حل التمرين الوابع :

1– تحديد معادلة منحنى الناتج المتساوي عند : $Q = 1\ u$ ، و تمثيلها بيانيا .

- لدينا :

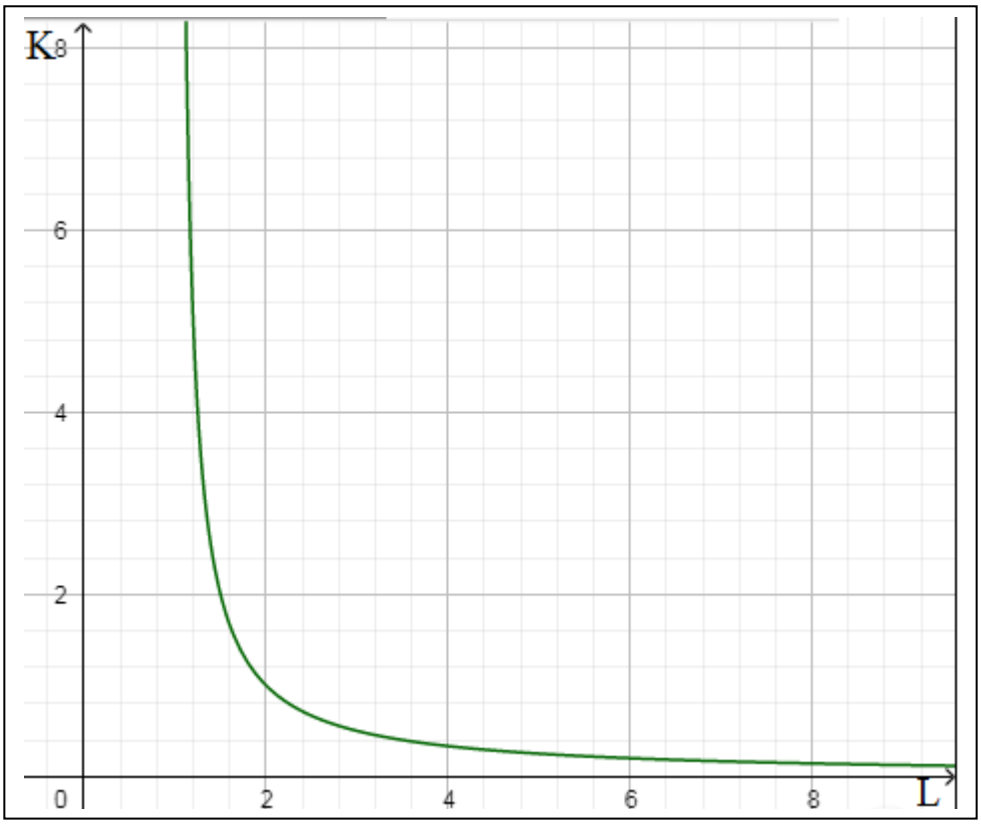
$$Q = (L-1)^{1/4}K^{1/4}$$

$$Q = 1 \quad \Rightarrow \quad (L-1)^{1/4}K^{1/4} = 1$$

$$\Rightarrow K^{1/4} = \frac{1}{(L-1)^{1/4}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{L-1}$$ و هي معادلة منحنى الناتج المتساوي

التمثيل البياني:



2– إيجاد كمية عوامل الإنتاج التي تدني التكلفة :

$$\begin{cases} Min\ CT : CT = 3L + 2K \\ S/C : Q = 1u \end{cases}$$

$$\mathcal{L} = 3L + 2K + \lambda \left(1 - (L-1)^{\frac{1}{4}} K^{\frac{1}{4}} \right)$$

1- *F.O.C* الشرط الضروري:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \Rightarrow 3 - \dfrac{1}{4}\lambda(L-1)^{-\frac{3}{4}} K^{\frac{1}{4}} = 0 \quad \ldots\ldots(1) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \Rightarrow 2 - \dfrac{1}{4}\lambda (L-1)^{\frac{1}{4}} K^{\frac{-3}{4}} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots(2) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 1 - (L-1)^{\frac{1}{4}} K^{\frac{1}{4}} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots(3) \end{cases}$$

$$(1),(2): \lambda=\lambda \Rightarrow K = \frac{3}{2}(L-1) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

$$(3),(4) \Rightarrow L-1 = 0{,}8164$$
$$\Rightarrow L = 1.8164 \text{ u}$$
$$\Rightarrow K = 1.2247 \text{ u}$$

2- $\underline{S.O.C}$ الشرط الكافي

$$\text{MHB}: \begin{bmatrix} \left[\frac{3}{16}\lambda(L-1)^{\frac{-7}{4}}K^{\frac{1}{4}}\right] & \left[\frac{-1}{16}\lambda(L-1)^{\frac{-3}{4}}K^{\frac{-3}{4}}\right] & \left[\frac{-1}{4}(L-1)^{\frac{-3}{4}}K^{\frac{1}{4}}\right] \\ \left[\frac{-1}{16}\lambda(L-1)^{\frac{-3}{4}}K^{\frac{-3}{4}}\right] & \left[\frac{3}{16}\lambda(L-1)^{\frac{1}{4}}K^{\frac{-7}{4}}\right] & \left[\frac{-1}{4}(L-1)^{\frac{1}{4}}K^{\frac{-3}{4}}\right] \\ \left[\frac{-1}{4}(L-1)^{\frac{-3}{4}}K^{\frac{1}{4}}\right] & \left[\frac{-1}{4}(L-1)^{\frac{1}{4}}K^{\frac{-3}{4}}\right] & [\ 0\ ] \end{bmatrix}$$

$$\text{DMHB}_{\substack{L=1.8164 \\ K=1.2247}} = \begin{vmatrix} (2{,}7562) & (-0.6124) & (-0.3062) \\ (-0.6124) & (1.2247) & (-0.2041) \\ (-0.3062) & (-0.2041) & (0) \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{DMHB}_{\substack{L=1.8164 \\ K=1.2247}} = -0.3928 < 0$$

و منه التوليفة : (L= 1.8164 u, K= 1.2247 u) تحقق شروط الدرجة الأولى و أيضا شروط الدرجة الثانية، و هي التوليفة التي تدني تكاليف الإنتاج للمؤسسة.

3- حساب قيمة تكاليف الإنتاج للمؤسسة :

$$CT= 3L+2K = (3 * 1.8164) + (2* 1.2247)$$

$$\Rightarrow CT= 7,8986 \text{ um}$$

حل التمرين الخامس :

1 -درجة تجانس الدالة:

$$Q(tK,tL)=(tK)^2 -(tKtL)+2(tL)^2$$

$$Q(tK,tL)= t^2 (K^2 -KL+2L^2)= t^2 Q$$

r=2 :الدالة متجانسة من الدرجة الثانية و منه غلة الحجم لهاته المؤسسة متزايدة .

2 -تحديد المسار الأمثل للتطور :

$$\frac{pml}{pl}=\frac{p\,mk}{pk} \Rightarrow \frac{-K+4L}{2}=\frac{2K-L}{4}$$

$$-2K + 8L = 2K - L \Rightarrow 9L = 4K \Rightarrow K = \frac{9}{4}L$$

يمثل هذا المسار مجموع توليفات عناصر الإنتاج LوK المثلى و التي تحقق أعظم إنتاج للمنتج عند مستويات مختلفة للميزانية مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج.

3-حساب أمثل إنتاج عند: $CT=100\ u.m$:

$$\begin{cases} MAX\ Q: Q_X = K^2 - KL + 2L^2 \\ S/C: CT = 2L + 4K = 100 \end{cases}$$

$$\mathcal{L} = K^2 - KL + 2L^2 + \lambda\,(100-2L-4K)$$

F.O.C- 1 :الشرط الضروري:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L}=0 \Rightarrow -K+4L-2\lambda=0 \Rightarrow \lambda=\frac{-K+4L}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K}=0 \Rightarrow 2K-L-4\lambda=0 \Rightarrow \lambda=\frac{2K-L}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}=0 \Rightarrow$ 100-2L-4K=0 .....(3)

(1),(2) $\Rightarrow K = \frac{9}{4}L$ .....(4)

نعوض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

L=9.09 u K=20.45 u Q=314.94 u

2- *S.O.C* الشرط الكافي :

$$\mathbf{MHB:}\begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & -4 \\ -2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

DMHB=4(0−16)−(−1)(0−8)+(−2)(4+4)

DMHB=−104 < 0

المحدد سالب يعني أن هذا الحل **لا يعظم إنتاج المؤسسة، بل يدنيه**، و المقصود بذلك هو أن هذا الإنتاج هو أدنى إنتاج يمكن أن تنتجه المؤسسة في أسوء الظروف.

وأن دالة الإنتاج لهاته المؤسسة لا يمكن من خلالها حساب الإنتاج الأعظمي.

حل التمرين السادس:

-1

$$Q = 10L^{1/4}K^{1/4}$$

$$Q = 10 \Rightarrow 10L^{1/4}K^{1/4} = 10$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{L}$$

و هي تمثل معادلة منحنى الناتج المتساوي .

2- حساب المعدل الحدي للإحلال التقني عند النقطة *A*

$$TMST_{L,K} = \frac{-PML}{PMK} = \frac{-2.5\ L^{\frac{-3}{4}}K^{\frac{1}{4}}}{2.5\ L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{-3}{4}}} = \frac{-K}{L}$$

$$A(L,K) = (1,1) \Rightarrow \quad TMST_{L,K\,(A)} = -1$$

- معدل الإحلال التقني عند النقطة A يساوي -1 مما يعني أن المنتج عليه أن يضحي بوحدة واحدة من عنصر رأس المال و إحلالها بوحدة واحدة من عنصر العمل ليحافظ على نفس مستوى الإنتاج.

3- حساب الإنتاج الحدي لكل من **K** و **L** :

$$PML = 2.5\ L^{\frac{-3}{4}}K^{\frac{1}{4}} = 2.5$$

$$PMK = 2.5\ L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{-3}{4}} = 2.5$$

- العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال التقني و الإنتاج الحدي :

$$TMST_{K,L} = \frac{-PmL}{PmK}$$

4- طبيعة غلة الحجم : $Q = 10L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}}$

$$Q_2 = Q(tK\,, tL) = 10(tL)^{1/4}(tK)^{1/4}$$

$$\Rightarrow Q_2 = 10t^{1/4}L^{1/4}t^{1/4}K^{1/4} \Rightarrow Q_2 = 10t^{2/4}L^{1/4}K^{1/4}$$

$$\Rightarrow Q_2 = t^{\frac{1}{2}}(10L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}}) \Rightarrow Q_2 = t^{\frac{1}{2}}\,Q \Rightarrow r = \frac{1}{2} = 0.5$$

و عليه دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة $0{,}5$ و منه غلة الحجم لهاته المؤسسة متناقصة.

حل التمرين السابع : لدينا دالة إنتاج مؤسسة ما بالشكل التالي : $\boldsymbol{Q = 10K^{(\frac{2}{5})}L^{(\frac{3}{5})}}$

1- دوال الإنتاجية الحدية والمتوسطة لعنصري الإنتاج العمل ورأس المال $(PMl; PMk; Pml; Pmk)$

$$Pmk = \frac{\delta Q}{\delta K} = 4K^{(\frac{-3}{5})}L^{(\frac{3}{5})} \qquad PmL = \frac{\delta Q}{\delta L} = 6K^{(\frac{2}{5})}L^{(\frac{-2}{5})}$$

$$PML = \frac{Q}{L} = 10K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{-2}{5}\right)} \qquad PMk = \frac{Q}{K} = 10K^{\left(\frac{-3}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)}$$

2- درجة تجانس دالة الإنتاج :

$$Q_1 = \mathbf{10}(tK)^{\left(\frac{2}{5}\right)}(tL)^{\left(\frac{3}{5}\right)} \Rightarrow Q_1 = \mathbf{10}K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)}(t)^{\left(\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)} \Rightarrow Q_1 = (t)^{(1)}\left(\mathbf{10}K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)}\right)$$

بما أن غلة الحجم r تساوي 1 فنقول أن الدالة متجانسة من الدرجة الأولى ومنه غلة الحجم ثابتة.

3- تحديد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني $(TMST_{L,k})$ لهذه الدالة :

$$TMST_{L,k} = -\frac{PmL}{PmK} = -\frac{6K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{-2}{5}\right)}}{4K^{\left(\frac{-3}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)}} = -\frac{3K}{2L}$$

اذا كانت قيمة المعدل الحدي للإحلال التقني $(TMST_{L,k})$ مساوية لـ (-2) فذلك يعني أن المؤسسة عليها التضحية بوحدتين من عنصر رأس المال و إحلالها بوحدة واحدة من عنصر العمل للحفاظ على نفس مستوى الإنتاج.

4- أ- تحديد معادلة المسار الأمثل لتوسع المؤسسة : (سواء بطريقة لا غرونج أو بطريقة شرطي التوازن)

$$\frac{pml}{pl} = \frac{p\,mk}{pk} \Rightarrow \frac{6K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{-2}{5}\right)}}{10} = \frac{4K^{\left(\frac{-3}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)}}{20} \Rightarrow k = \frac{1}{3}l.$$

ب- حديد الكميات المثلى من عاملي الإنتاج $(l; k)$ التي تعظم الانتاج .

$$\begin{cases} Max \rightarrow Q = f(L,K) \\ s/c : CT = LPl + KPk \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Max \rightarrow Q = \mathbf{10}K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)} \\ s/c : 300 = 10l + 20k \end{cases}$$

$$L = \mathbf{10}K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)} + \lambda(300 - 10l - 20k) \rightarrow Max$$

شروط الدرجة الأولى (الضرورية)(FOC) :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta l} = 0 \rightarrow 6K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{-2}{5}\right)} - 10\lambda = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta k} = 0 \rightarrow 4K^{\left(\frac{-3}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)} - 20\lambda = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 300 - 10l - 20k = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (03) \end{cases}$$

من (01) و(02) نجد :

$$\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{6K^{\left(\frac{2}{5}\right)}L^{\left(\frac{-2}{5}\right)}}{10} = \frac{4K^{\left(\frac{-3}{5}\right)}L^{\left(\frac{3}{5}\right)}}{20} \Rightarrow l = 3k \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$(3),(4) \rightarrow 300 - 10(3k) - 20k = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 6u \\ l = 18u \\ Q^{Max} \approx 116u \end{cases}$$

ج- تحديد سعر البيع لهاته المؤسسة .

المؤسسة لا تستطيع تلبية طلب قدره 146 وحدة، لأن أقصى كمية يمكنها أن تنتجها هي 116 وحدة، و عليه فالمؤسسة ستبيع 116 وحدة. ومنه :

* تكلفة الوحدة الواحدة (التكلفة المتوسطة) : $CM = \frac{CT}{Q} = \frac{300}{116} = 2.5862\ u,m$

* سعر البيع الوحدوي (يساوي تكلفة الوحدة الواحدة + ربح الوحدة الواحدة) :

$$P= CM+1=2,5862+1=3,5862\ um$$

* الربح الكلي الذي ستحصل عليه المؤسسة (الربح الوحدوي مضروب في حجم المبيعات):

$$\pi = 1*116 = 116\ um$$

المحاضرة الثامنة عشر :تحليل سلوك المنتج (نظرية التكاليف و الايرادات) .

عناصر المحاضرة:

أولا– نظرية التكاليف :

– تكاليف الإنتاج في الفترة القصيرة :

- ✓ **مفهوم التكاليف .**
- ✓ **دالة التكاليف في الفترة القصيرة .**
- ✓ **التكاليف الكلية في الفترة القصيرة .**
- ✓ **تكاليف الوحدة (المتوسطة).**
- ✓ **التكلفة الحدية .**

أولا– نظرية التكاليف :

- تكاليف الإنتاج في الفترة القصيرة :

1 **-مفهوم التكاليف** : التكاليف هي جميع الموارد المالية التي يتحملها المنتج لقاء حصوله على توليفات محددة من عناصر الانتاج للقيام بالعملية الانتاجية ، والهدف وراء ذلك هو تعظيم أرباح المؤسسة ، بمعنى تعظيم الفارق بين الإيرادات الكلية التي يمكن أن تتحقق نتيجة بيع ما يمكن إنتاجه وبين مجموع التكاليف الكلية التي تتحملها المؤسسة للقيام بالعمل الانتاجي المناسب .

2 **-دالة التكاليف في الفترة القصيرة** : في الفترة القصيرة يعتمد حجم إنتاج سلعة معينة على الكمية المستخدمة من عنصر الانتاج المتغير (العمل)، والكمية المستخدمة من عنصر الانتاج الثابت (رأس المال) ، ولذلك فإن تكاليف الانتاج التي يتحملها المشروع الانتاجي تتكون من تكلفة عنصر الانتاج المتغير، والذي يعكس التكاليف المتغيرة، ومن تكلفة عنصر الانتاج الثابت ،والذي يعكس التكاليف الثابتة .

تمثل دالة التكلفة العلاقة الرياضية بين حجم التكاليف وحجم الانتاج المحقق عن طريق إنفاق هذه التكاليف و تكتب بصورة عامة بالشكل التالي :

$$CT = f(Q)$$

3 **-التكاليف الكلية في الفترة القصيرة :**

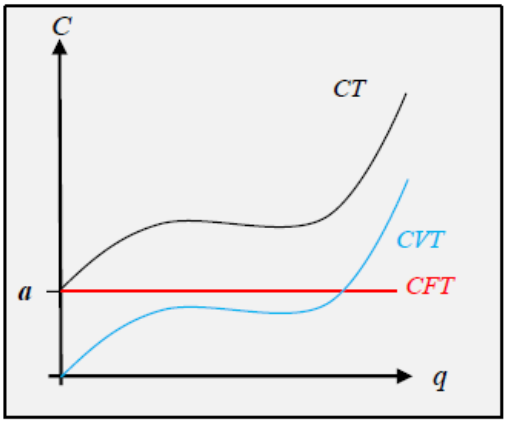
أ –**التكاليف الثابتة (CF)** : هي التكاليف التي تتحملها المؤسسة سواء كان هناك نشاط إنتاجي أو لم يكن نهائيا، فهذه التكاليف لا تتغير مع تغير حجم الانتاج ، وتمثل بشكل أساسي تكلفة المستخدمات

الأساسية ، كأقساط التأمين وإيجار المؤسسة ، ويأخذ منحنى التكاليف الثابتة شكل خط مستقيم موازي للمحور الأفقي.

ب – **التكاليف الكلية المتغيرة (CV)** : هي تكلفة عنصر الانتاج أو عناصر الانتاج المتغيرة اللازمة لإنتاج السلعة ، وهي الجزء من التكاليف في الفترة القصيرة التي تتغير بتغير حجم الانتاج من السلعة ، كتكلفة المواد الأولية ، الأجور...الخ. فدالة التكاليف المتغيرة هي دالة متزايدة ومنحناها لا يأخذ شكل خطي ، ينطلق من نقطة الأصل إلى أعلى اليمين .

ت – **التكاليف الكلية (CT)** : التكاليف الكلية في الامد القصير هي مجموع الانفاق الفعلي على النشاط الاقتصادي للمؤسسة من وجهة النظر المحاسبية ، أو مجموع الكلف الاقتصادية لعناصر الانتاج الداخلة في العملية الانتاجية من وجهة النظر الاقتصادية ، وهي عبارة عن مجموع التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة ، وتكون التكاليف الكلية مساوية للتكاليف الثابتة عندما يكون حجم الانتاج مساويا للصفر، وتزداد تبعا لزيادة الانتاج نتيجة زيادة التكاليف المتغيرة ، وبيانيا منحنى التكاليف الكلية يأخذ شكل منحنى التكاليف المتغيرة غير أنه لا ينطلق من المبدأ ، بل من النقطة a التي تمثل التكاليف الثابتة.

شكل رقم (16): التكاليف الكلية، الثابتة والمتغيرة في الفترة القصيرة



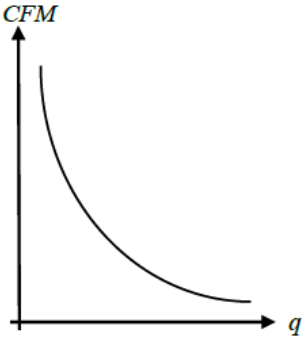
4 ـ تكاليف الوحدة (المتوسطة) : تعبر تكاليف الوحدة عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة سواء التكاليف الكلية، الثابتة أو المتغيرة .

أ –**متوسط التكاليف الكلية الثابتة (CFM)** : تعبر عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكاليف الثابتة وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الثابتة على عدد الوحدات المنتجة، ويعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$CFM = \frac{CF}{Q}$$

و يأخذ منحنى متوسط التكاليف الكلية الثابتة الشكل التالي :

شكل رقم (17): منحنى متوسط التكاليف الكلية الثابتة

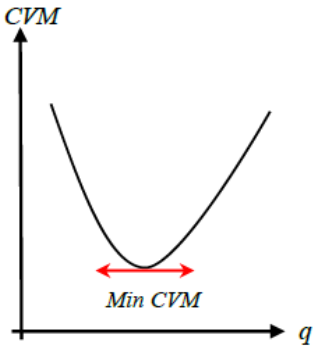


ب – **متوسط التكاليف الكلية المتغيرة** (CVM) :تعبر عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكاليف المتغيرة وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف المتغيرة على عدد الوحدات المنتجة، ويعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$CVM = \frac{CV}{Q}$$

و يأخذ منحنى متوسط التكاليف الكلية المتغيرة شكل حرف U كما هو موضح :

شكل رقم (18): منحنى متوسط التكاليف الكلية المتغيرة

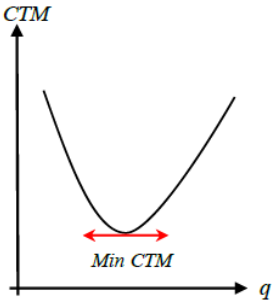


ت – **متوسط التكاليف الكلية** (CTM) : تعبر عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكاليف الكلية وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الثابتة على عدد الوحدات المنتجة، وهي أيضا مجموع متوسط التكاليف الكلية الثابتة والمتغيرة ، ويعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$CTM = \frac{CT}{Q}$$

منحنى متوسط التكاليف الكلية يشبه منحنى متوسط التكاليف الكلية المتغيرة أي يأخذ شكل حرف U كما هو موضح :

شكل رقم (19): منحنى متوسط التكاليف الكلية



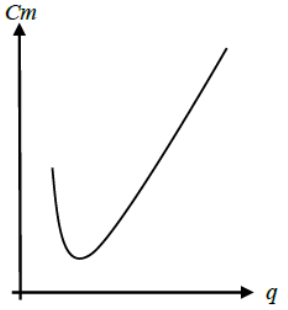
5 ـالتكلفة الحدية (Cm) : هي عبارة عن مقدار ما تضيفه كل وحدة منتجة إلى التكلفة الكلية ، أي هي التغير في التكاليف الكلية الناجمة عن التغير أو زيادة الكمية المنتجة بوحدة واحدة ، وبما أن التكاليف الكلية الثابتة لا تتغير بتغير حجم الانتاج ، يمكن إيجاد التكلفة الحدية بدلالة التكاليف الكلية المتغيرة ، ويعبر عن التكلفة الحدية بالعلاقات التالية :

$$Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$$ حالة البيانات المتقطعة

$$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q}$$ حالة البيانات المستمرة

ويأخذ منحنى التكلفة الحدية الشكل التالي :

شكل رقم (20): منحنى التكلفة الحدية



➢ **مثال** : الجدول التالي يبين مستوى الانتاج وقيمة التكلفة الكلية المقابلة لهذا المستوى :

Q	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
CT	04	10	13	15	16	17.1	18.5	21	27	**36**

المطلوب :

–أوجد التكلفة الكلية الثابتة والمتغيرة .

–أوجد Cm, CVM, CFM, CTM

–ارسم المنحنيات السابقة ، ماذا تستنتج ؟

- **الحل** :

Q=0 ⇒ CF = 04

CT = CF + CV ⇒ CV = CT – CF

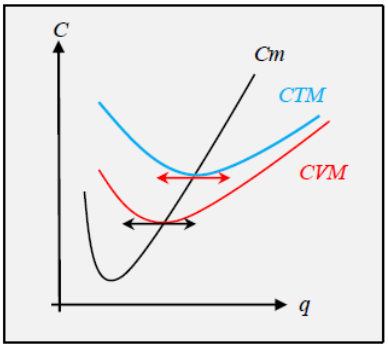
$$CTM = \frac{CT}{Q} ; CVM = \frac{CV}{Q} ; CFM = \frac{CF}{Q} ; Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$$

Q	00	01	2	3	4	5	6	7	8	9
CT	4	10	13	15	16	17.1	18.5	21	27	36
CF	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
CV	00	6	9	11	12	13.1	14.5	17	23	32

CTM	/	10	6.5	5	4	3.42	3.08	3	3.37	4
CFM	/	4	2	1.33	1	0.8	0.66	0.57	0.5	0.44
CVM	/	6	4.5	3.66	3	2.62	2.41	2.42	2.87	3.55
Cm	/	6	3	2	1	1.1	1.4	2.5	6	9

- التمثيل البياني :

التكلفة الحدية ومتوسط التكاليف الكلية والمتغيرة في الفترة القصيرة



الاستنتاج : من التمثيل البياني أعلاه نستنتج أن :

- ✓ CFT مستقلة عن حجم الانتاج يتحملها المنتج حتى عند Q = 0 .
- ✓ CVT تتغير بتغير حجم الانتاج ، لأن زيادة حجم الانتاج يتطلب الزيادة في شراء عناصر الانتاج ما يعني الزيادة في تكاليف الانتاج المتغيرة .
- ✓ منحنى CFM متناقص ، لأن زيادة الانتاج يسمح بتوزيع CF على عدد متزايد من الوحدات المنتجة .
- ✓ شكل منحنى CT معاكس لشكل منحنى دالة الانتاج لأن الانتاج المتزايد يؤدي إلى تكلفة متناقصة والعكس صحيح ، أي التكلفة الكلية متزايدة بمعدل متناقص حتى نقطة الانعطاف وبعدها تتزايد بمعدل متزايد .
- ✓ التكلفة الحدية Cm تتزايد عندما تتناقص الانتاجية الحدية ولذلك يكون شكل منحنى Cm يشبه حرف U، وبما أن التكلفة الحدية هي مشتق التكلفة الكلية فإن هذه الأخيرة تتزايد بمعدل متناقص عند تناقص التكلفة الحدية ، وتمر من نقطة الانعطاف عندما تبلغ التكلفة الحدية نهايتها الصغرى وبعد ذلك تتزايد بمعدل متزايد لأن التكلفة الحدية متزايدة.

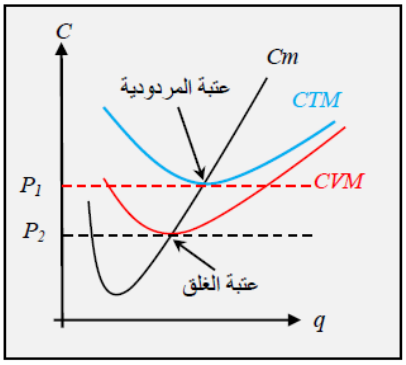
1 –يقطع منحنى التكلفة الحدية منحنى متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة في نقاطهما الدنيا ، وطالما كانت التكلفة الحدية أقل من متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة، فإن زيادة الانتاج تؤدي إلى تناقص متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة، في حين ترتفع التكلفة الكلية و التكلفة الكلية المتغيرة إذا كان منحنى التكلفة الحدية أعلى من متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة.

عتبة المردودية وعتبة الغلق : عتبة المردودية تطلق على الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية (Min CTM)، وعندما يتساوى السعر مع الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية يكون الربح معدوم (ربح

عادي) ويطلق على هذا السعر **بعتبة المردودية** فهي نقطة تعادل تتساوى عندها التكاليف مع الإيرادات ، وكلما ارتفع السعر عن عتبة المردودية فسيحقق المنتج ربح اقتصادي ، والعكس إذا انخفض سيتحمل خسارة ، أما السعر الذي يقابل الحد الأدنى للتكاليف المتغيرة يطلق عليه **عتبة الغلق** حيث يغطي المنتج جميع التكاليف المتغيرة ويخسر كل التكاليف الثابتة ، ويمثل مقدار التكاليف الثابتة أكبر خسارة يمكن أن يتحملها المنتج في الفترة القصيرة ، فإذا زاد السعر عن الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية المتغيرة $P_q > Min\ CVM$ يستمر المنتج في الانتاج ، وإذا كان أقل $P_q < Min\ CVM$ يتوقف المنتج عن الانتاج .

عتبة المردودية وعتبة الإغلاق متعلقة بتحليل التكاليف في الفترة القصيرة بينما في الفترة الطويلة نجد فقط مصطلح عتبة المردودية لاعتبار جميع التكاليف تكون متغيرة فيها .

عتبة المردودية وعتبة الإغلاق



مثال : إذا كانت دالة التكلفة لمنتج معين معطاة بالشكل التالي :

$$CT = 3Q^2 + 2Q + 1$$

المطلوب : حدد كل من عتبة المردودية وعتبة الإغلاق ؟

الحل :

– تحديد عتبة المردودية :

$$Cm = CTM\ ou\ P = Min\ CTM$$

$$Cm = 6Q + 2\ ; CTM = 3Q + 2 + \frac{1}{Q}$$

$$Cm = CTM \rightarrow 6Q + 2 = 3Q + 2 + \frac{1}{Q} \rightarrow Q = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$MinCTM = 5{,}46um$$

– تحديد عتبة الإغلاق : $Cm = CVM\ ou\ P = Min\ CVM$

$$Cm = 6Q + 2\ ; CTM = 3Q + 2$$

$$Cm = CVM \rightarrow 6Q + 2 = 3Q + 2$$

$$\rightarrow Q = 0 \qquad MinCVM = 2\ um$$

المحاضرة التاسعة عشر :تحليل سلوك المنتج (نظرية التكاليف و الايرادات)

عناصر المحاضرة:

أولا– نظرية التكاليف (تابع):

– تكاليف الإنتاج في الفترة الطويلة :

- ✓ **دالة التكاليف في الفترة الطويلة .**
- ✓ **التكاليف الكلية في الفترة الطويلة .**
- ✓ **التكاليف المتوسطة في الفترة الطويلة .**
- ✓ **التكلفة الحدية في الفنرة الطويلة .**

ثانيا– الإيرادات :

- ✓ **الإيراد الكلي .**
- ✓ **الإيراد المتوسط .**
- ✓ **الإيراد الحدي .**

ثالثا– القاعدة العامة لتعظيم الربح

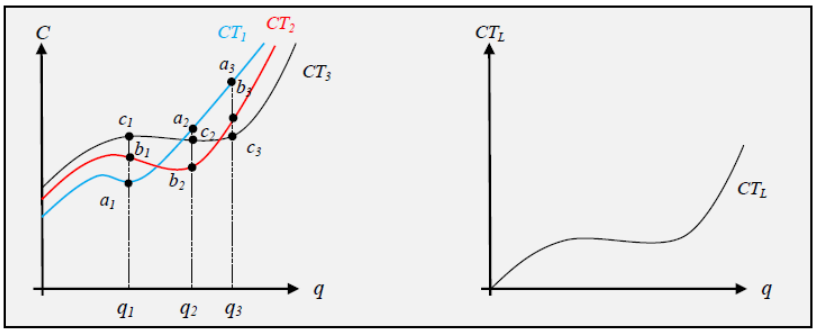
- ✓ **تمارين تدريبية مع الحلول**

1 -**دالة التكاليف في الفترة الطويلة :** في الفترة الطويلة تتمكن المؤسسة من تغيير كل عوامل الانتاج ، وهذا تبعا لطبيعة العملية الانتاجية ومدى تخصص المعدات الرأسمالية ، وبالتالي فإن التكاليف جميعها تكون متغيرة بما في ذلك التكاليف التي كانت ثابتة في الفترة القصيرة ، إذن تعتبر التكاليف الثابتة CF متغيرا مستمرا .

أ –**التكاليف الكلية في الفترة الطويلة :** منحنى التكلفة الكلية في الفترة الطويلة يمثل غلاف لمنحنى التكاليف الكلية في الفترة القصيرة ، والمنتج كلما أراد تغيير حجم الانتاج سيختار دائما أقل تكلفة ، فإذا أراد إنتاج Q_1 يختار المشروع الأول لأنه يحقق أقل تكلفة عند a_1 وعليه a_1 تكون واقعة على منحنى التكلفة في الفترة القصيرة ومنحنى التكلفة في الفترة الطويلة في نفس الوقت ، وإذا أراد رفع الانتاج إلى Q_2 فإنه سيختار المشروع الثاني بتكلفة أقل من الابقاء على القدرة الانتاجية الأولى ، لأنه سوف يحقق انتاج

بتكلفة أعلى b_2، وهكذا إذا أراد رفع حجم الانتاج إلى Q_3 سيختار المشروع الثالث لأن القدرة الانتاجية له تسمح له بتحقيق ذلك بأقل تكلفة عند C_3 (انظر الشكل) .

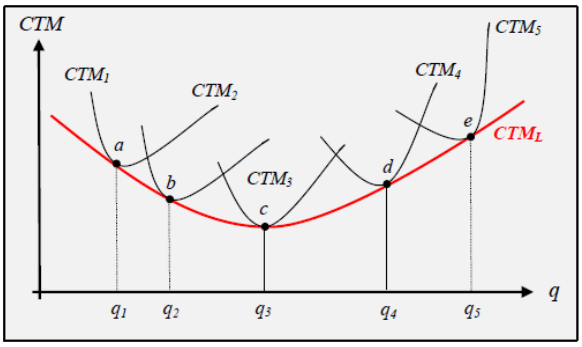
شكل رقم (21): منحنى التكاليف الكلية في الفترة الطويلة



ب – **التكلفة المتوسطة في الفترة الطويلة** : منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل يمثل غلاف لمنحنى التكلفة المتوسطة في الأمد القصير ، وتمثل كل نقطة منه نقطة مثلى (أدنى تكلفة) بالنسبة لمستوى الانتاج المناسب ، تأخذ التكلفة المتوسطة في المدى الطويل شكل حرف U بسبب وجود اقتصاديات الحجم ، لذا تتناقص التكاليف المتوسطة مع زيادة الحجم ،وعندما تصل المؤسسة للحجم الامثل تصل التكلفة المتوسطة إلى أدنى مستوى ، بعدها أي زيادة في حجم الانتاج ستؤدي إلى زيادة التكاليف المتوسطة .في الواقع يواجه المنتج عدد كبير من الأحجام ، نفترض مؤسسة تتوفر على 5 أحجام للطاقة الانتاجية ومنحنيات متوسط التكاليف في الفترة القصيرة تمثل هذه الأحجام ، الملاحظ من الشكل أدناه أن المؤسسة لها حرية الاختيار بين ما يتوفر من اقتراحات ومما لاشك فيه ستختار المؤسسة الحجم الذي يتحقق عند أقل تكلفة ممكنة ، ومن الشكل كل نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل تمثل نقطة تماس مع منحنى التكلفة في المدى القصير ، فمنحنى التكاليف المتوسطة سيتكون من الأجزاء السفلية المتصلة من منحنيات التكاليف المتوسطة قصيرة الأجل ، أي أنه يمثل منحنى غلاف يحيط بالمنحنيات الخاصة بالتكاليف المتوسطة في الأجل القصير ، كما نلاحظ من الشكل أنه على يسار Q_3 يكون ميل المنحنيين سالب يعني أن المؤسسة تستعمل طاقة انتاجية أقل من طاقتها القصـوى ، بينما على يمين Q_3 تتجاوز المؤسسة طاقتها الانتاجية .

النقطة Q_3 هي نقطة التوازن في المدى الطويل وعندها تتساوى التكلفة المتوسطة في المدى القصير مع التكلفة المتوسطة في المدى الطويل

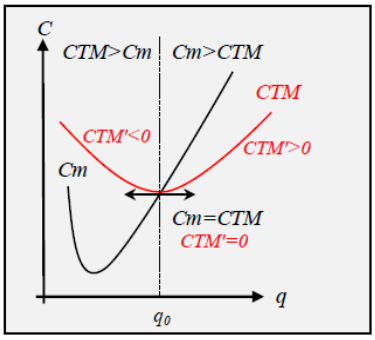
شكل رقم (21): متوسط التكاليف الكلية في الفترة الطويلة .



ت – **التكلفة الحدية في الفترة الطويلة** : إن منحنى التكلفة الحدية في المدي الطويل عبارة عن منحنى يربط النقاط المثلى لمنحنيات التكاليف الحدية في المدى القصير ، وهي عبارة عن التغير في التكاليف الكلية نتيجة التغير في الانتاج بوحدة واحدة .

منحنى التكلفة الحدية في الأجل الطويل يقطع منحنى التكلفة المتوسطة طويلة الأجل في نقطته الدنيا وهي تمثل مستوى **الانتاج الأمثل** .

شكل رقم (22): العلاقة بين متوسط التكاليف الكلية والتكلفة الحدية في الفترة الطويلة



ثانيا – الايرادات :

الايراد هو القيم النقدية التي تحصل عليها المؤسسة من جراء بيع منتجاتها في السوق ، ويتم التمييز بين 3 أنواع من الايرادات هي الإيراد الكلي، الإيراد المتوسط والإيراد الحدي.

2 –**الإيراد الكلي** : ويعني مجموع ما تحصل عليه المؤسسة من بيع منتجاتها في السوق ، وبالتالي يمثل سعر الوحدة المباعة في عددها، ويتأثر شكل المنحنى الذي يمثله بحسب طبيعة السوق ، وكلما ازدادت الكميات المباعة كلما ازداد الإيراد تبعا لذلك فإذا باعت المؤسسة الكمية Q من منتجاتها بسعر P_q يكون الإيراد الكلي للمؤسسة خلال الفترة هو : $RT = P_q \times Q$

3 –**الإيراد المتوسط** : الإيراد المتوسط هو إيراد (السعر) الوحدة الواحدة ، وهي حاصل قسمة الإيراد الكلي على عدد الوحدات المباعة ، ويمكن إيجاده من خلال العلاقة التالية :

$$RM = \frac{RT}{Q} = \frac{P \times Q}{Q} = P$$

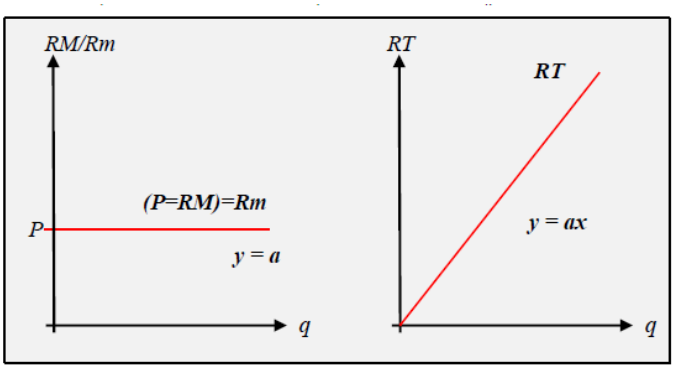
4 **-الإيراد الحدي** : هو التغير في الإيراد الكلي نتيجة التغير في الكمية المنتجة بوحدة واحدة ويمكن إيجاده بالعلاقة التالية :

$$Rm = \frac{\Delta RT}{\Delta Q}$$ حالة البيانات المتقطعة

$$Rm = \frac{\delta RT}{\delta Q}$$ حالة البيانات المستمرة

والملاحظ أنه في سوق المنافسة التامة يكون السعر مساويا للإيراد المتوسط ومساويا للإيراد الحدي **P=RM=Rm** ، وعليه فإن منحنيات الإيراد تأخذ الشكل التالي :

شكل قم (23): منحنيات الإيراد (الكلي ،المتوسط والحدي)



ثالثا– القاعدة العامة لتعظيم الربح:

بالنسبة للربح أيضا نميز بين الربح الكلي ، والربح المتوسط والربح الحدي .

أ –**الربح الكلي** : يعرف الربح الكلي على أنه صافي عائدات المنتج ، أي ناتج الفرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية ويكتب بالشكل التالي : $\pi = RT - CT$

بما أن كل من الإيراد الكلي والتكلفة الكلية دالتان في حجم الإنتاج ، فإن الربح أضا دالة في حجم الانتاج أي :

$$\pi = f(Q)$$

ب – **الربح المتوسط** : هو ربح الوحدة المباعة الواحدة ، ويتم الحصول عليه بقسمة الربح الكلي على عدد الوحدات المباعة بالشكل التالي : $\pi M = \frac{\pi}{Q}$

ث – **الربح الحدي** :يعبر عن التغير الحاصل في الربح الكلي عند التغير في الكميات المباعة بوحدة واحدة ، أي التغير في الربح مقسوما على التغير في الكميات المباعة كما هو موضح في العلاقة التالية :

$$\pi m = \frac{\Delta \pi}{\Delta Q}$$ حالة البيانات المتقطعة

$$\pi m = \frac{\delta \pi}{\delta Q}$$ حالة البيانات المستمرة

5 **شروط تعظيم الربح** : أعظم ربح أو أعلى ربح هو أعلى فرق موجب بين الإيردات الكلية والتكاليف الكلية وبما أن الربح دالة في الكميات المنتجة فإن القيمة العظمى لهذه الدالة تتحقق عند تحقق الشرطين التاليين:

✓ **الشرط اللازم** : هو أن يكون الربح الحدي يساوي الصفر أي المشتقة الأولى تساوي الصفر .

$$\frac{\delta\pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow Rm = Cm$$

✓ **الشرط الكافي** : هو أن تكون المشتقة الثانية سالبة .$\frac{\delta^2 \pi}{\delta Q^2} < 0$

6 – اشتقاق دالة عرض المنتج : يمكن الشرط الأول تعظيم الربح في الفترة القصيرة في ظل المنافسة من اشتقاق دالة عرض المنتج ، ويقتضي الشرط اللازم تساوي التكلفة الحدية مع ثمن البيع $(P_q=Cm)$ ، فمنحنى العرض هو ذلك الجزء المتصاعد من منحنى التكلفة الحدية Cm ، الذي يبدأ من نقطة تقاطع منحنى التكلفة الحدية ومتوسط التكلفة المتغيرة CVM أي عند عتبة الغلق ، فكلما كان ثمن البيع في الفترة القصيرة أقل من الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة يتوقف المنتج عن الإنتاج ، وكلما كان ثمن البيع أكبر من الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة يمكن للمنتج الإستمرار في الإنتاج طالما هو قادر على تغطية التكاليف المتغيرة .

تمارين تدريبية :

التمرين الأول : تبلغ الطاقة القصوى لإحدى المؤسسات الإنتاجية 1000 وحدة منتجة ، ويبلغ ثمن بيع الوحدة الواحدة 15 ون . فإذا علمت أنه :

✓ قبل البدء في الإنتاج بلغت التكلفة الإجمالية 3000 ون.

✓ التكلفة المتغيرة للوحدة المنتجة 10 ون .

✓ ولديك الجدول التالي :

وحدات الإنتاج Q	100	200	600	700
التكلفة الثابتة CF				
التكلفة المتغيرة CV				
الإيرادات الكلية RT				
الربح $\pi = RT - CT$				

المطلوب :

–إكمال الجدول أعلاه ؟

–تحليل وضعية المؤسسة بالاعتماد على المعطيات السابقة والنتائج المحصل عليها ؟

الحل :مثال عن كيفية إكمال الجدول عند حجم الانتاج 100 وحدة

وحدات الإنتاج Q	100 وحدة
التكلفة الثابتة CF	CF=3000 um
التكلفةالمتغيرة CV	CV=10 ×100=1000 um
الإيرادات الكلية RT	RT=P_q× Q=15× 100= 1500um
الربح $\pi = RT - CT$	$\pi = RT - (CV + CF) = (-2500um)$

وحدات الإنتاجQ	100	200	600	700
التكلفة الثابتةCF	3000	3000	3000	3000
التكلفةالمتغيرةCV	1000	2000	6000	7000
الإيرادات الكليةRT	1500	3000	9000	10500
الربح $\pi = RT - CT$	$(-2500um)$	$(-2000um)$	0 um	500 um

تحليل وضعية المؤسسة : يتضح من الجدول أنه عند 100 و 200 وحدة إنتاجية تحقق المؤسسة خسارة ، وعند 600 وحدة إنتاجية يكون الربح معدوم أي تتعادل التكاليف الكلية مع الإيرادات الكلية ، وبالتالي عتبة مردودية هذه المؤسسة تكون عند 600 وحدة إنتاجية ، فأي حجم إنتاج أقل من مستوى 600 يحقق خسارة للمؤسسة ، و أكبر من ذلك يحقق ربح .

التمرين الثاني :

دالة التكلفة الكلية لإحدى المؤسسات من أجل إنتاج سلعة ما بالشكل التالي :

$CT=0.1Q^3 -2Q^2+15Q+30.$

المطلوب :

01 – هل دالة التكلفة الكلية في الفترة القصيرة أم الطويلة ؟ علل إجابتك ؟

02 – حددمختلف دوال التكلفة ؟

03 – حدد عتبة الغلق بالنسبة للمؤسسة ؟

04 – إذا كان ثمن البيع يقدر بـ 22.5 ون ، ما هو حجم الإنتاج الذي يعظم ربح المؤسسة ؟

05 – حدد دالة عرض المنتج ؟

الحل النموذجي :

01 – دالة التكلفة الكلية في الفترة القصيرة لوجود التكاليف الثابتة التي لا ترتبط بحجم الإنتاج

$Q=0 \Rightarrow CT=CF=30.$

2– تحديد مختلف دوال التكلفة CV:

✓ دالة التكلفة المتغيرةCV:

$CT=CV+CF \Rightarrow CV=CT-CF \Rightarrow CV= 0.1Q^3 -2Q^2+15Q.$

✓ التكلفة الحدية Cm:

$Cm=\frac{\delta CT}{\delta Q} \Rightarrow Cm=0.3Q^2 -4Q+15.$

✓ متوسط التكاليف الكلية CTM :

$CTM = \frac{CT}{Q} \Rightarrow CTM=0.1Q^2-2Q+15+\frac{30}{Q}.$

✓ متوسط التكاليف الكلية المتغيرة CVM :

$CVM = \frac{CV}{Q} \Rightarrow CVM=0.1Q^2-2Q+15.$

✓ متوسط التكاليف الكلية الثابتة CFM :

$CFM = \frac{CF}{Q} \Rightarrow CFM=\frac{30}{Q}.$

3– تحديد عتبة الغلق :

$\text{Min CVM} \Rightarrow \frac{\delta CVM}{\delta Q} = 0 \Rightarrow 0.2Q-2=0 \Rightarrow Q=10.$

$CVM(q=10)= 0.1(10)^2-2(10)+15=5um$

السعر الذي يقابل الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية المتغيرة يطلق عليه عتبة الغلق، فإذا زاد السعر عن الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية المتغيرة $P_q > 5um$ يستمر المنتج في الإنتاج ويعرض السلعة، وإذا كان أقل $P_q < 5um$ يتوقف المنتج عن الإنتاج ولا تعرض أي كمية من السلعة لأنها ستحقق خسارة فعند عتبة الغلق تغطي المؤسسة التكاليف المتغيرة وتخسر كل التكاليف الثابتة .

4– تحديد حجم الإنتاج الذي يعظم ربح المؤسسة عند سعر البيع 22.5 ون :

$\pi= RT- CT$

$\pi= (P\times Q)-CT$

$\pi= 22.5Q-(0.1Q^3 -2Q^2+15Q+30)$

$\pi= -0.1Q^3 +2Q^2+7.5Q-30$

- **الشرط اللازم** : هو أن يكون الربح الحدي يساوي الصفر أي المشتقة الأولى تساوي الصفر

- $\frac{\delta\pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow -0.3Q^2+4Q+7.5=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 4^2-4(-0.3)(7.5)$

$\Delta = 25.$

$\sqrt{\Delta} = 5$

$Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$Q_1 = 15$ u مقبول

$Q_2 = -303$ u مرفوض

✓ **الشرط الكافي** : هو أن تكون المشتقة الثانية سالبة . $\frac{\delta^2 \pi}{\delta Q^2} < 0$

$-0.6Q+4 = -0.6(15)+4 = -9+4 = -5 < 0$ الشرط محقق

ومنه 15 وحدة إنتاجية تعظم ربح المنتج عند سعر البيع الوحدوي 22.5 ون ويقدر الربح بـ 195 ون

$\pi = -0.1(15)^3 +2(15)^2+7.5(15)+30.$

$\pi = 195$um

5– تحديد دالة عرض المنتج : نشتق دالة عرض المنتج من الشرط الأول لتعظيم الربح :

$\frac{\delta\pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow P_q = Cm$.

$P_q = 0.3Q^2 -4Q+15.$

تمارين تدريبية مع الحلول [1]:

التمرين الأول :

لنفرض أنه تم تقدير النموذج المعبر عن تغيرات مخرجات مؤسسة إنتاجية معينة بالصيغة التالية:

$Q_X = 10\ L^{1/3} K^{1/3}$ ،كما أن سعري وحدة واحدة من عاملي (العمل L،راس المـال K) هما على التوالـي: PL =08, PK= 02um و كان مبلغ التكاليف الثابتـة الكلية التي تتحملها المؤسسة نظير توظيفها لعنصر إنتاج آخر ثابت هو: CFT = 50 um .

المطلوب :

01– إيجاد الصيغة الرياضية لدالة التكلفة الكلية في الأجل الإنتاجي القصير لهذه المؤسسة بدلالة كمية الانتاج ;

[1] من إعداد أعضاء الفرقة البيداغوجية لمقياس الاقتصاد الجزئي، كلية العلوم الاقتصادية،التجارية وعلوم التسيير، جامعة ابن خلدون،تيارت .

02 – استنتاج عبارتي دالتي التكلفة المتوسطة والحدية في الأجل الإنتاجي القصير لهذه المؤسسة بدلالة كمية الإنتاج ;

التمرين الثاني :

لتكن لدينا دالة إنتاج إحدى المؤسسات والمعطاة بالصيغة التالية : $Q_X = L^{1/2} K^{1/3}$ ، وكان السعران الوحدويان لعوامل الانتاج (العمل L وراس المال K) هما على التوالي :

PL = PK= 01um ، والسعر الوحدوي لبيع المنتوج هو 06 ون ، وكانت قيمة التكلفة الثابتة الكلية هي : CFT = 04 um .

المطلوب :

01 – حدد عبارة دالة التكلفة الكلية لهذه المؤسسة بدلالة حجم إنتاجها، ثم نفس الشيء بالنسبة لتكلفتيها المتوسطة والحدية ;

02 – حدد كمية الإنتاج التي تحقق أقصى ربح كلي ممكن مع ثبات جميع الأسعار ;احسب مقدار الربح الكلي حينئذ ;

التمرين الثالث :

لنفرض أن هناك مشروعا إنتاجيا معينا يزاول نشاطه الصناعي الذي يجعله يتحمل تكاليف إنتاج متزايدة بتزايد حجم الإنتاج المخرجات (سلعة معينة) وذلك وفقا للبيانات الرقمية الواردة في الجدول التالي :

Q_x	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
CT	70	220	320	390	440	470	490	560	640	738	**850**

المطلوب :

01 – إعطاء ملاحظاتك الأولية حول البيانات الواردة في هذا الجدول ;

02 – تحديد قيم تكاليف الإنتاج التالية (Cm,CM ,CVM,CFM,CVT,CFT) ;

03 – التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف (CT,CVT,CFT) في نفس المعلم المتعامد ، مع إعطاء تعليق على المنحنيات الثلاثة ;

04 – التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف (Cm,CM,CFM ;CVM) في معلم متعامد آخر ، مع إعطاء تعليق على المنحنيات الأربعة ;

05 – تقديم استنتاجاتك من خلال ما يبديه التمثيل البياني للمنحنيات السابقة ;

التمرين الرابع : تنتج مؤسسة افتراضية سلعة معينة باستخدام عاملين من عوامل الإنتاج هما العمل L وراس المال K، حيث لا يمكنها في الفترة القصيرة تغيير كمية عامل رأس المال، لذا فإن كمية منتوجها ستتغير وفقا لتغير عنصر العمل كما هو موضح في الجدول أدناه :

L (كمية العمل)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q(كمية الإنتاج)	00	10	24	39	52	61	66	68	**69**

– فإذا علمت أن التكلفة الإجمالية لرأس المال الذي تستخدمه هذه المؤسسة هو 42 ون، وتكلفة الوحدة الواحدة من العمل 12 ون

المطلوب :

01– احسب قيم الإنتاجية الحدي للعمل PmL ، والإنتاجية المتوسط للعمل PML ;

02- استنتج قيم التكاليف الممكن حسـابها (CT,CF,CV, CFMO, CVMO, CMO, CMA.) ;

03- مثل بيانيا وفي نفس المعلم المتعامد منحنيات التكاليف (Cm,CM,CVM) ومنحنيي الإنتاجيتين PmLو PML ;

04-ذكر ملاحظاتك واستنتاجاتك من خلال التمثيل البياني للمرحنيات الخمسة السابقة ;

التمرين الخامس :

لتكن دالة تكاليف الإنتاج الكلية الخاصة بمؤسسة معينة على الشكل التالي :

$$CT = 1.5Q^3 - 7.5Q^2 + 15Q + 15$$

المطلوب :

01 – التعليق على عبارة دالة التكلفة الكلية ;

02 – استنتاج عبارة دوال التكلفة المتوسطة ،التكلفة المتغيرة المتوسطة ،التكلفة الثابتة المتوسطة والتكلفة الحدية ;

03 – استنتاج صيغة دالة العرض في الأجل القصير لهذه المؤسسة مع فرضية ثبات سعر البيع الوحدوي لنتوجها ;

التمرين السادس :

إذا ما نظرنا إلى الصيغة : $CT=0.5Q^3-4Q^2+16Q$ على أنها عبارة دالة التكاليف الكلية لمؤسسة إنتاجية معينة

المطلوب:

01 – التعليق على عبارة دالة التكاليف الكلية مع ذكر أهم أوجه الاختلاف بين هذه العبارة وعبارة دالة التكاليف الكلية للتمرين الخامس ;

02 – استنتاج صيغ دوال مختلف تكاليف الإنتاج الممكن إيجادها من خلال هاته العبارة لدالة التكاليف الكلية ;

التمرين السابع :

إذا كانت صيغة دالة التكاليف الحدية الخاصة بمشروع معين هي :

$Cm = 15Q^2 - 30Q + 25$، و مقدار التكاليف الثابتة الكلية 55ون .

المطلوب :

01 – إيجاد صيغ مختلف دوال التكاليف الممكن استنتاجها ;

02 – إيجاد نقطة تقاطع منحنيي التكلفة الحدية والتكلفة المتغيرة المتوسطة جبريا وليس بيانيا ;

التمرين الثامن : تنتج مؤسسة صناعية سلعة معينة وفق المعطيات التالية: مبلغ التكاليف الثابتة الكلية : **52000 ون** ، مقدار التكاليف المتغيرة لتصنيع ما مقداره Q وحدة من هذه السلعة :

$CVT = 0.05Q^2 - 30\ Q$. السعر الوحدوي لبيع هذه السلعة :

$P = -0.05\ Q + 180$. مع افتراض أن المنتج رشيد و عقلاني، و ثبات حجم هذا المخزون من السلعة (كل ما ينتج يباع) وثبات العوامل الأخرى .

المطلوب :

01 – تعيين عبارات دوال كل من: التكلفة الكلية CT ، التكلفة المتوسطة للوحدة الواحدة CM ، التكلفة الحدية Cm ، الإيراد الكلي RT

02 – استنتاج دالة الربح الكلي لهذه المؤسسة ΠT

03 – التمثيل البياني في نفس المعلم المتعامد لدوال التكلفة الكلية و الإيراد الكلي و الربح الكلي لهذه المؤسسة مع التعليق عليها ;

04 – تحديد موضع تحقيق هذه المؤسسة لأرباحها الكلية (جبريا و بيانيا) ;

05 – تحديد موضع تعظيم هذه المؤسسة لأرباحها الكلية (جبريا و بيانيا) ، مع حساب قيمة الربح الكلي القصوى حينئذ ;

06 – استنتاج عبارة دالة العرض الخاصة بهذه المؤسسة حين يتم فرض تثبيت سعر البيع الوحدوي لمنتوجها ;

07 – تعيين عبارة دالة العرض لهذه المؤسسة إذا ما انخفضت التكاليف المتغيرة الكلية للنصف و بقاء الأمور الأخرى على حالها على حالها ;

08 – تعيين عبارة دالة العرض لهذه المؤسسة إذا ما انخفضت التكاليف الثابتة الكلية للنصف و بقاء الأمور الأخرى على حالها على حالها ;

التمرين التاسع : لنفترض أن الجدول التالي يتضمن بيانات اقتصادية وتقنية مهمة عن منشأتين إنتاجيتين افتراضيتين متنافستين في سوق معين حيث ينتجان سلعة متجانسة من نفس النوع (بمواصفات متماثلة تماما)، ويتحملان نفس تكاليف نقل و عرض وتوزيع وتسويق مبيعاتهما .

المؤسستان	صيغة دالة إنتاج المؤسسة	الأسعار الوحدوية لعوامل الإنتاج	مبلغ التكاليف الثابتة الكلية
المؤسسة الأولى (F_1)	$Q_X = 10l^{\frac{1}{4}}k^{\frac{1}{4}}$	$PK = 02um$, $PL = 08um$	$CFT = 42um$
المؤسسة الثانية (F_2)	$Q_X = 5l^{\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}}$	$PK = 18um$, $PL = 02um$	$CFT = 42um$

المطلوب :

01 – تحديد حجم الإنتاج الذي يجعل كلا المؤسستين بنفس القدرة التنافسية في هذه السوق ;

02 – استنتاج المجال الذي تكون فيه كل مؤسسة في موقف قوة في هذه السوق مقارنة بالمؤسسة الأخرى ;

03 – تحديد صيغتي دالتي العرض بالنسبة لهاتين المؤسستين ، مع التعليق على الصيغتين ;

04 – المقارنة فيما بين هاتين المؤسستين فيما يتعلق بحجم الإنتاج الواجب الوصول إليه حتى تسترجع مبلغ تكاليف الإنتاج الكلية ;

الحلول النموذجية :

حل التمرين الأول :

1– استنتاج الصيغة الرياضية لدالة التكلفة الكلية في الأجل القصير لهذه المؤسسة بدلالة كمية الإنتاج:

أ–يمكن استنتاج هذه الصيغة بطريقة مضاعف لاغرونج :

نقوم بتشكيل نموذج تعظيم دالة الإنتاج كما يلي:

$$\mathcal{L} = 10\,L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{1}{3}} + \lambda\,(CT - 8L - 2K - 50) \rightarrow max$$

وبحل هذا النموذج (حل شروط الدرجة الأولى فقط) نجد:

الشروط الضرورية (شروط الدرجة الأولى *F.O.C*):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \Rightarrow \left(\dfrac{10}{3}\right)l^{-(\frac{2}{3})}k^{(\frac{1}{3})} - 8\lambda = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \Rightarrow \left(\dfrac{10}{3}\right)l^{(\frac{1}{3})}k^{-(\frac{2}{3})} - 2\lambda = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow CT - 8L - 2K - 50 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3) \end{cases}$$

من المعادلتين الأولى والثانية نجد:

$$(1),(2): \lambda=\lambda \Rightarrow \frac{\left(\frac{10}{3}\right)l^{-\frac{2}{3}}k^{\frac{1}{3}}}{8} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)l^{\frac{1}{3}}k^{\frac{-2}{3}}}{2} \Rightarrow \frac{\left(\frac{10}{3}\right)k^{\frac{1}{3}}}{8l^{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)l^{\frac{1}{3}}}{2k^{\frac{2}{3}}}$$

$$\Rightarrow K=4\,L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

من المعادلتين الثالثة والرابعة نجد:

$$(3),(4) \Rightarrow CT - 8L - 2(4L) - 50 = 0$$

$$\Rightarrow CT=16L + 50 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

وبالتعويض عن K بما يساويها من المعادلة (4) في عبارة دالة الإنتاج نجد:

$$Q = 10l^{\frac{1}{3}}(4L)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \mathbf{Q=10(4)^{\frac{1}{3}}l^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow$$

$$\mathbf{L=\frac{Q^{\frac{3}{2}}}{63}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

وبالتعويض عن L بما يساويها من المعادلة (6) في المعادلة (5) نجد:

$$(5),(6) \Rightarrow CT=16\,\frac{Q^{\frac{3}{2}}}{63} + 50 \Rightarrow \mathbf{CT=0,25Q^{\frac{3}{2}}+50}$$ **وهي صيغة دالة التكاليف الكلية**

ب–كما يمكن إيجاد الصيغة الرياضية لدالة التكاليف بدلالة حجم الإنتاج من خلال تطبيق شرطي توازن المنتج:

نحن نعلم أن:

$$Q = f(K,L) \rightarrow max; s.c.CT = c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{PmL}{PL} = \frac{Pmk}{Pk} & \dots\dots\dots\dots\dots(1) \\ CT = LPL + KPK + CFT \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

ومنه نجد:

$$\frac{PmL}{PL} = \frac{Pmk}{Pk} \Rightarrow \frac{\left(\frac{10}{3}\right)l^{-\frac{2}{3}}k^{\frac{1}{3}}}{8} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)l^{\frac{1}{3}}k^{\frac{-2}{3}}}{2} \Rightarrow \frac{\left(\frac{10}{3}\right)k^{\frac{1}{3}}}{8l^{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)l^{\frac{1}{3}}}{2k^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow 2k = 8\,L$$

$$\Rightarrow K = 4\,L \dots\dots(3)$$

وبالتعويض عن قيمة K من المعادلة (3) في المعادلة (2) نجد:

$$(2),(3): CT = LPL + KPK + CFT \Rightarrow CT = 8L + 2K + 50 \Rightarrow CT = 8L + 2(4\,L) + 50$$

$$\Rightarrow CT = 16L + 50 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(4)$$

وبالتعويض عن قيمة K من المعادلة (3) عبارة دالة الإنتاج نجد:

$$(3),Q: \Rightarrow Q = 10l^{\frac{1}{3}}(4L)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{Q = 10(4)^{\frac{1}{3}}l^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow \mathbf{L = \frac{Q^{\frac{3}{2}}}{63}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(5)$$

ومن المعادلتين (4) و (5) نجد:

$$(4),(5) \Rightarrow CT = 16\,\frac{Q^{\frac{3}{2}}}{63} + 50 \Rightarrow \mathbf{CT = 0.25Q^{\frac{3}{2}} + 50}$$ **دالة التكاليف الكلية.**

2– استنتاج عبارتي دالتي التكلفة المتوسطة والحدية في الأجل الإنتاجي القصير لهذه المؤسسة:

بتطبيق قانوني التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية على صيغة دالة التكلفة الكلية المحسوبة نجد:

- $\boldsymbol{CM = \frac{CT}{Q}} \Rightarrow CM = \frac{025Q^{\frac{3}{2}} + 50}{Q} \Rightarrow \mathbf{CM = 0.25Q^{\frac{1}{2}} + \frac{50}{Q}}$
- $\boldsymbol{Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q}} \Rightarrow \mathbf{Cm = 0.375Q^{\frac{1}{2}}}$

حل التمرين الثاني :

1– تحديد عبارة دوال التكالفة الكلية، المتوسطة والحدية بدلالة حجم الإنتاج:

نستخرج أولا معادلة مسار التوسع لهذه المؤسسة، ويكون ذلك بالاستعانة بالعلاقة الأولى لشرط توازن المنتج :

$$\frac{PmL}{PL} = \frac{Pmk}{Pk} \Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)l^{-\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{3}}}{1} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)l^{\frac{1}{2}}k^{\frac{-2}{3}}}{1} \Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)k^{\frac{1}{3}}}{l^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)l^{\frac{1}{2}}}{k^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)k = \left(\frac{1}{3}\right)L \Rightarrow$$

$$3K = 2L$$

$\Rightarrow K=\left(\frac{2}{3}\right)L$.....(1)

$CT=LPL+KPK+CFT$

$\Rightarrow CT=L+K+4$..... .....(2)

(1),(2)

$\Rightarrow CT=L+\left(\frac{2}{3}\right)L+4\Rightarrow CT=\left(\frac{5}{3}\right)L+4$.....(3)

وبالتعويض عن K بما يساويه من المعادلة (1) في عبارة دالة الإنتاج (المعطاة في نص التمرين) نجد:

$(1),(Q)\Rightarrow Q=L^{\frac{1}{2}}\left(\left(\frac{2}{3}\right)L\right)^{\frac{1}{3}}\Rightarrow Q=0.874L^{\frac{5}{6}}$

$\Rightarrow L=\left(\frac{Q}{0.874}\right)^{\frac{6}{5}}$.....(4)

دالة التكاليف الكلية $(3),(4)\Rightarrow CT=\left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{Q}{0.874}\right)^{\frac{6}{5}}+4\Rightarrow CT=\mathbf{1.96Q^{\frac{6}{5}}+4}$

وانطلاقا من هذه الصيغة لدالة التكاليف الكلية يمكننا إيجاد صيغتي دالتي التكلفة المتوسطة و التكلفة الحدية كما يلي:

- **دالة التكاليف المتوسطة** $\boldsymbol{CM=\frac{CT}{Q}=\frac{1.96Q^{\frac{6}{5}}+4}{Q}\Rightarrow CM=1.96Q^{\frac{1}{5}}+\frac{4}{Q}}$
- **دالة التكاليف الحدية** $Cm=\frac{\delta CT}{\delta Q}\Rightarrow \boldsymbol{Cm=2.353Q^{\frac{1}{5}}}.$

2– تحديد كمية الإنتاج التي تحقق للمؤسسة أقصى ربح كلي مع ثبات جميع الأسعار :

$\pi T=RT-CT\Rightarrow \pi T=(P\times Q)-CT\Rightarrow \pi T=6Q-1.96Q^{\frac{6}{5}}-4$

✓ **الشرط اللازم** : هو أن يكون الربح الحدي مساويا للصفر، أي المشتقة الأولى لدالة الربح الكلي مساوية للصفر:

$\frac{\delta\pi T}{\delta Q}=0\Leftrightarrow 6-2.35Q^{\frac{1}{5}}=0\Rightarrow 2.35Q^{\frac{1}{5}}=6\Rightarrow Q=\left(\frac{6}{2.35}\right)^{5}$

$\Rightarrow \mathbf{Q=108.5u}$

✓ **الشرط الكافي** : هو أن تكون المشتقة الثانية لدالة الربح الكلي سالبة ، أي $\frac{\delta^2\pi T}{\delta Q^2}<0$

$\frac{\delta^2\pi T}{\delta Q^2}=-0.47Q^{\frac{-4}{5}}=-0.11<0$ ومنه فإن الشرط الثاني لتعظيم دالة الربح الكلي محقق

ومنه الكمية 108.5 وحدة تقابل ربحا أعظميا قدره :

$\pi T\,max=6\times(108.5)-1.96\times(108.5)^{\frac{6}{5}}-4$

$\Rightarrow \pi T\,max = 104um.$

حل التمرين الثالث :

1– من خلال البيانات الواردة في الجدول نلاحظ :

- ✓ تكاليف الإنتاج الكلية متزايدة بتزايد حجم المخرجات؛
- ✓ يتحمل المشروع تكاليف كلية ثابتة تقدر بـ70 ون ، وهي التكاليف التي لا ترتبط بحجم الإنتاج (Q=0) .

2– تحديد قيم تكاليف الإنتاج (Cm,CM,CFM,CVM,CVT,CFT):

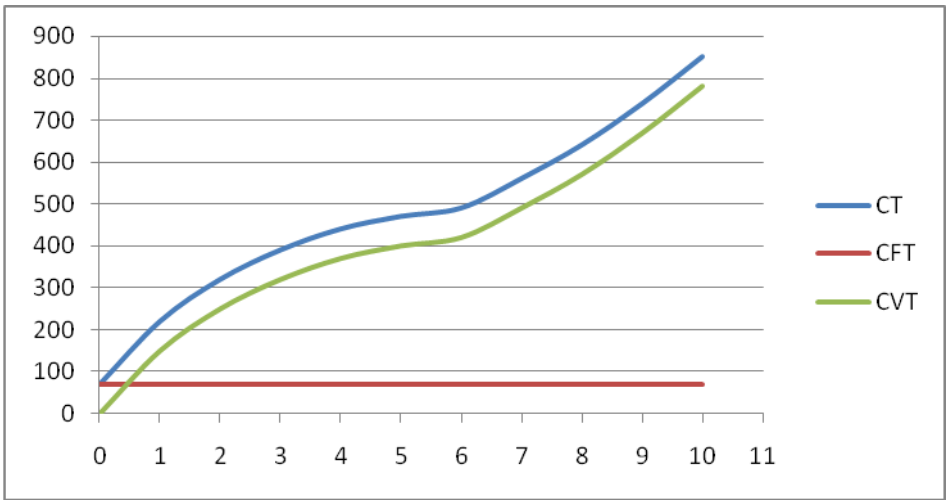
يمكن حساب مختلف تكاليف الإنتاج من خلال الجدول المعطى في نص التمرين وذلك بتطبيق العلاقات التالية :

$$Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} ; \boldsymbol{CM} = \frac{\boldsymbol{CT}}{\boldsymbol{Q}} ; \boldsymbol{CFM} = \frac{\boldsymbol{CFT}}{\boldsymbol{Q}} ; \boldsymbol{CVM} = \frac{\boldsymbol{CVT}}{\boldsymbol{Q}}$$

$$CVT = CT - CFT ; Q = 0 \Leftrightarrow CT = CFT = 70um$$

Q	0	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
CT	70	220	320	390	440	470	490	560	640	738	850
CFT	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
CVT	0	150	250	320	370	400	420	490	570	668	780
CM	/	220	160	130	110	94	81.66	80	80	82	85
CFM	/	70	35	23.33	17.5	14	11.66	10	8.75	7.77	7
CVM	/	150	125	106.66	92.5	80	70	70	71.25	74.22	78
Cm	/	150	100	70	50	30	20	70	80	98	112

3– التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف (CT,CVT,CFT) في نفس المعلم المتعامد :

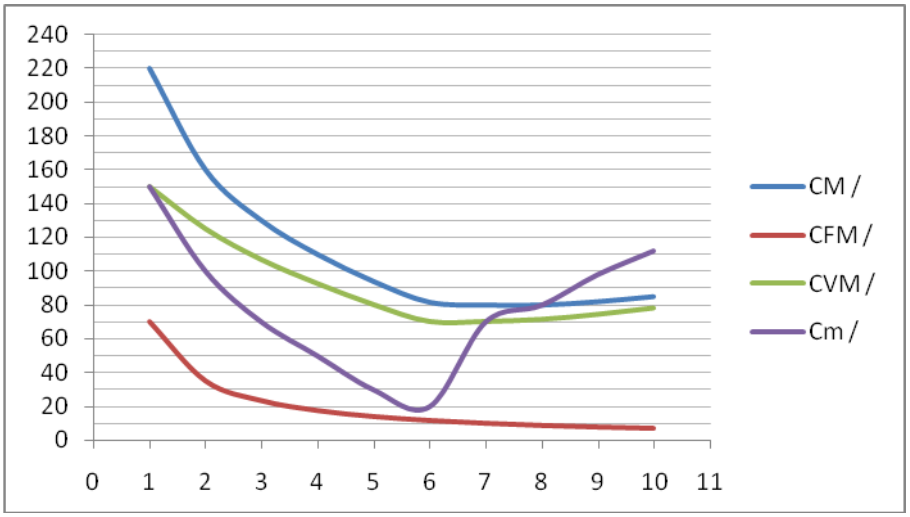


التعليق على المنحنيات :

- ✓ منحنى التكاليف الكلية: ينطلق من النقطة (Q=0, CT=70) ويكون متصاعدا وأعلى المنحنيين الآخرين باستمرار؛

- ✓ منحنى التكاليف المتغيرة الكلية يبدأ من نقطة الأصل ويكون متصاعدا باستمرار وبنفس وتيرة منحنى التكاليف الكلية ولكنه يقع دوما أسفل منه وبمسافة عمودية تعادل قيمة التكاليف الثابتة الكلية CFT=70um.
- ✓ يتصاعد منحنيا CT و CVT بتزايد حجم الإنتاج، لأن زيادة حجم الإنتاج يتطلب في الحصول على المزيد من المواد الأولية و عناصر الإنتاج ما يعني الزيادة في تكاليف الإنتاج المتغيرة.
- ✓ تتزايد التكاليف الكلية بنفس مقدار الزيادة في التكاليف المتغيرة الكلية.
- ✓ منحنى التكاليف الثابتة الكلية يأخذ شكل خط مستقيم موازي لمحور كميات الإنتاج (المحور الأفقي) لأنها مستقلة عن حجم الإنتاج وتبقى قيمتها ثابتة دوما في الأجل القصير حتى وإن كان حجم الإنتاج معدوما $Q=0$.

4– التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف (Cm ;CM ;CFM ;CVM) في نفس المعلم المتعامد :



التعليق على المنحنيات :

- ✓ يكون منحنى CFM دائم الانحدار لأن زيادة الإنتاج يسمح بتوزيع CFT على عدد متزايد من وحدات الإنتاج؛
- ✓ ينحدر منحنى التكلفة الحدية Cm في البداية حتى يبلغ ذروته الدُنيا ثم يصبح متصاعدا، أي أن شكل منحنى Cm يشبه حرف U ، وبما أن التكلفة الحدية هي مشتقة التكلفة الكلية فإن هذه الأخيرة تتزايد بمعدل متناقص عند تناقص التكلفة الحدية ، وتمر من نقطة الانعطاف عندما تبلغ التكلفة الحدية نهايتها الصغرى وبعد ذلك تتزايد بمعدل متزايد لأن التكلفة الحدية متزايدة.
- ✓ يقطع منحنى التكلفة الحدية منحنى متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة في ذروتيهما الدنيا، وطالما كانت التكلفة الحدية أقل من متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة، فإن زيادة الإنتاج تؤدي إلى تناقص متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة، في حين ترتفع متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة إذا كان منحنى التكلفة الحدية أعلى من متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة.

5–الاستنتاجات : من التمثيل البياني للمنحنيات السابقة نستنتج ما يلي :

- ✓ عندما يكون $Q=0$ فإن $CT=CFT$.
- ✓ التكاليف الثابتة الكلية مستقلة عن حجم الانتاج والتكاليف الكلية المتغيرة تتغير بتغير حجم الانتاج .
- ✓ منحنى CT و CVT لهما نفس الميل .
- ✓ يقطع منحنى التكلفة الحدية منحنيي التكلفة المتوسطة والتكلفة المتغيرة المتوسطة في ذروتيهما الدنيا.
- ✓ يصل منحنى التكلفة الحدية لذروته الدنيا قبل وصول منحنيي التكلفة المتوسطة والتكلفة المتغيرة المتوسطة لذروتيهما الدنيا.

حل التمرين الرابع :

1– ملأ الجدول :

نحن نعلم أن الإنتاج الحدي للعمل يساوي: $PmL = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$ ، والإنتاج المتوسط للعمل يساوي: $PML = \frac{Q}{L}$

ومن معطيات التمرين لدينا : $CF=42\ um$ وبالتالي يمكن حساب بقية تكاليف الانتاج من خلال العلاقات التالية :

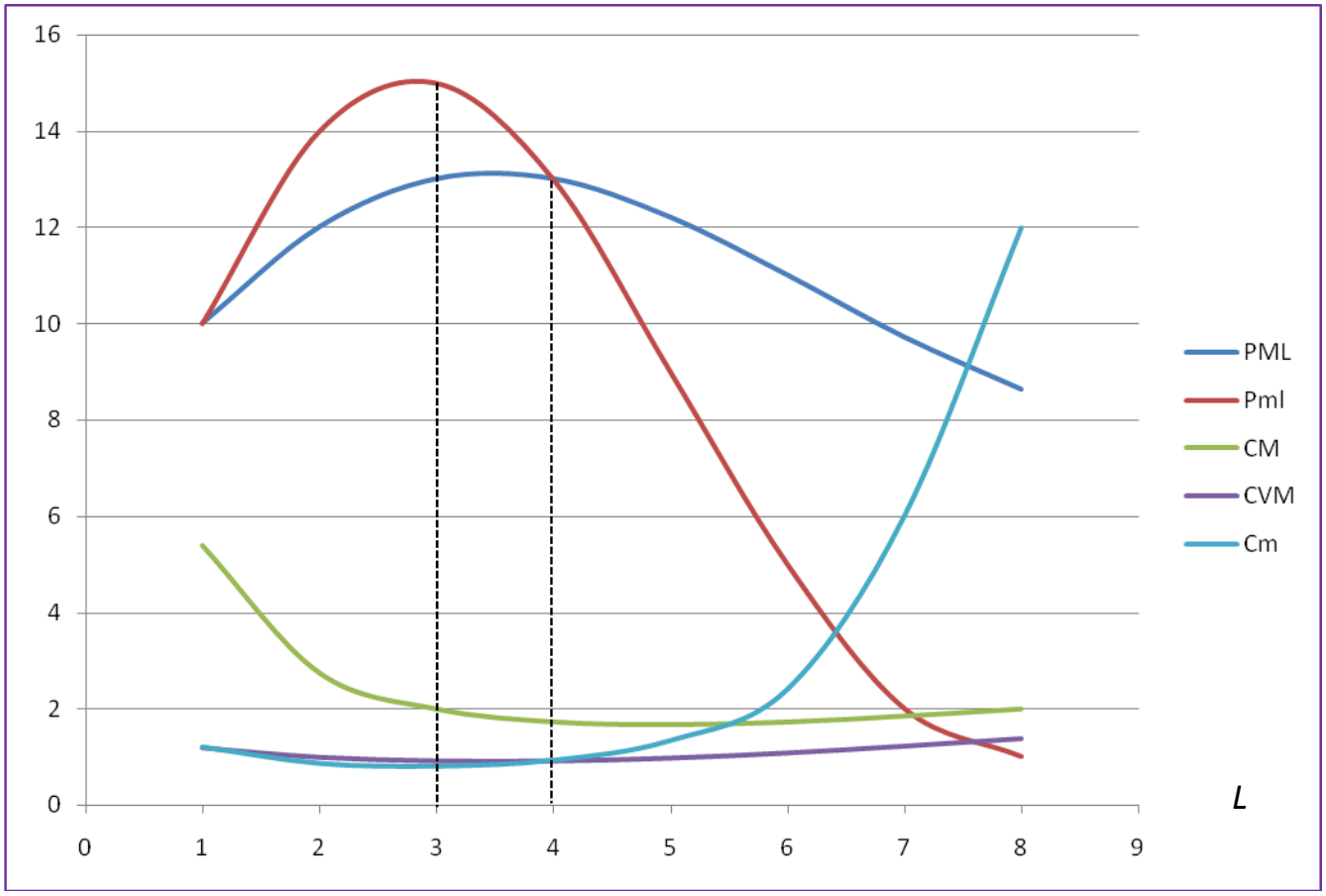
$$CVT = L \times PL \; ; \; CT = CF + CV$$

$$\boldsymbol{CM = \frac{CT}{Q}} \; ; \; \boldsymbol{CVM = \frac{CVT}{Q}} \; ; \; \boldsymbol{CFM = \frac{CFT}{Q}} \; ; \; \boldsymbol{Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}}$$

Lالعمل	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	00	10	24	39	52	61	66	68	**69**
PmL	-	10	14	15	13	9	5	2	**1**
PML	-	10	12	13	13	12,2	11	9,71	**8,625**
CFT	42	42	42	42	42	42	42	42	**42**
CVT	0	12	24	36	48	60	72	84	**96**
CT	42	54	66	78	90	102	114	126	**138**
CFM	-	4,2	1,75	1,076	0,807	0,688	0,636	0,617	**0,608**
CVM	-	1,2	1	0,923	0,923	0,983	1,091	1,235	**1,391**
CM	-	5,4	2,75	2	1,730	1,672	1,727	1,852	**2**
Cm	-	1,2	0,857	0,8	0,923	1,333	2,4	6	**12**

2– التمثيل البياني للمنحنيات PML,PmL,CM,CVM,Cm في نفس المعلم المتعامد :

PML, PmL, CM, CVM, Cm



التعليق على المنحنيات :

- ✓ يكون منحنى الإنتاجية المتوسطة للعمل PML متصاعدا في البداية حتى يبلغ أقصاه ثم يبدأ بعدها بالانخفاض، ونفس الشيء بالنسبة لمنحنى الإنتاجية الحدية للعمل PmL؛
- ✓ نلاحظ أن منحنى التكاليف المتغيرة المتوسطة CVM و منحنى التكاليف الحدية Cm كلاهما يكون منحدرا في البداية حتى يبلغان ذروتهما الدنيا، ثم يبدأ كل منهما في الارتفاع تدريجيا؛
- ✓ نلاحظ وجود علاقة عكسية بين منحنى التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM ومنحنى الإنتاجية المتوسطة للعمل PML، حيث يتوافق تصاعد منحنى PML مع انحدار منحنى CVM، وحين يصل منحنى PML لذروته القصوى يكون منحنى CVM قد وصل لذروته الدنيا، ثم بعد ذلك يبدأ منحنى PML في الانحدار وحينها يبدأ منحنى CVM في التصاعد؛
- ✓ نلاحظ وجود علاقة عكسية بين منحنى التكلفة الحدية Cm و منحنى الانتاجية الحدية للعمل PmL، حيث كلما كان منحنى PmL متصاعدا كلما كان منحنى Cm منحدرا، و حين يصل منحنى PmL لذروته القصوى يكون منحنى Cm قد وصل لأدنى نقطة فيه، أما حين يكون منحنى PmL نازلا يكون منحنى Cm صاعدا؛

✓ نلاحظ أن منحنى الإنتاجية الحدية للعمل PmL يقطع منحنى الإنتاجية المتوسطة للعمل PML في الذروة القصوى لهذا الأخير، في حين يقطع منحنى التكاليف الحدية Cm منحنى التكاليف المتغيرة المتوسطة CVM في الذروة الدنيا لهذا الأخير، عند نفس مستوى الإنتاج، و يتحقق ذلك عندما تكون Q= 52 u .

حل التمرين الخامس :

01 – دالة التكاليف الكلية في الفترة القصيرة لأنها تحتوي على CFT و CVT .

CT=CVT+CFT ; CVT=$1.5Q^3 - 7.5Q^2 + 15Q$; CFT=15

02 – التكلفة المتوسطة CM:

$$CM = \frac{CT}{Q} = \frac{1.5Q^3 - 7.5Q^2 + 15Q + 15}{Q}$$

$$CM = 1.5Q^2 - 7.5Q + 15 + \frac{15}{Q}$$

– التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM:

$$CVM = \frac{CVT}{Q} = \frac{1.5Q^3 - 7.5Q^2 + 15Q}{Q}$$

$$CVM = 1.5Q^2 - 7.5Q + 15$$

– التكلفة الثابتة المتوسطة : $CFM = \frac{CFT}{Q} = \frac{15}{Q}$

إذن: $CM = CVM + CFM$

– التكلفة الحدية : $Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q} = 4.5Q^2 - 15Q + 15$

3-**إيجاد دالة عرض المؤسسة:** يتم استخلاص دالة عرض المنتج من الشرط الأول لتعظيم دالة الربح الكلي :

$$\frac{\delta \pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow P_q = Cm .$$

$$P_q = 4.5Q^2 - 15Q + 15$$

وهي صيغة الدالة العكسية لدالة عرض المؤسسة (سعر البيع تابع للكمية المعروضة).

وحتى يكون هناك عرض لابد من أن يكون سعر البيع يساوي أو أكبر من القيمة الأدنى للتكلفة المتغيرة المتوسطة، وعليه يجب تحديد حجم الإنتاج عند القيمة الدنيا للتكلفة المتغيرة المتوسطة :

$$Min\ CVM \Rightarrow \frac{\delta CVM}{\delta Q} = 0 \Rightarrow 3Q - 7.5 = 0 \Rightarrow Q = 2.5\ u$$

$$\Rightarrow CVM(Q=2.5) = 5.265\ um$$

وهذا يعني أنه لن يكون هناك عرض إلا إذا كان سعر بيع المنتوج أكبر أو يساوي 5.625 ون .

حل التمرين السادس :

لدينا : $CT=0.5Q^3-4Q^2+16Q$

01 – الدالة في الفترة الطويلة لعدم وجود التكاليف الثابتة وبالتالي : $\mathbf{CT_{LT}=CV}$

02 – استنتاج صيغ مختلف دوال تكاليف الإنتاج الممكن حسابها من عبارة دالة التكاليف الكلية :

✓ التكلفة المتوسطةCM:

$$CM = CVM = \frac{CT}{Q} = \frac{0.5Q^3 - 4Q^2 + 16Q}{Q}$$

$$\mathbf{CM = CVM = 0.5Q^2 - 4Q + 16}$$

✓ التكلفة الحدية Cm:

$$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q} = 1.5Q^2 - 8Q + 16$$

حل التمرين السابع :

1– ايجاد صيغ مختلف دوال تكاليف الإنتاج في الأجل القصير الممكن استنتاجها:

$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q} \Rightarrow CT = \int Cm\, dQ + c$

$\Rightarrow CT = \int (15Q^2 - 30Q + 25)dQ + CFT$

$\Rightarrow \mathbf{CT= 5Q^3-15Q^2+25Q+55}$ **دالة التكاليف الكلية**

$CT=CVT+CFT \Rightarrow CVT=CT-CFT$

$\Rightarrow CVT = 5Q^3-15Q^2+25Q+55-55.$

$\Rightarrow \mathbf{CVT=5Q^3-15Q^2+25Q}$ **دالة التكاليف المتغيرة الكلية**

$$CM = \frac{CT}{Q} = \frac{CVT+CFT}{Q} \Rightarrow CM = \frac{5Q3-15Q2+25Q+55}{Q}$$

$\mathbf{CM=CVM+CFM=5Q^2-15Q+25+\frac{55}{Q}}$ **دالة التكاليف المتوسطة**

$CVM=\mathbf{5Q^2-15Q+25}.$ **دالة التكاليف المتغيرة المتوسطة**

$CFM=\frac{\mathbf{55}}{Q}.$ **دالة التكاليف الثابتة المتوسطة**

2–تعيين نقطة تقاطع منحنيي التكلفة الحدية والتكلفة المتغيرة المتوسطة جبريا :

- $Cm = CVM \Rightarrow 15Q^2 - 30Q + 25 = \mathbf{5Q^2-15Q+25}$

$\Rightarrow 10Q^2 - 15Q = 0 \Rightarrow Q(10Q-15)=0 \Rightarrow Q=0$ أو $Q=1,5u$

$\Rightarrow Cm_{(Q=1,5)}=CM_{(Q=1,5)}=13,75um.$

- $Cm = CVM \Rightarrow MinCVM \Rightarrow \frac{\delta CVM}{\delta Q}=0 \Rightarrow 10Q-15=0$

$\Rightarrow Q=1,5u \Rightarrow Cm=CVM=13,75um.$

حل التمرين الثامن :[1]

1–إيجاد دوال: التكلفة الكلية CT ، التكلفة المتوسطة CM ، التكلفة الحدية Cm ، الإيراد الكلي RT:

- ✓ $CT=CVT+CFT \Rightarrow CT=0.05Q^2-30\,Q+52000$
- ✓ $CM=\frac{CT}{Q} \Rightarrow CM=0.05\,Q-30+\frac{52000}{Q}$
- ✓ $Cm=\frac{\delta CT}{\delta Q} \Rightarrow Cm=0.1Q-30.$
- ✓ $RT=P\times Q \Rightarrow RT=(-0.05\,Q+180)\times Q$
- ✓ $\Rightarrow RT=-0.05\,Q^2+180\,Q.$

2– استنتاج صيغة دالة الربح الكلي لهذه المؤسسة :

$$\pi T=RT-CT \Rightarrow$$

$$\pi T=-0.05Q^2+180Q-(0.05Q^2-30\,Q+52000)$$

$$\pi T=-0.1Q^2+210Q-52000.$$

3– التمثيل البياني لدوال التكلفة الكلية، الإيراد الكلي والربح الكلي:

أ–دراسة تغيرات دالتي التكلفة الكلية و الإيراد الكلي :

بالنسبة لدالة التكاليف الكلية:

$$CT=0.05Q^2-30\,Q+52000$$

- حتى تكون الصيغة المقترحة في هذا التمرين كدالة تكاليف كلية مقبولة من الناحية الاقتصادية يجب أن تكون معرفة ومستمرة على مجال الكميات الذي يجعل هذه الدالة موجبة ومتزايدة دوما ويجعل أدنى قيمة للتكلفة الكلية مساوية للتكلفة الثابتة الكلية وهذا ما يتوافق مع الكمية غير المعدومة وغير السالبة التي تجعل قيمة التكلفة المتغيرة الكلية معدومة $CVT=0$ وهي الكمية التي تقدر بـ 600 وحدة (بطبيعة الحال مع استبعاد $Q=0$)، ومنه فإن هذه الدالة يجب أن تكون معرفة على مجال الكميات : $]\infty+,600]$.

- **النهايات :** $\lim\limits_{Q=600} CT=CFT=52000$ ؛

$$\lim_{Q\to+\infty} CT=\lim_{Q\to+\infty} 0.05Q^2=\infty+$$

- **القيمة الدنيا:**

$$CT=CFT \Rightarrow \mathrm{CVT}=0 \Rightarrow 0.05Q^2-30Q=0 \Rightarrow Q=600\,u$$

[1] مياح نذير، مياح عادل، مسابقات محلولة في الاقتصاد الجزئي للقبول في الدراسات العليا

ومنه فإن أدنى قيمة منطقية للتكلفة الكلية هي مقدار التكلفة الثابتة الكلية (52000 ون) ويكون ذلك حين يبلغ حجم الإنتاج 600 وحدة:

نحدد صيغة دالة التكلفة الحدية Cm فنجد : $Cm=0.1Q-30$، ونلاحظ أنها تكون مستمرة وموجبة دوما في مجال تعريف دالة التكاليف الكلية وهذا ما يعني أن دالة التكاليف الكلية تكون متزايدة دوما في مجال تعريفها:

جدول التغيرات لدالة التكلفة الكلية :

Q	600				$+\infty$
Cm	30	+	+	+	+
CT	52000	↗	↗	↗	$+\infty$

بالنسبة لدالة الإيراد الكلي :

- $RT=-0.05Q^2+180Q$
- نبحث عن قيم Q غير السالبة (الكميات السالبة ليس لها معنى اقتصادي)

والتي يجب أن تجعل دالة الإيراد الكلي غير سالبة أيضا (الإيراد السالب ليس لها معنى اقتصادي) ،وعليه تكون دالة الايراد الكلي معرفة اقتصاديا لما Q تنتمي إلى المجال $[3600,0]$.

- **القيمتان الطرفيتان (الصغريان):** $\underset{Q=3600}{RT=0}$ ؛ $\underset{Q=0}{RT=0}$
- **القيمة العظمى للإيراد الكلي :** $\frac{\delta RT}{\delta Q}=0$
- $\Rightarrow Rm=0\Rightarrow -0.1Q+180=0\Rightarrow Q=1800u$

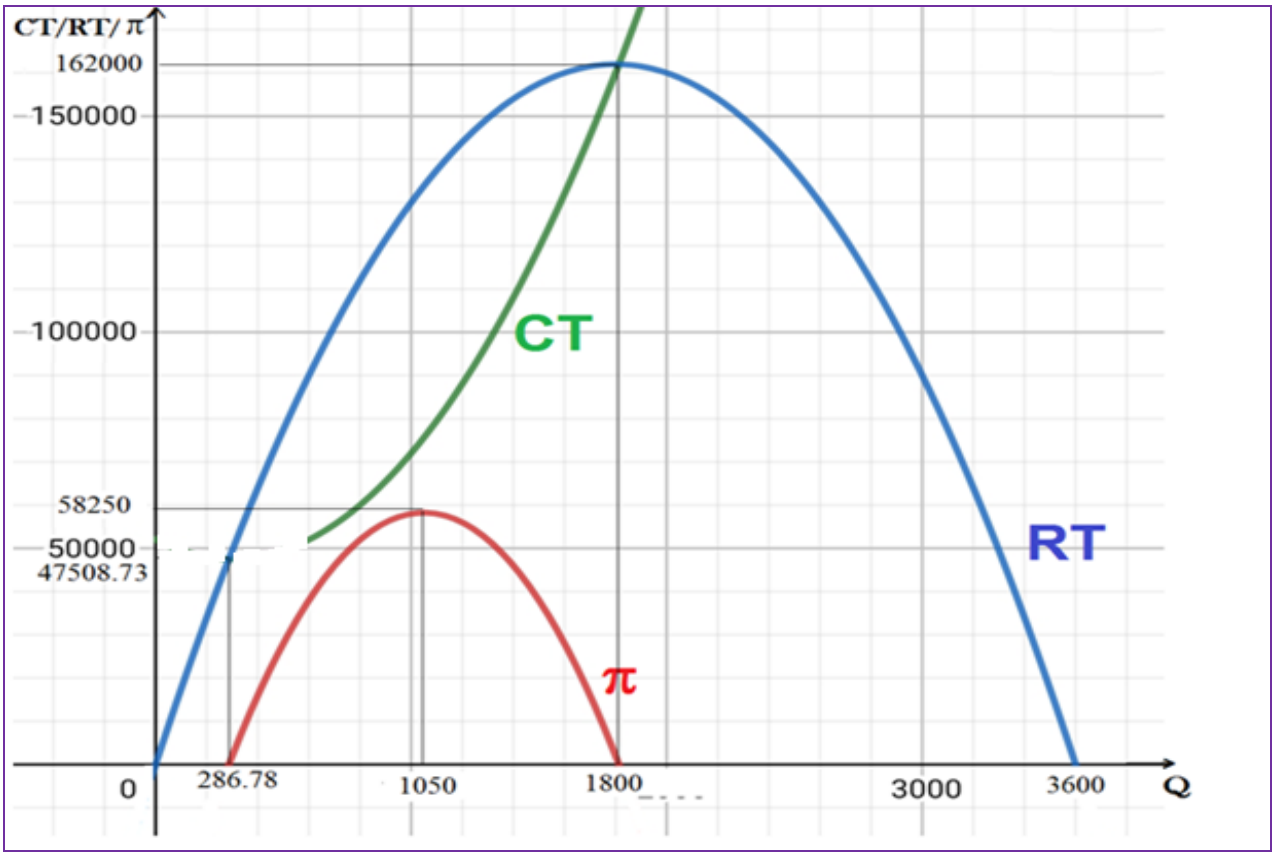
أما بالنسبة للشرط الكافي لتعظيم دالة الإيراد الكلي فنجد: $\frac{\delta^2 RT}{\delta Q^2}=-0.1<0$ وهو ما يعني تحقق الشرطين اللازم والكافي لتعظيم الإيراد الكلي، أي أن الإيراد الكلي الأعظمي يتحقق عند مستوى إنتاج يعادل 1800 وحدة إنتاج.

ومنه $RTmax=162000um$:

جدول تغيرات الإيراد الكلي :

Q	0		1800		3600
Rm	180	+	0	-	-180
RT	0	↗	162000	↘	0

التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة الكلية والإيراد الكلي والربح الكلي:



4– تحديد موضع تحقيق هذه المؤسسة لأرباحها : تبدأ المؤسسة بتحقيق الارباح عند عتبة المردودية ، أي عند تساوي الايراد الكلي مع التكلفة الكلية ($\pi = 0$).

✓ $RT=CT \Rightarrow -0.05Q^2+180Q= \mathbf{0.05Q^2 - 30\,Q + 52000}$

$\Rightarrow Q_1=286,78$ او $Q_2= 1800$

$\pi=0 \Rightarrow -0.1Q^2+210Q-52000=0.$

$$Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Q_1=286,78 u

Q2=1800 u

ابتداءا من **286,78** وحدة تحقق المؤسسة أرباح كما هو ملاحظ من الشكل أعلاه ، حيث بعدها يعلو منحنى الايراد الكلي منحنى التكلفة الكلية .

5– تعيين حجم الانتاج الذي يعظم الربح الكلي للمؤسسة :

- **الشرط اللازم** : أن يكون الربح الحدي معدوما أي أن تكون المشتقة الأولى لدالة الربح الكلي مساوية للصفر:

$$\frac{\delta\pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow -0.2Q + 210=0 \Rightarrow \boldsymbol{Q = 1050u}$$

- **الشرط الكافي** : أن تكون المشتقة الثانية لدالة الربح الكلي سالبة .

$$\frac{\delta^2 \pi}{\delta Q^2} < 0 \Rightarrow -\mathbf{0.2} < 0$$ **ومنه فإن الشرط الكافي محقق**

ومنه فإن الكمية 1050 تحقق ربحا أعظميا قدره 58250 وحدة نقدية:

$\Pi T\ max = -0.1(1050)^2+210(1050)-52000 \Rightarrow \Pi t\ max = 58250$ um

1– استنتاج دالة عرض المؤسسة مع افتراض ثبات سعر البيع الوحدوي لمنتوجها:

$Cm = P \Rightarrow P = 0{,}1Q - 30 \Rightarrow Q_S = 300 + 10P$

2– تعيين دالة عرض المؤسسة مع افتراض انخفاض التكاليف المتغيرة الكلية للنصف مع بقاء الأمور الأخرى على حالها:

$CVT = 0{,}025Q^2 - 15Q \Rightarrow CT = 0{,}025Q^2 - 15Q + 52000$

$P = Cm \Rightarrow P = 0{,}05Q - 15 \Rightarrow Q_S = 300 + 20P$

3– تعيين دالة عرض المؤسسة مع افتراض انخفاض التكاليف الثابتة الكلية للنصف مع بقاء الأمور الأخرى على حالها:

$CFT = 26000 \Rightarrow CT = 0{,}05Q^2 - 30Q + 26000$

$P = Cm \Rightarrow P = 0{,}1Q - 30 \Rightarrow Q_S = 300 + 10P$

حل التمرين التاسع :[1]

1– تعيين حجم الانتاج الذي يعظم الربح الكلي للمؤسسة :

تتجه البيانات المعطاة في نص التمرين للإشارة إلى أن التكلفة الكلية للإنتاج هي العنصر الوحيد الذي يحدد القوة التنافسية للمؤسستين في هذه السوق، وعلى هذا الأساس يكون الحل كما يلي:

أ– تعيين عبارتي دالتي التكاليف الكلية بالنسبة للمؤسستين :

لدينا من المعطيات : $Qx = 10L^{1/4}K^{1/4}$ و $PL = 08\ um$ و $PK = 02\ um$ و $CFT = 42\ um$ ، وبنفس طريقة حل التمرين الأول والثاني ، نجد أن عبارة دالة التكاليف الكلية للمؤسسة الأولى هي : $CT_1 = (2/25)Q^2 + 42$.

ولدينا أيضا من المعطيات: $Qx = 5L^{1/2}K^{1/2}$ و $PL = 02\ um$ و $PK = 18\ um$ و $CFT = 42\ um$، وبنفس الطريقة نجد أن عبارة دالة التكاليف الكلية للمؤسسة الثانية هي من الشكل : $CT_2 = (12/5)Q + 42$.

ب– تعيين حجم الإنتاج الذي يجعل للمؤسستين نفس القوة السوقية:

$$CT_1 = CT_2 \Rightarrow CM_1 = CM_2 \Rightarrow ((2/25)Q^2+42)/Q = ((12/5)Q+42)/Q$$
$$\Rightarrow (2/25)Q+(42/Q) = (12/5)+(42/Q)$$
$$\Rightarrow (2/25)Q = (12/5) \Rightarrow Q = (12/5)/(2/25)$$
$$\Rightarrow Q = (12/5).(25/2) \Rightarrow Q = (300/10) \Rightarrow Q = 30\ u$$

[1] مروان عبد القادر، تمارين أعمال موجهة في مقياس الاقتصاد الجزئي، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة تيارت.

وللتأكد نجد أنه عندما تكون $Q=30u$ تكون $CT_1=CT_2=114um$، وعندها تكون: $CM_1=CM_2=3.8\ um$.

1– تعيين مجال قوة كل مؤسسة في هذه السوق مقارنة بالأخرى:

تكون المؤسسة صاحبة التكلفة الكلية والمتوسطة الأقل هي صاحبة الموقف الأقوى مقارنة بالمؤسسة الأخرى في هذا السوق، وعلى هذا الأساس تكون الحسابات كما يلي:

$$CT_1 > CT_2 \Rightarrow CM_1 > CM_2 \Rightarrow ((2/25)Q^2+42)/Q > ((12/5)Q+42)/Q$$
$$\Rightarrow (2/25)Q+(42/Q) > (12/5)+(42/Q)$$
$$\Rightarrow (2/25)Q > (12/5) \Rightarrow Q > (12/5)/(2/25)$$
$$\Rightarrow Q > (12/5).(25/2) \Rightarrow Q > (300/10)$$
$$\Rightarrow Q > 30\ u$$

وعلى هذا الأساس نستنتج أن حجم الإنتاج الموجب و الأكبر تماما من 30 وحدة يجعل المؤسسة الثانية في موقف قوة مقارنة بالمؤسسة الأولى، أما حجم الإنتاج الموجب والأقل تماما من 30 وحدة يجعل المؤسسة الأولى في موقف قوة مقارنة بالثانية.

مثال توضيحي:

على سبيل المثال: عندما تكون $Q=31u$، تكون $CT_1=118.88um$ و $CT_2=116.4um$، وعندها تكون $CM_1=3.8348um$ و $CM_2=3.7548um$، وهذا يعني أن المؤسسة الثانية في موقف قوة مقارنة بالمؤسسة الأخرى.

أما عندما تكون $Q=29u$ ، تكون $CT_1=109.28um$ و $CT_2=111.6um$، و تكون $CM_1=3.7683um$ و $CM_2=3.8483\ um$. وهذا يعني أن المؤسسة الأولى في موقف قوة مقارنة بالمؤسسة الثانية.

3– تحديد صيغتي دالتي عرض المؤسستين:

يتم تحديد صيغة دالتي عرض المؤسستين في ظل فرضية ثبات سعر السلعة باستخدام شرط توازن المنتج أو المؤسسة في ظروف المنافسة التامة والكاملة:

من خلال عبارتي دالتي التكلفة الكلية نجد: $Cm_1=(4/25)Q$ و $Cm_2=12/5$، وبتطبيق شرط توازن المؤسسة نجد:

$Cm_1=P \Rightarrow 4/25Q=P \Rightarrow Q=(25/4)P$ وهي دالة عرض المؤسسة الأولى

$Cm_2=P \Rightarrow P=12/5$ وهي دالة عرض المؤسسة الثانية

معناها أن المؤسسة الأولى تكون كميتها المعروضة تابعة بشكل طردي لتغيرات السعر بينما المؤسسة الثانية فإنها قادرة أن تعرض أي كمية مطلوبة عند سعر يقدر بـ 2.4 وحدة نقدية.

4– المقارنة فيما بين المؤسستين فيما يتعلق بإمكانية استرداد التكاليف الكلية:

لقد رأينا في إجابة السؤال الأول أنه عندما يكون حجم الإنتاج يعادل 30 و بالنسبة لكل مؤسسة (60 وحدة في المجموع) فإن ذلك يعني تساوي قيمتي التكلفتين المتوسطتين للمؤسستين عند مستوى 114 ون وهذا يعني أنهما يكونان حينها في نفس المكانة بالنظر إلى سعر بيع المنتوج وإلى عتبة المردودية التي سوف تتحقق حينما يكون السعر 3.8 ون، أما حجم الإنتاج الأقل من 30 بالنسبة لكل مؤسسة (أقل من 60 وحدة في المجموع) يجعل المؤسسة الأولى في موضع أفضل من المؤسسة الثانية من حيث قابلية استرداد مجموع التكاليف الكلية ويحدث العكس حين يرتفع حجم الانتاج فوق 30 وبالنسبة لكل مؤسسة (أكثر من 60 وحدة بالنسبة للسوق ككل).

قائمة المراجع :

باللغة العربية :

أولا– الكتب :

– أحمد محمد مندور وآخرون،**النظرية الاقتصادية الجزئية** ، الدار الجامعية، الإسكندرية ، 2007.

– أحمد محمد مندور وآخرون، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي**، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2002.

– إيمان عطية ناصف، **النظرية الإقتصادية الجزئية** ، المكتب الجامعي الحديث ، الإسكندرية، 2007.

– السيد محمد أحمد السريتي ، علي عبد الوهاب نجاء ، **مبادئ الإقتصاد الجزئي**، الدار الجامعية، الإسكندرية ، 2008.

– البشير عبد الكريم ، **الاقتصاد الجزئي دروس مع تمارين محلولة** ،دار الأديب، الشلف، الجزائر، 2005.

– توام زاهية ، كلاخي لطيفة، **الوجيز في الاقتصاد الجزئي – محاضرات وتمارين –**،ألفا للوثائق للنشر والتوزيع، الأردن، ط1، 2022.

– دومينيك سلفاتور، **نظرية اقتصاديات الوحدة،سلسلة ملخصات شوم**، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 1994.

– رشيد بن الذيب ، نادية شطاب عباس، **اقتصاد جزئي، نظرية وتمارين**، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، ط3، 2003.

– زغيب شهرزاد، بن ديب رشيد، **الاقتصاد الجزئي أسلوب رياضي**، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 2010.

– عمار عماري، **الاقتصاد الجزئي**، الدار الجزائرية، الجزائر، 2016.

– عبد الرزاق بني هاني، **الاقتصاد الجزئي**، دروس على الخط ، جامعة اليرموك، الأردن.

– علي عبد الوهاب نجا، عفاف عبد العزيز عايد ، **الاقتصاد الجزئي**، دار التعليم الجامعي، الإسكندرية، 2015.

– عمار عماري، **الإقتصاد الجزئي**، الدار الجزائرية، الجزائر، 2015.

– غراب رزيقة ، **الإقتصاد الجزئي(المرونات)**، مركز الكتاب الأاديمي، عمان، ط2014،1..

– فتح الله ولعلو ، **الاقتصاد السياسي، مدخل الدراسات الاقتصادية**، دار الحداثة، لبنان ، ط1، 1981.

– كساب علي، **النظرية الاقتصادية (التحليل الجزئي)**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004.

- محمد علي الليثي، **مقدمة في علم الاقتصاد** ، الجزء الأول، الاقتصاد الجزئي، الدار الجامعية، الإسكندرية ،1997.
- محمد فرحي،**التحليل الاقتصادي الجزئي**، دار الأصالة، ط1،الجزائر، 2012.
- محمد أحمد الأفندي، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي**، الأمين للنشر والتوزيع، صنعاء، 2012.
- منى محمد علي الطائي، **الإقتصاد الجزئي بين الأمثلة النظرية والديناميكية والواقعية**، دار مجدلاوي، عمان، ط1، 2015.
- مداني بن شهرة، **النظرية الاقتصادية الجزئية**، الجزء الأول، دار الخلدونية ، الجزائر، 2012.
- مياح نذير، مياح عادل، **مسابقات محلولة في الاقتصاد الجزئي للقبول في الدراسات العليا** .
- نضال علي عباس، سامر علي عبد الهادي، **مبادئ الاقتصاد الجزئي**، دار الأيام ، الأردن، ط1 ، 2015.
- ضياء مجيد الموسوي، **النظرية الاقتصادية، التحليل الاقتصادي الكلي**، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 1994.
- طارق العكيلي، **الاقتصاد الجزئي**، دار الكتب، بغداد، 2000.

– المطبوعات :

- بوجرادة سهيلة ، **الاقتصاد الجزئي 1**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر 3، الجزائر، 2017/2016.
- ابراهيم بولمكاحل، **سلسلة محاضرات مدخل لعلم الاقتصاد السياسي**، جامعة قسنطينة، الجزائر، 2015.
- مخلفي أمينة، بن قرينة محمد حمزة، **محاضرات في مقياس مدخل الاقتصاد لطلبة السنة الأولى (ل م د)**، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير ، جامعة ورقلة، الجزائر، 2018/2017.
- خليفي عيسى ، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي 1** ، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة بسكرة، الجزائر.
- سعدي هند، **ملخصات دروس وتمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي(1)**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك، جامعة المسيلة، الجزائر، 2019/2018.
- حنيش الحاج، **ملخص محاضرات في الاقتصاد الجزئي المعمق**، سنة أولى ماستر، تخصص اقتصاد وتسيير المؤسسة، جامعة البليدة2، الجزائر،2021/2020.
- يونس معبدي، **محاضرات في الإقتصاد الجزئي**، جامعة ورقلة، الجزائر.
- مقداد كريمة، **مطبوعة في مقياس الإقتصاد الجزئي –1–** ، جامعة الجزائر 3، الجزائر، 2020/2019.
- لوزي نادية، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي –1– مدعمة بتمارين تطبيقية**، جامعة الجزائر 3، الجزائر، 2021/2020.
- راتول محمد، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي**، جامعة الشلف، الجزائر .

– طروبيا نذير ، **محاضرات في الإقتصاد الجزئي 2**، كلية العلوم الاقتصادية ،التجارية وعلوم التسيير ، جامعة أدرار،الجزائر،2020/2019.

– طويطي مصطفى، **محاضرات في الاقتصاد الجزئي، دروس وتمارين محلولة**، جامعة البويرة ،الجزائر، 2014/2013.

– محمد جصاص ، مطبوعة بعنوان : **تطبيقات محلولة في الاقتصاد الجزئي 1**، جامعة قسنطينة 2، 2023/2022.