جامعة ابن خلدون-تيارت

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

ملحقة جامعية قصر الشلالة

قسم علوم التسيير

محاضرات وتمارين في الرياضيات المالية

موجهة لسنة ثانية ليسانس (2LMD)
جذع المشترك

من إعداد

د. بطاهر بختة

السنة الجامعية 2023-2024

مقدمة	05
المحور الأول: الفائدة البسيطة	06
1. تعريف الفائدة	07
2. تعريف الفائدة البسيطة	07
3. عناصر الفائدة البسيطة	07
4. قانون الفائدة البسيطة	07
5. شروط تطبيق القانون الأساسي للفائدة البسيطة	08
6. أنواع الفائدة البسيطة	09
7. حساب المدة بين تاريخين.	11
8. الجملة(القيمة المكتسبة)	11
9. طريقة القاسم و النمر	12
10. متوسط معدل الفائدة لجملة رؤوس الأموال	13
11. الفائدة المسبقة والمعدل الحقيقي للإيداع	14
12. تمارين محلولة.	15
المحور الثاني: الخصم التجاري والخصم المالي	19
1. تعريف الخصم	20
2. تعريف الخصم التجاري	20
3. التطبيقات على صيغة الخصم	21
4. الأجيو	23
5. تعريف الخصم الحقيقي	24
6. العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي	25
7. كشف الخصم	26
8. تمارين محلولة	27
المحور الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية	32
1. تعريف تكافؤ الأوراق التجارية	33
2. التكافؤ بين ورقتين	33
3. التكافؤ بين عدة أوراق تجارية	34
4. تاريخ الاستحقاق المتوسط	35
5. تمارين محلولة	36
المحور الرابع: الفائدة المركبة	39
1. تعريف الفائدة المركبة	40
2. حساب الجملة (القيمة المكتسبة)	40
3. حساب عناصر الفائدة المركبة	41

4.حساب الفائدة في حالة مدة غير مكتملة	44
5.معدلات الفائدة المتكافئة	45
6.الجداول المالية واستعمالاتها في حساب الفائدة المركبة(الجدول المالي رقم 01,02 و06)	46
7.تمارين محلولة	48
المحور الخامس: الدفعات	52
1.تعريف الدفعات	53
2.مميزات الدفعات	53
3.أنواع الدفعات	53
4.القيمة المكتسبة لدفعات نهاية المدة	53
5.تحديد عناصر جملة الدفعات لنهاية المدة	56
6.القيمة الحالية للدفعات مؤخرة السداد	60
7.تحديد عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة	63
8.الدفعات بداية المدة	64
9.تحديد عناصر جملة دفعات بداية المدة	66
10.تمارين محلولة	72
المحور السادس: اهتلاك القروض	75
1.تعريف القرض	76
2.خصائص القروض	76
3.مفهوم القرض العادي(ذات المصدر الوحيد)	76
4.طرق تسديد القروض ذات المصدر الوحيد	77
5.جدول استهلاك القرض	78
6.ا لقرض أو الدين المدفوع	80
7.العلاقة بين الدفعات والقرض	81
8.القروض السندية	85
9.خصائص القروض السندية	85
10.قوانين عامة للقروض السندية	86
11.تمارين محلولة	88
المحور السابع: تقنيات البورصة	92
1.أهمية البورصة	93
2.تقييم الأسهم و السندات	93
3.النموذج الأساسي لتقييم الأسهم و السندات	93
4.تقييم السندات	94
5.تعريف الأسهم	95
6.تقييم الأسهم	96

98	7. تمارين محلولة
99	**المحور الثامن: معايير اختيار وتقييم الاستثمارات**
100	1. تعريف الاستثمار
100	2. العناصر المميزة للاستثمار
100	3. أهداف الاستثمار
100	4. أنواع الاستثمارات
101	5. ظروف ومعايير اختيار الاستثمارات
101	6. أنواع طرق تقيم واختيار الاستثمارات
107	7. تمارين محلولة
112	**قائمة المراجع**

مقدمة

هذه المطبوعة عبارة عن محاضرات وتمارين محلولة في الرياضيات المالية، حسب البرنامج الوزاري وهي موجهة لطلبة السنة الثانية علوم التسيير وعلوم مالية ومحاسبية.

وتهدف هذه المطبوعة إلى مساعدة الطلبة في فهم ما جاء في مقرراتهم، وهي عبارة عن جهد ثلاث سنوات لتدريس هذا المقياس في جامعة، ولهذا حاولنا صياغة هذه المطبوعة وفقا لما يحتاجه الطلبة في هذا المقياس الذي يهتم بكل ماهو مهم وضروري لشرح وفهم محتوى هذا مقياس الذي يعتمد بدرجة كبيرة على قواعد الرياضية وحسابية وأيضا بعض المفاهيم النظرية التي تساعد متلقي في فهم بشكل أفضل لما هو موجود في هذه المطبوعة، قبل تتطرق إلى العمليات الحسابية التي تعتمد بطرق كبيرة على تطبيق القوانين بشكل صحيح للوصول إلى نتائج منطقية يمكن اعتمادها في استخراج عدة نتائج جيدة تتوافق مع ماهية هذا المقياس الذي يركز على مستوى فهم الطلبة ومدى قدراتهم على الاستيعاب الجيد.

ويتضمن هذا المقرر الذي هو عبارة عن مقياس ضمن برنامج الدراسي لسنة ثانية لسانس في علوم التسيير وعلوم الاقتصادية وعلوم التجارية وعلوم المالية والمحاسبية، وقد قسم هذا المقرر إلى ثمانية محاور، حيث تضمن المحور الأول على الفائدة البسيطة، والمحور الثاني على الخصم التجاري والخصم الحقيقي، المحور الثالث على تكافؤ رؤوس الأموال، المحور الرابع على الفائدة المركبة، المحور الخامس على الدفعات، المحور السادس على القروض واهتلاكها، المحور السابع على تقنيات البورصة، المحور الثامن على اختيار وتقييم الاستثمارات.

المحور الأول: الفائدة البسيطة

1. تعريف الفائدة
2. تعريف الفائدة البسيطة
3. عناصر الفائدة البسيطة
4. قانون الفائدة البسيطة
5. شروط تطبيق القانون الأساسي للفائدة البسيطة
6. الفائدة الحقيقية و الفائدة التجارية
7. حساب المدة بين تاريخين.
8. الجملة
9. طريقة القاسم و النمر
10. متوسط معدل الفائدة لجملة رؤوس الأموال
11. الفائدة المسبقة و المعدل الحقيقي للإيداع
12. تمارين محلولة

تمهيد: تعتبر الفائدة البسيطة من الفوائد التي يعتمد علها البنوك في عملهم وهي تعد من الطرق البسيطة التي انتشرت في فترات من الزمن. وذلك لتلاؤمها مع معطيات وبيانات التي كانت سائدة في العديد من البنوك خلال تلك الفترات، وهي تعتبر من أسهل الطرق لحساب الفوائد البنكية.

1. تعريف الفائدة: هي المقابل الذي يدفعه المقترض للمقرض نظير إقراضه بعض الأموال هو بحاجة إلها.

2. تعريف الفائدة البسيطة: هي التي تحسب على أساس المبلغ الأصلي المقترض الثابت طول مدة القرض أو التوظيف في نهاية كل دورة زمنية. وهي أيضا تلك الفائدة المحصل علها من توظيف رأس مال خلال مدة زمنية أقل من السنة بمعدل فائدة معين.

3. عناصر الفائدة البسيطة: من خلال التعريف السابق فإن الفائدة تتحدد باشتراك بثلاث عناصر هي:

- **المبلغ المالي أو رأس المال الموظف:** يرمز له بـ C،يقصد به المبلغ الموظف الذي يظل ثابت طول المدة.
- **معدل الفائدة المطبق:** يرمز له بـ t يمثل فائدة وحدة نقدية واحدة خلال سنة كاملة وقد جرت العادة على ذكر معدل، معدل الفائدة الفائدة لكل 100 وحدة نقدية عن مدة قدرها سنة واحدة.
- **مدة التوظيف:** يرمز لها بـ n وهي تمثل الفترة الزمنية التي يضع فيها الدائن(المقرض)المبلغ لدى المدين(المقترض)، أي من تاريخ ابتداء العملية الاستثمارية حتى نهايتها.

4. قانون الفائدة البسيطة: تعطى علاقة الفائدة البسيطة بالشكل الآتي:

$$I = c * \frac{t}{100} * n$$

مبلغ الفائدة البسيطة: I

المبلغ الموظف: c

معدل الفائدة: t

مدة التوظيف: n

- **المدة بالسنوات:** إذا كانت المدة بالسنوات تصبح العلاقة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$\boldsymbol{I = c * \frac{t}{100} * n}$$

مثال01: أودع شخص مبلغ في البنك قدره 1000دج لمدة سنتين بمعدل 10%.

احسب الفائدة البسيطة؟

الحل01:

لدينا: n=2, t=10%, c=1000da

$$I = c * \frac{t}{100} * n$$

$$I = 1000 * \frac{10}{100} * 2 = 200DA$$

-**المدة بالأشهر:** ، إذا كانت المدة بالأشهر، وعليه تصبح علاقة الفائدة بالشكل الآتي:

$$\boldsymbol{I = c.\frac{t}{100}.\frac{n}{12}}$$

مثال02: أودع شخص مبلغ في البنك قدره 1000دج لمدة6 أشهر بمعدل8%

احسب الفائدة البسيطة؟

الحل 02:

لدينا: n=6mois, t=8%, c=1000da

$$I = c * \frac{t}{1200} * n$$

$$I = 1000 * \frac{08}{1200} * 6 = 40DA$$

-**المدة بالأيام :** إذا كانت المدة بالأيام تصبح العلاقة كما يلي $I = c.\frac{t}{100}.\frac{n}{360}$

مثال03: أودعت مؤسسة مبلغ 57600دج في بنك لمدة معينة أيام معينة فبلغت الفائدة المحصلة في نهايتها2688دج. وإذا أودعت الجملة المحصلة لنفس السابق ونفس الظروف لمدة أخرى وفي بنك أخر لمدة 5 شهور فحققت فائدة تقدر ب 4019.2دج

المطلوب: 1 - احسب المدة إذا كان المعدل المطبق و 14%؟

2- احسب معدل الفائدة المطبق فيها؟

الحل03:

حساب مدة الإيداع

$$\text{J} = \frac{I.360}{c.i}$$

$$= \frac{2688.36000}{57600.14} = 120\text{j}$$

-تحديد معدل الفائدة المطبق للفائدة الجديدة

$$\text{i} = \frac{c.t.m}{1200}$$

$$= \frac{4019,2.12}{60288.5} = 0.16$$

5. شروط تطبيق القانون الأساسي للفائدة البسيطة

يشترط لتطبيق العلاقة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة احترام الشروط التالية:

أولا: يجب أن يكون معدل الفائدة **t** سنويا، وإذا كان معدل الفائدة غير سنوي يجب تحويله إلى معدل فائدة سنوي كمايلي:

- إذا كان المعدل شهري (Mensuel)، يتم ضرب المعدل في 12 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل شهرين(Bimensuel) يتم ضرب المعدل في 6 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل 3 أشهر(Trimestriel) يتم ضرب المعدل في 4 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل 4 أشهر(Quadrimestre)يتم ضرب المعدل في 3 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل 6 أشهر(Semestriel) يتم ضرب المعدل في 2 لتحويله إلى معدل سنوي؛

ملاحظة:

إذا لم يذكر في التمرين نوع المعدل يفترض انه معدل سنوي.
ثانيا: يشترط أن تكون مدة الاستثمار أو الاقتراض n بالسنوات وإذا كانت المدة غير سنوية يجب تحويلها إلى سنوات.

6. أنواع الفائدة البسيطة

- **الفائدة الحقيقيةL'intérêt simple réel:** تحسب الفائدة الحقيقية على أساس 365 يوم بالنسبة للسنة البسيطة و 366يوم بالنسبة للسنة الكبيسة. وهي طريقة تستعمل في انجلترا ولذا سميت بالطريقة الانكليزية. وتحسب حسب القانون التالي:

$$\mathbf{Ir} = \frac{\boldsymbol{c.t.m}}{\mathbf{36500}}$$

$$\mathbf{Ir} = \frac{\boldsymbol{c.t.m}}{\mathbf{36600}}$$

مثال04: أودع شخص مبلغ في البنك قدره 1000دج لمدة 60يوم بمعدل9% (سنة كبيسة).

احسب الفائدة البسيطة؟

الحل 04:

لدينا: n=60j, t=9%, c=1000da

$$\mathrm{Ir} = \frac{c.t.m}{36600}$$

$$\mathrm{Ir} = \frac{1000.9.60}{36600}=14.75\text{da}$$

- **الفائدة التجاريةL'intérêt simple commercial :** وتسمى بالطريقة الفرنسية وهي طريقة مستخدمة في فرنسا، وتسمى بالطريقة التجارية . وهي الفائدة التي تكون فيها المدة بالأيام تساوي 360 يوم، أي افتراض أن جميع أشهر السنة تساوي 30 يوم. وتعطى الصيغة الرياضية لحساب الفائدة التجارية كما يلي :

$$\mathrm{I}c = \frac{c.t.m}{36000}$$

مثال05: أودع شخص مبلغ في البنك قدره 1000دج لمدة 60يوم بمعدل9% .

احسب الفائدة البسيطة؟

الحل05 :

لدينا: n=60j, t=9%, c=1000da

$$\mathrm{Ir} = \frac{c.t.m}{36000}$$

$$\mathrm{Ir} = \frac{1000.9.60}{36000}=15\text{da}$$

ملاحظات هامة

- **تستخدم الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة عندما تكون المدة بالأيام فقط؛**
- **الفائدة التجارية تكون دائما أكبر من الفائدة الصحيحة؛**
- **إذا لم يذكر في المسألة نوع الفائدة يفترض أنها فائدة تجارية؛**
- **لا تستخدم الفائدة الصحيحة إلا إذا ذكر ذلك صراحة في المسألة؛**
- **إذا لم يحدد في المسألة نوع السنة(بسيطة أو كبيسة)وطلب حساب الفائدة الصحيحة جرى العرف على اعتبارها سنة بسيطة 365 (يوم)؛**
- **في حالة عدم ذكر سنة محددة في المسألة ثم طُلب تحديد الفائدة الصحيحة، فنفترض على أنها سنة بسيطة (365 يوم)لأن السنوات البسيطة تتكرر أكثر من السنوات الكبيسة.**

- العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

أحيانا يتطلب إيجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفائدة الصحيحة والعكس يتطلب حساب الفائدة الصحيحة بمعلومية الفائدة التجارية، ما دام أن هناك علاقة تربط بينهما، وبالتالي نميز أربع علاقات رياضية ت ربط بين الفائدتين كما يلي:

- **العلاقة الأولى:** تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفائدة الصحيحة كما يلي:

$$\mathbf{I}\boldsymbol{c} = \frac{\mathbf{73}}{\mathbf{72}}\mathbf{Ir}$$

- **العلاقة الثانية** :تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة الصحيحة بمعلومية الفائدة التجارية كما يلي:

$$\mathbf{Ir} = \frac{\mathbf{72}}{\mathbf{73}}\mathbf{Ic}$$

- **العلاقة الثالثة** :تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفرق بين الفائدتين كما يلي:

$$\mathbf{I}\boldsymbol{c} = \mathbf{73}(\mathbf{Ic} - \mathbf{Ir})$$

- **العلاقة الرابعة** :تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة الصحيحة بمعلومية الفرق بين الفائدتين كما يلي:

$$\mathbf{I}\boldsymbol{r} = \mathbf{72}(\mathbf{Ic} - \mathbf{Ir})$$

مثال06: وظفت شركة مبلغ لمدة 180يوم بمعدل 10%، احسب قيمة الفائدة الحقيقية والتجارية، إذا علمت أن الفرق بينهما قدر ب3.6.

الحل06:

$$Ic\text{-}Ir=3.6\ ;\ n=180j,\ t=10\%$$

لدينا:

$$Ic\text{-}Ir=3.6= Ic\text{-}\frac{72}{73}\mathrm{Ic}=3.6$$

$$(1\text{-}\frac{72}{73})\mathrm{Ic}=3.6$$

$Ic=262,8$ و $Ir259.2$

$$\mathrm{I}c = \frac{c.t.m}{36000} = \mathrm{c} = 4380\mathrm{DA}$$

7. حساب المدة بين تاريخين

في معظم العملات المالية، يوجد تاريخين مهمين هما (تاريخ السحب و تاريخ الإيداع)و المدة بينهما مهمة جدا لذا نلجأ لحسابها.

- **المدة المقربة:** تحسب على أساس عدد الأيام لكل شهر من السنة يساوي 30 يوم، و يلاحظ أنه يتم طرح تاريخ الإيداع من تاريخ السحب فإذا كان المطروح أكبر من المطروح منه فيتم استعارة واحد من الخانة التالية، فإذا تم الاستعارة من خانة الشهور فيتم إضافة 30 يوما إلى عدد الأيام الموجودة في خانة المطروح منه، أما إذا تمت الاستعارة من خانة السنوات فيتم إضافة **12** شهرا إلى عدد الأشهر الموجودة في خانة المطروح منه.

- **المدة الفعلية:** تحسب على أساس عدد الأيام الفعلية لشهور السنة. وتتم حساب المدة الفعلية بين تاريخين وفقا للخطوات التالية:

-تحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذي تم فيه الإيداع، وذلك بطرح يوم الإيداع من عدد الأيام الفعلية للشهر الذي تم فيه الإيداع؛

- ويضاف إلى المدة جميع الأيام الفعلية التي تقع بين شهري الإيداع و السحب؛

- يضاف عدد الأيام إلى الشهر الذي تمت فيه عملية السحب.

مثال07: احسب المدة الفعلية الموجودة بين تاريخين التالين:01جانفي و03 مارس من نفس السنة.

الحل07:

حساب المدة الفعلية:

01-31 جانفي = 30 يوم

فيفري (28 يوم)

03 مارس (03 أيام) وبالتالي المدة كلية هي 30+28+03= 61 يوم

8. الجملة(القيمة المكتسبة) La valeur acquise :

إذا أودع شخص في بنك مبلغ من المال C لمدة n سنة وكان معدل الفائدة في هذا البنك هو t، فانه في نهاية المدة الزمنية المتفق عليها يكون لهذا الشخص أصل المبلغ الذي أودعه C بالإضافة إلى قيمة الفائدة I التي يحصل عليها من البنك، ومجموع المبلغين يسمى الجملة.

فإذا رمزنا للجملة بالرمز A فإن: A=C+I

حيث أن: $A = C + I$

$$A = C + c * n * i$$

ومنه: $\boxed{\mathbf{A = C0(1 + in)}}$

بافتراض المدة n تكون الجملة: $A = C0(1 + in)$

وإذا كانت المدة m شهر تكون الجملة: $A = C0(1 + \frac{i.m}{12})$

وإذا كانت المدة mشهر تكون الجملة : $A = C0(1 + \frac{i.j}{360})$

مثال08: أودع شخص مبلغ 23000 دج في بنك لمدة 8 شهور بنسبة فائدة بسيطة تقدر ب10 % سنويا. فماهي قيمة ما تجمع لهذا الشخص بعد نهاية هذه الفترة؟ وإذا وضع نفس المبلغ في بنك لمدة 75 يوم بمعدل فائدة12%.

المطلوب : أحسب جملة هذا المبلغ؟

الحل08:

-جملة المبلغ لفترة 8 شهور

$$A = C0(1 + \frac{i.m}{360}) = 23000(1+\frac{0.1*8}{12}) = 24533.33$$

-جملة المبلغ لفتة 75 يوم

$$A = C0(1 + \frac{i.j}{360}) = 23000(1+\frac{0.12*75}{360}) = 23575$$

9. طريقة النمر والقاسم

تعتبر طريقة النمر و القواسم من أهم الطرق المختصرة لحساب الفوائد البسيطة و لذلك فهي تستخدم في العمليات اليومية في الحسابات التجارية وحسابات التوفير، و تظهر أهمية هذه الطريقة عندما يراد حساب الفوائد التجارية لعدة مبالغ مستثمرة خلال فترات زمنية مختلفة بمعدل فائدة واحد .

انطلاقا من العلاقة العامة للفائدة البسيطة

$$\boldsymbol{I = \frac{N}{D}}$$

النمر: N=Cxn

القاسم: $D = \frac{36000}{t}$

مثال09. اوجد الفائدة المحققة لمبلغ 915,46 دج موظف لدى البنك لمدة 120 يوم بمعدل6 %

الحل09:

لدينا: c=915.46da, t= 6%, n=120j

حساب القاسم:

$$D = \frac{36000}{6} = 6000$$

حساب النمر:

N=C*n= 915.46*.12=109855.2

$$I = \frac{N}{D}$$

مثال10: أودع شخص ثلاث مبالغ في بنك التنمية المحلية، بمعدل 6%، وذلك حسب الجدول التالي:

المدة	المبالغ
20 يوم	1200
40 يوم	1400
60 يوم	1600

- احسب الفائدة محصلة من هذه المبالغ بطريقة النمر والقاسم ؟

الحل10:

لدينا:

N=c*n	المدة	المبالغ
1200*20=24000	n1=20 يوم	c1=1200
1400*40=56000	n2=40 يوم	c2=1400
1600*60=96000	n3=60 يوم	c3=1600

N=24000+56000+96000

N=176000

$$D = \frac{36000}{6} = \mathbf{6000}$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{N}{D} = \frac{176000}{6000}$$

I=29.33da

10. متوسط معدل الفائدة لجملة رؤوس أموال

إذا كان هناك جملة رؤوس أموال(دفعات غير متساوية) ومعدل فائدة غير متساوي، ومدة غير متساوية، من خلال العلاقة التالية:

$$\mathrm{I} = \mathrm{I1} + \mathrm{I2} + \mathrm{I3} + \cdots \mathrm{In}$$

$$\mathbf{IG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{Ci*ji*}\boldsymbol{ti}}{\mathbf{36000}}$$

$$IG = \frac{\mathrm{C1*j1*}t1}{36000} + \frac{\mathrm{C2*j2*}t2}{36000} + \frac{\mathrm{C3*j3*}t3}{36000}$$

$$IG = \frac{\mathrm{C1*j1*}t1\mathrm{+C2*j2*}t2\mathrm{+C3*j3*}t3}{36000}$$

$$IG = \frac{\mathrm{C1*j1*}t1\mathrm{+C2*j2*}t2\mathrm{+C3*j3*}t3}{36000}$$

$$IG = \frac{\mathrm{C1*j1*}t1\mathrm{+C2*j2*}t2\mathrm{+C3*j3*}t3}{36000}$$

إذا كان هناك جملة رؤوس أموال بمعدل فائدة واحد فيتم حساب الفائدة من خلال العلاقة التالية:

$$IG = tn\frac{\mathrm{C1*j1+C2*j2+C3*j3}}{36000}$$

$$\mathrm{IG} = tn\frac{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Ni}}{36000}$$

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} Ci*ti*ji}{\sum_{i=1}^{n} Ci*ji}$$

$$\mathbf{T = \frac{\sum_{i=1}^{n} Ni*ti}{\sum_{i=1}^{n} Ni}}$$

مثال11: وضعت مؤسسة ثلاث مبالغ في البنك هي على التوالي:1000دج بمعدل *6%* لمدة 30 يوم، 3000بمعدل *8%* لمدة 60 يوم، 4000دج بمعدل *9%* لمدة 70 يوم.

1 - أحسب قيمة الفائدة الإجمالية ؟

2 - أحسب متوسط معدل الفائدة لجملة رؤوس أموال؟

الحل11 :

لدينا: C1=1000da, C2=3000da, C3= 4000da , t1=6%,t2=8%,t3=9%, n1=30j, n2= 60j, n3=70j

1. حساب قيمة الفائدة الإجمالية

$$IG = \frac{\sum_{i=1}^{n} Ci*ji*ti}{36000}$$

$$IG = \frac{1000*6*30+3000*8*60+4000*9*70}{36000}$$

$$IG = 115\text{da}$$

2. حساب متوسط معدل الفائدة لجملة رؤوس أموال:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} Ci*ti*ji}{\sum_{i=1}^{n} Ci*ji}$$

$$T = \frac{1000*6*30+3000*8*60+4000*9*70}{1000*30+3000*60+4000*70}$$

$$T = 8.44\%$$

11. الفائدة المسبقة والمعدل الحقيقي للإيداع

قد يتعامل البنك أو أي شخص مع مودعي الأموال بتقديم الفائدة مسبقا لصاحب رأس المال أي تكون فائدة محصلة عند الإيداع أو عند توقيع عقد المعاملة.

ففي هذه الحالة يكون في الواقع أن المودع قد أودع فعلا المبلغ مطروحا منه الفوائد المسحوبة عند الإيداع، و بعد المدة المتفق عليها يسحب صاحب رأس المال أمواله كما أودعها كلية.

و بالتالي فإن المبلغ المودع فعلا هو: Ca=C-I

- إذا كانت المدة بالسنوات:

$$te = \frac{100*t}{100-t*n}$$

- إذا كانت المدة بالأشهر:

$$\mathbf{te = \frac{1200*t}{1200-t*n}}$$

- إذا كانت المدة بالأيام:

$$te=\frac{36000*t}{36000-t*n}$$

12. تمارين محلولة

التمرين 01: قام مدير شركة ايريس بإيداع أصل لدى البنك بمعدل فائدة 10% لمدة من الزمن، حيث في نهاية هذه الفترة تحصل على قيمة مكتسبة قدرها 18000 دج، كما قام بإيداع نفس قيمة الأصل بمعدل قدره 11%لمدة أقل من الفترة الأولى بسنة واحدة، حيث أنه في نهاية هذه الفتّة تحصل على قيمة مكتسبة قدرها 4800 دج .

المطلوب: - أحسب قيمة الأصل و فترتي الإيداع؟

حل التمرين 01:

لدينا:

$$c+\frac{c.10.n}{100}=18000$$

C(100+10n)=18000.100.....01

$$\frac{c.11(n-1)}{100}=5000$$

C11 (n-1)=5000.100....02

بقسمة العلاقة 01على 02 نجد:

$$\frac{100+n10}{11(n-1)}=\frac{18}{5}\equiv \text{n}=4.71=5\text{ans}$$

بتعويض قيمة المدة في العلاقة (02) نجد:

$$c=\frac{5000.100}{11(5-1)}=11363.63\text{DA}$$

التمرين02: قام مالك شركة صومام بتوظيف رأس مال قيمته 80000 دج بمعدل فائدة بسيطt % بعد مرور سنتين (2سنة)قام بسحب رأس المال والفائدة وقام بتوظيفهما بمعدل فائدة بسيط قدره(t+1) % بعد مرور ثلاث سنوات تحصل على ما قيمته 130560 دج .

المطلوب: احسب معدل الفائدةr%؟

حل التمرين 02:

رأس المال المكون في ظرف سنتين يقدر ب:

$$90000+\frac{90000.t.2}{100}$$
$$=90000*\frac{100.2t}{100}$$

رأس المال المكون في ظرف ثلاث سنوات يقدر ب:

$$90000+\frac{100+t.2}{100}.\frac{100+3(t+2)}{100}$$

وبالتالي يمكننا الحصول على العلاقة التالية:

$$90000.\frac{100+t.2}{100}.\frac{100+3(t+2)}{100}=140000$$
$$9(100+2t)(106+3t)=140000$$

بعد القيام بعملية النشر والتوزيع نتحصل على المعادلة التالية:

$54t^2 4608t-44600=0$

إذن فهي معادلة من الدرجة الثانية جذرها موجب و بالتالي: t=10%:

التمرين 03: مبلغان من المال(مبلغ 1 + مبلغ2) بلغ مجموعهما 20000 دج أودعا بنك الفلاحة و التنمية الريفية لمدة سنة. أودع المبلغ الأول بمعدل فائدة قدرهt % وأودع المبلغ الثاني بمعدل فائدة قدر(t+1)%

الفائدة المحصل عليها من المبلغ الأول تقدر ب 1080 دج. والفائدة المحصل عليها من المبلغ الثاني تقدر ب 800 دج.

المطلوب: -احسب معدل الفائدة الأول و معدا الفائدة الثاني ؟

-احسب قيمة المبلغ الأول و قيمة المبلغ الثاني؟

حل التمرين 03:

ليكن Cرأس مال الأول و رأس المال الثاني (20000-C)

$$\frac{C.t}{100}=1080\Rightarrow \mathrm{Ct}=108000\ldots.1$$

$(20000\text{-C})\frac{t+1}{100}=800\Rightarrow$ 2000-Ct-C=60000....2

بعد استخراج القيمة $C=\frac{108000}{t}$ من المعادلة (01) و تعويضها في المعادلة (02) نجد:

$5t^2 342t-27=0$

إذن فهي معادلة من الدرجة الثانية جذرها موجب و بالتالي **9%** =t

معدل الفائدة لرأس المال الأول يقدر ب t=9%

معدل الفائدة لرأس المال الثاني يقدر ب 10%=(t+1)

$$\mathrm{Ct}=108000\Rightarrow \mathrm{Ct}=\frac{108000}{9}$$
$$=12000$$
$$(20000-\mathrm{c})=8000$$

رأس الأول الأول يقدر ب 12000دج

رأس المال الثاني يقدر ب 8000 دج

التمرين 04: وضعت مؤسسة متيجي ثلاث مبالغ في البنك هي على التوالي:2000دج بمعدل *6%* لمدة 40 يوم، 4000بمعدل *8%* لمدة 60 يوم، 6000دج بمعدل 10*%* لمدة 80 يوم.

المطلوب:

1 - أحسب قيمة الفائدة الإجمالية ؟

2 - أحسب متوسط معدل الفائدة لجملة رؤوس أموال؟

حل التمرين04:

لدينا: C1=2000da, C2=4000da, C3= 6000da , t1=6%,t2=8%,t3=10%, n1=40j, n2= 60j, n3=80j

1. حساب قيمة الفائدة الإجمالية:

$$IG = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Ci} * \mathrm{ji} * ti}{36000}$$

$$IG = \frac{2000*6*40+4000*8*60+6000*10*80}{36000}$$

$$IG = 200\text{da}$$

2. حساب متوسط معدل الفائدة لجملة رؤوس أموال:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Ci} * \mathrm{ti} * \mathrm{ji}}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Ci} * \mathrm{ji}}$$

$$T = \frac{2000*6*40+4000*8*60+6000*10*80}{2000*40+4000*60+6000*80}$$

$$T = 9\ \%$$

التمرين05: أودع شخص ثلاث مبالغ في بنك الخارجي، بمعدل8 %، وذلك حسب الجدول التالي:

المبالغ	المدة
1300	30يوم
1500	50 يوم
1700	70يوم

المطلوب: - أحسب الفائدة محصلة من هذه المبالغ بطريقة النمر والقاسم ؟

حل التمرين05:

لدينا:

المبالغ	المدة	N=c*n
c1=1300	n1= =30j	1300*30=39000
c2=1500	n2= 50j	1500*50=75000
c3=1700	n3= 70j	1700*70=119000
/	/	233000

N=1300*30+1500*50+1700*70= 233000

$$D=\frac{36000}{8}=\mathbf{4500}$$

$$\mathbf{I}=\frac{N}{D}=\frac{233000}{4500}$$

I=51.77da

تمارين مقترحة

التمرين 06: يودع شخص في أول ومنتصف كل شهر مبلغ 2500 ويسحب مبلغ 1500 قبل نهاية كل شهر بـ 12 يوم. إذا علمت أن البنك يحسب فوائد بسيطة عن الإيداعات وعن المسحوبات بمعدل 4 % . وأن مدتي الإيداع والسحب هي سنة كاملة.

المطلوب: احسب رصيد هذا الشخص في نهاية السنة؟

التمرين07: طوال السنة يودع شخص مبلغ 2000 دج في نهاية كل شهر. لمدة 6 أشهر الأولى. ومبلغ 5000 في نهاية كل شهر في الشهور المتبقية.

المطلوب: أوجد رصيد هذا الشخص في نهاية السنة، علما أن معدل الفائدة البسيطة السنوي هو3 %.

التمرين08: أودع شخص رؤوس أموال بمعدل فائدة15 % سنويا بحيث:

المبلغ1: 52600 دج يودع في03/10 إلى غاية 05/24 من نفس السنة.

المبلغ 2: 42700 دج يودع في 03/10 إلى غاية 06/18 من نفس السنة.

المبلغ 03: 35800 دج يودع في 03/10 إلى غاية 07/08 من نفس السنة.

المطلوب: 1- أحسب مبلغ الفائدة الإجمالي لهذا الشخص؟

2- لو فرضنا بقاء مختلف المبالغ إلى غاية 07/08، وتم سحب مبلغ 63000 دج بتاريخ 06/08، أحسب جملة المبالغ حتى نهاية مدة الإيداع؟

المحور الثاني: الخصم التجاري والخصم المالي

1. تعريف الخصم
2. تعريف الخصم التجاري
3. التطبيقات على صيغة الخصم
4. الآجيو
5. تعريف الخصم الحقيقي
6. العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي
7. كشف الخصم
8. تمارين محلولة

تمهيد: يعتبر الخصم من الأدوات المالية التي تساهم بشكل أو بأخر في الحصول على سيولة في حينها، وهو يسهم بشكل كبير في إنعاش الاستثمارات. ويحقق لتجار السرعة في الحصول على الأموال لتمويل مشاريعهم، أو شراء سلع، أو رفع الحجز البنكي عن ممتلكات، أو غيرها من الأمور التي يكون فيها الحاجة العاجلة إلى الأموال بشكل فوري وعاجل. وهنا يكون القيام بخصم الأوراق التجارية له أهمية كبيرة لمالكها سواء شخص معنوي أو مادي.

1. تعريف الخصم Escompte: هو التنازل عن مبلغ أو قيمة معينة من القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية مقابل الحصول على الدين قبل موعد استحقاقه، حيث يتشابه الخصم مع الفائدة البسيطة في طريقة الحساب. فإذا كانت الفائدة البسيطة تضاف للمبلغ فإن الخص يطرح من المبلغ، وخصم الديون يعني تسديدها قبل موعد استحقاقها بمدة معينة لقاء تخفيض يساوي فائدتها للمدة المحصورة بين تاريخ التسديد وتاريخ الاستحقاق بمعدل معين، فإذا تم تسديد المبالغ المدينة قبل موعد استحقاقها فيحصل المدين على خصم لقاء هذا التقديم الزمني لها. وهناك عدة أنواع لأوراق التجارية نذكر منها.

- **الشيك:** هو تعهد فوري يمكن للمستفيد أن يحصل على قيمته من البنك يوم تحريره؛
- **السند الإذني:** صك محرر وفق شكل معين يحدده القانون يتضمن تعهد من محرر السند بدفع مبلغ معين من النقود لصالح شخص يسمى المستفيد؛
- **الكمبيالة أو السفتجة:** تتضمن أم ا ر صاد ا ر من الساحب(المدين)موجها إلى المسحوب عليه بدفع؟ مبلغ معين من النقود لصالح شخص ثالث(الدائن).

2. تعريف الخصم التجاري Escompte commercial

هو عملية من عمليات الائتمان قصيرة الأجل التي تساهم في تنشيط المعاملات التجارية و التي تحقق فوائد لكل من العميل والبنك. وهو أيضا عملية يضع من خلالها البنك تحت تصرف عميله مبلغا ماليا مقابل ورقة تجارية لم يصل تاريخ استحقاقها مع حسم أو خصم أو قطع فائدة في القيمة الاسمية.

حساب الخصم التجاري

الخصم هو الفائدة المحسوبة على القيمة الاسمية للورقة التجارية للفترة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق.

إذا رمزنا للخصم ب E ورمزنا للقيمة الاسمية بـV، فيرمز للخصم التجاري ب Ec .

الخصم التجاري = القيمة الاسمية* المعدل *المدة.

$$\boldsymbol{Ec = V \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}}$$

أي:

$\boldsymbol{Ec}$: الخصم التجاري؛

$\boldsymbol{V}$: القيمة الاسمية(Valeur nominale): هي القيمة المستحقة الدفع في تاريخ معين

j : مدة الخصم: هي المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم؛

$\boldsymbol{t}$: معدل الخصم: هو نسبة مئوية تقتطع من القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية؛

$\boldsymbol{Va}$ **القي مة الحالية:** هي الفرق بين القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية وبين قيمة الخصم التجاري المتنازل عنه في تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق.

مثال01: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 16000 دج تاريخ استحقاقها يوم2023/10/05 قدمت للخصم بتاريخ 2023/06/15، بمعدل 8%

المطلوب : أحسب قيمة الخصم التجاري؟

الحل01:

لدينا %t=8، j=112، V=16000DA، ومنه نطبق مباشرة علاقة الخصم نجد:

$$Ec = V \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$$
$$= \frac{16000 \times 8 \times 112}{36000} = 398.22DA$$

حساب القيمة الحالية

هي قيمة الورقة بعد طرح(إنقاص)قيمة الخصم من قيمتها الاسمية، ونرمز لذا بالرمزVa، ويمكن حسابها بطريقة التالية:

القيمة الحالية = القيمة الاسمية – قيمة الخصم التجاري

أي:

$$\boldsymbol{Va = V - Ec}$$
$$Va = V - V\frac{t \times j}{36000}$$
$$Va = v(1 - \frac{t \times j}{36000})$$

مثال02: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 46.000دج، تاريخ استحقاقها يوم 2023/03/14 تم خصمها بتاريخ 2023/01/28 بمعدل 9%.

المطلوب:

1. أحسب قيمة الخصم التجاري؟
2. أحسب القيمة الحالية لهذه بتاريخ خصمها؟

الحل02:

لدينا: j= 45 ، t = 9%، V=46000DA، بتطبيق علاقة الخصم مباشرة نجد:

- **حساب قيمة الخصم**

$$Ec = V \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$$
$$\mathrm{Ec} = \frac{46000 \times 9 \times 45}{36000}$$
$$\mathrm{Ec} = 517.5\mathrm{DA}$$

- **حساب القيمة الحالية**

$$Va = v\left(1 - \frac{t \times j}{36000}\right)$$
$$Va = 46000\left(1 - \frac{9 \times 45}{36000}\right)$$
$$\mathrm{Va} = 45482.5\mathrm{DA}$$

3. التطبيقات على صيغة العامة للخصم

من الصيغة العامة لحساب الخصم(E) حيث $Ec = V \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$ يتضح أن حساب الخصم مرتبط بالعناصر التالية:

V: القيمة الاسمية؛

t: معدل الخصم؛

j: المد ة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق.

يمكن حساب قيمة أحد العناصر السابقة إذا كانت مجهولة، بدلالة العناصر الثلاثة الأخرى المعلومة.

- حساب القيمة الاسمية:

$$V = \frac{Ec \times 36000}{t \times j}$$

مثال03: ورقة تجارية تسحق الدفع في 2023/07/02 تم خصمها بتاريخ 2023/04/14 بمعدل8 %، وكان مبلغ الخصم التجاري 5000دج.

المطلوب: احسب القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

الحل 03:

- حساب القيمة الاسمية:

لدينا: Ec=5000DA ،t = 8% ، j= 79

$$V = \frac{Ec \times 36000}{t \times j}$$

$$V = \frac{5000 \times 36000}{8 \times 79}$$

$$V = 284810.12DA$$

- حساب معدل الخصم:

$$t = \frac{Ec \times 36000}{v \times j}$$

مثال04: ورقة تجارية قيمتها الاسمية *120000* بمدة تقدر 80يوم، وكان مبلغ الخصم التجاري 1200دج.

المطلوب: حساب معدل الخصم؟

الحل04:

- حساب معدل الخصم:

لدينا: Ec=1200DA ،j = 80 ، V= 12000DA

$$t = \frac{Ec \times 36000}{v \times j}$$

$$t = \frac{120 \times 36000}{120000 \times 80}$$

$$t = 4.5\%$$

- حساب مدة الخصم:

$$j = \frac{Ec \times 36000}{v \times t}$$

مثال05: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 12000دج خصمت بمعدل *8%*وكان مبلغ الخصم التجاري 120دج.

المطلوب: حساب مدة الخصم؟

الحل05:

- حساب مدة الخصم:

لدينا: Ec=120DA ،t = 8% ، V= 12000DA

$$j = \frac{Ec \times 36000}{v \times t}$$

$$j = \frac{120 \times 36000}{12000 \times 8}$$

$$j = 45$$

- حساب القيمة الاسمية انطلاقا من القيمة الحالية

مثال05: ورقة تجارية قيمتها الحالية بلغت 80000 دج، مدة خصمها140 يوم، بمعدل6% .

المطلوب: - أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

الحل05:

حساب القيمة الاسمية انطلاقا من القيمة الحالية:

لدينا: t=6% ، j=140، Va=80000DA

$$Va = v(1 - \frac{t \times j}{36000})$$

$$V = \frac{Va}{\left(1 - \frac{t \times j}{36000}\right)}$$

$$V = \frac{80000}{\left(1 - \frac{6 \times 140}{36000}\right)}$$

$$V = 81818{,}18DA$$

4. الأجيو

هو مجموع ما يقتطعه البنك من القيمة الاسمية للورقة التجارية عند خصمها من طرف المستفيد.

- عناصر الأجيو

يتكون الأجيو من العناصر التالية:

-**الخصم التجاري:** وهو الفائدة التي تحسب على القيمة الاسمية للورقة المخصومة كما مر بنا سابقا.

-**العمولات:** وهي مبالغ يقتطعها البنك من القيمة الاسمية للورقة التجارية لقاء خدمات خصم الورقة التجارية. ونميز بين نوعين من العمولات:

- ✓ عمولات ثابتة: وهي مبالغ ثابتة غير متعلقة بالزمن، تقتطع من قيمة الورقة مهما كان مبلغها.
- ✓ عمولات متغيرة: وهي تكون عادة متعلقة بالزمن، وتحسب بنفس كيفية حساب الخصم التجاري .

-**الرسم على القيمة المضافة:** يطبق على مجموع الخصم التجاري مضافا إليه العمولات المتغيرة والثابتة.

الأجيو = الخصم التجاري + العمولات الثابتة + العمولات المتغيرة + الرسم على القيمة المضافة

L'AGIO = Ec + Cf + Cv + TVA

وعليه: **القيمة الصافية = القيمة الاسمية – الأجيو**

$$Va = V - \text{L'AGIO}$$

مثال06: ورقة تجارية مستحقة في 08 جوان 2023 خصمت لدى البنك الخارجي في 30مارس 2023، قيمتها الاسمية 19000دج، بمعدل *6%* ، بإضافة إلى عمولات المتغيرة *3%* ، العمولة الثابتة 200دج، والرسم على القيمة المضافة *19%*.

المطلوب:

1 - احسب الآجيو لهذه الورقة؟

2 - احسب القيمة الصافية لهذه الورقة؟

الحل06:

لدينا: V=19000Da,Cv=3%, Cf=200da, tva=19%, j=70 ,t= 6%

1 - حساب قيمة الآجيو:

L'AGIO = Ec + Cf + Cv + TVA

أولا نحسب قيمة الخصم التجاري:

$$Ec = V \times \frac{t}{100} \times \frac{\mathrm{j}}{360}$$
$$Ec = 19000 \times \frac{6}{100} \times \frac{70}{360}$$

$$Ec = 221.66da$$

ثانيا نحسب باقي العمولات:

$$Cv = V \times \frac{Cv}{100} \times \frac{\mathrm{j}}{360}$$
$$Cv = 19000 \times \frac{2}{100} \times \frac{70}{360}$$

$$Cv = 73.88da$$

ثالثا نحسب الرسم على قيمة المضافة:

$$Tcv = (Ec + Cf + Cv)$$
$$Tcv = (221.66 + 200 + 73.88)0.19$$
$$Tcv = 94.15da$$

ومنه يحسب الاجيو :

$$\mathrm{L'AGIO} = 221.66 + 200 + 73.88 + 94.15$$
$$\mathrm{L'AGIO} = 589.69DA$$

2 - حساب القيمة الصافية:

$$Va = V - \mathrm{L'AGIO}$$
$$Va = 19000 - 589.69$$
$$Va = 18410.31ADA$$

5. تعريف الخصم الحقيقيEscompte réel

إن الخصم الحقيقي يطبق فيه المعدل على القيمة الحالية ومنطقيا فإن هذا النوع من الخصم يكون أقل قيمة من الخصم التجاري لاختلاف القيمة الاسمية عن القيمة الحالية. وهذا النوع من الخصوم يحسب من القيمة الحالية للورقة التجارية أو الدين أي أنه حاصل ضرب القيمة الحالية الصحيحة في المدة في معدل الخصم، ويعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$Er = Va \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$$

- حساب الخصم الحقيقي

الخصم هو الفائدة المحسوبة على القيمة الحالية للورقة التجارية للفترة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق.

إذا رمزنا للخصم الحقيقي بEr ورمزنا للقيمة الحالية للخصم الحقيقي ب Va فيكون الخصم الحقيقي Er :

أي: $$\boldsymbol{Er = Va \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}}$$

Va: القيمة الحالية ؛

t: معدل الخصم الحقيقي؛

j: مدة الخصم.

ويمكن تحديد علاقة الخصم الحقيق والقيمة الحالية والقيمة الاسمية كمايلي:

$$Va = V - Er$$

$$Va = V - \frac{va \times t \times j}{36000}$$

وبالتعويض بقيمة الحالية في علاقة الخصم الحقيقي نجد:

$$Er = \frac{v \times t \times j}{36000 + t \times j}$$

مثال07: ورقة تج ارية قيمتها الاسمية تبلغ 30000 دج، تاريخ استحقاقها في النهاية جوان 2023 تم خصمها بتاريخ 2023/04/11 بمعدل 10%

المطلوب : أحسب الخصم التجاري ثم الخصم الحقيقي؟

الحل07:

لدينا: j=80، t=10%، V=30000DA

1 - حساب الخصم التجاري:

$$Ec = \frac{v \times t \times j}{36000}$$

$$Ec = \frac{30000 \times 10 \times 80}{36000}$$

$$Ec = 666.66DA$$

2 - حساب الخصم الحقيقي:

$$Er = \frac{v \times t \times j}{36000 + t \times j}$$

$$Er = \frac{30000 \times 10 \times 80}{36000 + 10 \times 80}$$

$$Er = 652.17\text{DA}$$

6. العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي

هناك طريقتين:

- طريقة الفرق:

$$Ec - \text{Er} = \left(\frac{v \times t \times j}{36000} - \frac{v \times t \times j}{36000 + t \times j}\right)$$

وبعد التبسيط نجد:

$$Ec - \mathrm{Er} = \left(\frac{\mathrm{V}\times n^2}{D(D+n)}\right)$$

- طريقة التناسب أو القسمة:

$$\frac{\mathrm{Ec}}{Er} = \frac{\frac{\mathrm{v}\times\mathrm{t}\times\mathrm{j}}{36000}}{\frac{\mathrm{va}\times\mathrm{t}\times\mathrm{j}}{36000}}$$

وبعد التبسيط نجد:

$$\boldsymbol{Er} = \frac{\mathbf{Ec}}{\frac{\mathbf{36000+t\times j}}{\mathbf{36000}}}$$

ملاحظات:

الخصم التجاري = جملة الخصم الحقيقي

الخصم الحقيقي =القيمة الحالية للخصم التجاري

الفرق بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي يقدر بفائدة الخصم الحقيقي أو أن الخصم التجاري يزيد عن الحقيقي بقيمة فائدة الثاني.

7. كشف الخصم

هو وثيقة يعدها البنك ليبين فيها تفاصيل عملية خصم ورقة تجارية ما، ويحتوي على المعلومات المتعلقة بالورقة المخصومة وهي: القيمة الاسمية ، وتفاصيل الآجيو والقيمة الصافية للورقة بعد الخصم.

مثال08: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 80000 دج تم خصمها بمعدل 8 % سنويا، تستحق يوم 2023/10/10 قدمت للخصم بتاريخ 2023/05/23، مصاريف الخصم كانت كمايلي:

العمولة المتغيرة(2 % متعلقة بالزمن)؛

العمولة الثابتة 150 دج؛

الرسم على القيمة المضافة 19%.

المطلوب: إعداد كشف الخصم باستخدام النموذج الموالي؟

الحل08: إعداد كشف الخصم:

لدينا:

<table>
<tr><td colspan="6">البنك الخارجي</td></tr>
<tr><td colspan="3">جدول الخصم رقم: 09/200</td><td colspan="3">مؤسسة: ايريس</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td><td colspan="3">تاريخ الخصم: 2023/05/23</td></tr>
<tr><td>مبلغ الورقة</td><td>مكان الدفع</td><td>تاريخ الاستحقاق</td><td>مدة الخصم</td><td>مبلغ الخصم</td><td>عمولة متغيرة</td></tr>
<tr><td>80.000</td><td>وكالة مستغانم</td><td>2023/10/10</td><td>140</td><td>2488.88</td><td>622.22</td></tr>
<tr><td colspan="2">الخصم</td><td>2488.88</td><td colspan="3" rowspan="3">$Ec = V \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360} = \frac{80000 \times 8 \times 140}{36000} = 2488.88DA$
$Cv = \frac{V \times Cv\% \times j}{36000} = \frac{80000 \times 2 \times 140}{36000} = 622.22DA$
$LAGIO = (Ec + Cv + Cf + TVA) = (2488.88 + 622.2 + 150 + 619.609) = 3880.689DA$</td></tr>
<tr><td colspan="2">العمولة المتغيرة</td><td>622.22</td></tr>
<tr><td colspan="2">العمولة الثابتة</td><td>150</td></tr>
<tr><td colspan="2">الرسم القيمة المضافة TVA</td><td>619.609</td><td colspan="3" rowspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="2">الاجيو l'AGIO</td><td>3880.689</td></tr>
<tr><td colspan="2">القيمة الاسمية V</td><td>80000</td></tr>
<tr><td colspan="2">القيمة الصافية Va</td><td>76119.311</td></tr>
</table>

8. تمارين محلولة في الخصم التجاري والخصم الحقيقي

التمرين الأول:

بتاريخ 2023/05/18خصمت لدى البنك3 أورا ق تجارية القيمة الاسمية لكل ورقة 30000 دج، معدل الخصم8 % ومجموع الخصوم للأورا ق الثلاث قدر ب 1300 دج.

المطلوب:

1 - حساب تاريخ استحقاق الورقة الثانية والأولى؟

إذا علمت أن مبلغ خصم الورقة الثانية قدر ب300 دج، وتاريخ استحقاق الورقة الثالثة في 2023/09/27.

2 - حساب قيمة الخصم الأول؟

حل التمرين 01:

حساب n2

$$Ec2 = \frac{V2 \times t2 \times n2}{36000}$$

$$n2 = \frac{36000 \times Ec2}{V2 * t2}$$

$$n2 = \frac{36000 \times 300}{30000 * 8}$$
$$n2 = 45$$

حسابEc3:

$$Ec3 = \frac{V3 \times t3 \times n3}{36000}$$

$$Ec3 = \frac{30000 \times 8 \times 132}{36000}$$
$$Ec3 = 880DA$$

حساب Ec1:

$$Ec = Ec1 + Ec2 + Ec3$$
$$Ec1 = Ec - (Ec2 + Ec3)$$
$$Ec1 = 1300 - (300 + 880)$$
$$Ec1 = 120DA$$

التمرين الثاني: حددت القيمة الحالية لورقة تج ارية بتاريخ 20 أوت بمعدل خصم 9 %ب 7000 دج، حيث أنه إذا تم خصم الورقة التجارية قبل 30 يوم قبل تاريخ استحقاقها فإن قيمة الخصم تكون أقل من 70 دج من الخصم المقترح في الفرضية الأولى .

المطلوب:

1. أحسب القيمة الحالية للورقة التجارية؟
2. حدد تاريخ الاستحقاق؟

حل التمرين02:

القيمة الحالية: 7070=70+7000 (مدة 30 يوم)

لدينا:

$$Va = V - Ec = V - \frac{V \times t \times j}{36000}$$
$$7070 = V - \frac{V \times 9 \times 30}{36000}$$

ومنه فإن $V = 7123.42$

بافتراض ان هي عدد أيام الخصم نجد أن: $Ec = V - Va$

$$Ec = 7123.42 - 7000 \Rightarrow Ec = 123.42DA$$

$$n = \frac{36000 \times Ec}{V * t}$$
$$n = \frac{36000 \times 123.42}{7123.42 * 9}$$
$$n = 69j$$

تاريخ الاستحقاق يكون بعد 69 يوم من تاريخ 20أوت يعني 28 أكتوبر.

التمرين الثلث: بتاريخ **2023/05/20** تم خصم ورقة تجارية، قيمتها الاسمية أكبر من القيمة الحالية ب 2200 دج تستحق في 17 /2023/09، معدل الخصم8 %.

المطلوب :

1 - حساب قيمة الخصم؟

2 - حساب القيمة الاسمية والقيمة الحالية؟

3 - لو خصمت الورقة بمعدل6 % وحققت نفس مبلغ الخصم السابق فما هو تاريخ استحقاقها**؟**

حل التمرين03:

1 - حساب قيمة الخصم:

$$V = Va + 2200$$
$$Ec = V - Va$$
$$Ec = 2200DA$$

2 - حساب القيمة الاسمية والقيمة الحالية:

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{Ec} * 36000}{t * n}$$
$$\mathrm{V} = \frac{2200 * 36000}{8 * 120}$$
$$\mathrm{V} = 82500DA$$
$$V = Va + 2200$$
$$Va = V - 2200$$
$$Va = 82500 - 2200$$
$$Va = 80300DA$$

3 - حساب تاريخ الاستحقاق:

$$\mathrm{n} = \frac{36000 \times \mathrm{Ec}}{V * t}$$
$$\mathrm{n} = \frac{36000 \times 2200}{82500 * 6}$$
$$\mathrm{n} = 160\mathrm{j}$$

تاريخ الاستحقاق 27 أكتوبر 2023.

التمرين الرابع: في فاتح من جوان قام مؤسس شركة" سلامة لتأمينات " بخصم ورقة تجارية لدى البنك التنمية الريفية قيمتها الاسمية 4000دج مستحقة الدفع في 30 جوان بمعدل7 %، عمولة البنك1‰ ، عمولة التحصيل0.7%

المطلوب: احسب القيمة الحالية؟

حل التمرين 04:

المدة من 01 جوان حتى 30 أوت	90 يوم
عمولة البنك	
عمولة التحصيل	
الخصم	
الأجيو	
القيمة الحالية	

التمرين الخامس: قام مصنع إنتاج الملابس الصوفية بتاريخ 03 مارس 2023 بخصم ثلاثة أوراق تجارية:

8000دج تستحق في 02ماي.

12000دج تستحق في 01جوان.

6600دج تستحق في 01جويلية.

و ذلك بمعدل خصم9%.

المطلوب: أحسب الخصم الإجمالي و القيمة الحالية الإجمالية؟

حل التمرين 05:

رقم الورقة	القيمة الاسمية	تاريخ الاستحقاق	مدة الخصم	النمر
1	8000	02 ماي	60	480000
2	12000	01 جوان	90	1080000
3	6600	01جويلية	120	792000
المجموع	26600	/	/	2352000
الخصم: $Ec=\frac{\mathrm{V\times t\times j}}{36000}=\frac{2352000}{4000}\,588\mathrm{DA}$				
القيمة الحالية:				

التمرين السادس: بتاريخ 01 أوت تقدمت مؤسسة بخصم الأوراق التجارية التالية:

7000 دج مستحقة في 01 سبتمبر.

13000دج مستحقة في 29 نوفمبر.

3000 دج مستحقة في 12ديسمبر.

خصمت بالشروط التالية: معدل الخصم9 % ، وعمولة البنك2 ‰ على كل الأوراق، وعمولة تحصيله على الأوراق الثلاثة على التوالي 0.5 %؛ 0.3 %؛ 0.2 %.

المطلوب: قم بإعداد كشف الخصم؟

حل التمرين06:

رقم الورقة	القيمة الاسمية	تاريخ الاستحقاق	مدة الخصم	النمر	مصاريف التحصيل	
1	7000	01 سبتمبر	31	217000	0.005	35
2	13000	31 نوفمبر	120	1560000	0.003	39
3	3000	12ديسمبر	133	399000	0.002	6
المجموع	23000	/	/	2176000	/	80
عمومة البنك: 0.002*23000					46	
عمولة التحصيل					80	
الخصم الإجمالي: $\frac{21760000}{4000}$					544	
الأجيو					670	
القيمة الحالية: $Va = 23000 - 670$					22330	

تمارين مقترحة

التمرين السابع:

تاجر مدين بالأورا ق التجارية التالية:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 1000دج تستحق في 2023/07/25.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 2600 دج تستحق في 2023/04/09.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 3000 دج تستحق في 2023/11/25.
- الورقة الرابعة قيمتها الاسمية 3800 دج تستحق في 2023/09/27.

وفي 2023/02/16اتفق المدين مع دائنه ان يدفع مبلغ 5500 دج لتسديد دينه.

المطلوب:

1 - حساب معدل الخصم؟

التمرين الثامن: كمبيالة قيمتها الاسمية80000دج، تستحق السداد في نهاية نوفمبر 2023 ولكنها خصمت قبل تاريخ استحقاقها بمعدل خصم تجاري بسيط8 % فكانت قيمتها الحالية 76000دج.

المطلوب:

1- أحسب مقدار الخصم؟

2- حدد تاريخ الخصم؟

المحور الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية

1. تعريف تكافؤ الأوراق التجارية
2. التكافؤ بين ورقتين
3. التكافؤ بين عدة أوراق تجارية
4. تاريخ الاستحقاق المتوسط
5. تمارين محلولة

تمهيد: يعد تكافؤ الأوراق التجارية من الأساليب المالية التي تساهم هي الأخرى في تسهيل عمليات الاستثمار. وذلك من خلال توفير رؤوس الأموال التي يتم الحصول عليها من خلال تغيير تاريخ وقيم الاسمية لهذه الأوراق، ويكون ذلك ضمن تغيير أجال الاستحقاق.

1. تعريف تكافؤ الأورا ق التجارية

يمكن لحامل الأورا ق التجارية أن يستبدلها بتغيير شروط الدين تغيير قيمتها الاسمية أو تغيير أجال الاستحقاق مع عدم الإضرار بالطرف الثاني من خلال تطبيق شروط التكافؤ بين الأورا ق القديمة والجديدة أي تكافؤ قيم الديون في تاريخ التكافؤ و يتم من خلال الخصم التجاري.

2. التكافؤ بين ورقتين

يمكن القيام بتكافؤ ورقة أو أكثر مع ورقة أخرى، ويطلق مصطلح تكافؤ ورقتين تجاريتين في تاريخ معين(تاريخ التكافؤ)إذا تم خصم هاتين الورقتين في ذلك التاريخ بنفس معدل الخصم المطبق على الورقتين، وإذا تساوت قيمهما الحالية في ذلك الزمن.

في هذه الحالة نساوي قيم الورقتين بورقة وحيدة. ويكون:

- **الخصم التجاري:** ليكن لدينا ورقتين ذات قيم اسمية V_2 , V_1 وذات مدتين على التوالي n_2 n_1 (المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ و تاريخ الاستحقاق). و نقول أن الورقتين متكافئتين إذا تساوت قيمهما الحالة مع نفس المعدل.

$$\boldsymbol{Va1^- = Va2^-}$$

$$V1 - Ec1 = V2 - Ec2$$

$$V1 - \frac{V1*t*n1}{36000} = V2 - \frac{V2*t*n2}{36000}$$

$$V1(1 - \frac{t*n1}{36000}) = V2(1 - \frac{t*n2}{36000})$$

$$V1(1 - \frac{t*n1}{36000}) = V2(1 - \frac{t*n2}{36000})$$

حيث أن: القيمة الحالية للورقة الأولى: $Va1^- = \frac{V1(D-n1)}{D}$

والقيمة الحالية للورقة الثانية: $Va2^- = \frac{V2(D-n2)}{D}$

بعد القيام بمساواة القيمة الحالية الأولى مع القيمة الحالية الثانية نجد:

$$\boldsymbol{V1 = \frac{V2(D-n2)}{(D-n1)}, V2 = \frac{V1(D-n1)}{(D-n2)}}$$

- **الخصم الحقيقي:**

$$V = Va^- + \frac{Van}{D} = Va^-(1 + \frac{n}{D})$$

$$Va^- = \frac{VD}{(D+n)}$$

ومنه نجد:

$$\boldsymbol{V1 = \frac{V2(D-n1)}{(D-n2)}, V2 = \frac{V1(D-n2)}{(D-n1)}}$$

الخصم الحقيقي كما في الفائدة الحقيقية لا يستعمل إلا في حالة الطلب أو تحديد ذلك، و نفس الشيء في عملية التكافؤ.

مثال01: مورد مدين بورقة تجارية قيمتها الاسمية 8400 تاريخ استحقاقها 29 مارس، طلبت من هذا المورد بتاريخ 09 مارس تأخير تاريخ استحقاق الورقة إلى 18 ماي من نفس السنة، فإذا علمت أن معدل الخصم هو10%.

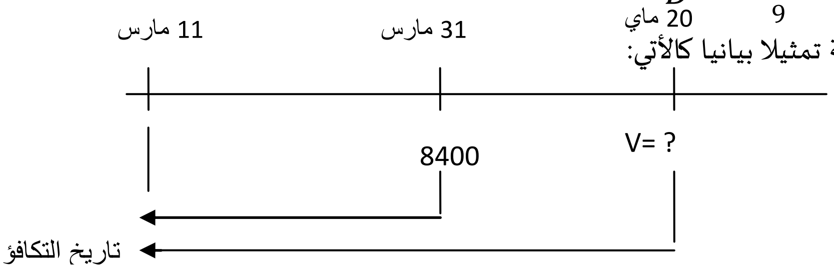
المطلوب : أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة؟

الحل01:

لدينا:

- V1 القيمة الاسمية للورقة القديمة = 8400
- V2 القيمة الاسمية للورقة الجديدة= ؟
- $n1$ للورقة القديمة= 29 مارس -09 مارس= 20 يوم
- $n2$ للورقة الجديدة= 18 ماي -09 مارس= 70 يوم
- D القاسم = 4000= $D=\frac{36000}{9}$

يمكننا تمثيل العملية تمثيلا بيانيا كالأتي:



$$\frac{V1(D-n1)}{\mathrm{D}}=\frac{V2(D-n2)}{\mathrm{D}}$$

$$\frac{8400\,(4000-20)}{4000}=\frac{V2(4000-70)}{4000}$$

V2=8506.87DA

أو باستعمال هذا القانون:

$$V1(1-\frac{t*n1}{36000})=V2(1-\frac{t*n2}{36000})$$

$$8400(1-\frac{9*20}{36000})=V2(1-\frac{9*70}{36000})$$

V2=8506.87DA

3. التكافؤ بين عدة أوراق تجارية

نقول بأن ورقة تجارية متكافئة مع مجموع عدة أوراق تجارية أخرى في تاريخ معين، إذا كانت في هذا التاريخ القيمة الحالية التجارية للورقة التجارية متساوية لمجموع القيم الحالية التجارية للأوراق الأخرى، حيث هذا التاريخ يُسمى تاريخ التكافؤ.

في هذه الحالة نساوي القيمة الحالية للورقة المكافئة إلى مجموع القيم الحالية للأوراق الأخرى.

$$Va=Va1+Va2+Va3+Va4+\cdots+Van$$

مع العلم أن: $Va=\frac{V(D-n)}{\mathrm{D}}$

$$\frac{V(D-n)}{D}=\frac{V1(D-n1)}{D}+\frac{V2(D-n2)}{D}+\cdots+\frac{Vn(D-nn)}{D}$$

ومنه نجد:

$$\boldsymbol{V}=\frac{\boldsymbol{V1(D-n1)+V2(D-n2)+\cdots+V3(D-n3)}}{\boldsymbol{(D-n)}}$$

مثال02: يريد أحد التجار تعويض مجموعة من الأوراق التجارية بورقة تجارية واحدة مدة استحقاقها بعد 70 يوم

حيث: الورقة الأولى قيمتها 1400 مدة استحقاقها بعد20 يوم.

-الورقة الثانية قيمتها 1200 مدة استحقاقها بعد 45يوم.

-الورقة الثالثة قيمتها 1100 مدة استحقاقها بعد 10أيام.

-الورقة الرابعة قيمتها 1000 مدة استحقاقها بعد 45 25يوم.

المعدل المطبق سنويا يقدر ب8%.

المطلوب : حساب القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

الحل02:

$$D = \frac{36000}{8} = 4500 = \text{القاسم } D$$

$$V = \frac{V1(D-n1)+V2(D-n2)+\cdots+V3(D-n3)}{(D-n)}$$

$$V = \frac{1400(4500-20)+1200(4500-45)+1100(4500-10)+1000(4500-25)}{(4500-70)}$$

$$V = 4753.95$$

عند استبدال عدة أوراق تجارية بورقة واحدة فإنه يمكننا تحديد القيمة الاسمية للورقة الجديدة. إما من خلال تاريخ استحقاقها أو تحديد تاريخ استحقاقها بمعرفة قيمتها الاسمية.

4. تاريخ الاستحقاق المتوسط

ونقصد به إيجاد مدة متوسطة لعدد من الأوراق التجارية، حيث نقوم بتعويض هذه الأخيرة(الأوراق التجارية)بورقة تجارية وحيدة.

$$V - \frac{V*n}{D} = \left(V1 - \frac{V1*n1}{D}\right) + \left(V2 - \frac{V2*n2}{D}\right) + \cdots + \left(Vn - \frac{Vn*Nn}{D}\right) \ldots .(1)$$

من المعادلة(1) نجد:

$$V = V1 + V2 + V3 + V4 + \cdots + Vn$$

$$\frac{Vn}{D} = \frac{Vm1}{D} + \frac{V2n2}{D} + \cdots + \frac{VnNn}{D}$$

وبالتالي فان مدة الاستحقاق المتوسطة:

$$\boldsymbol{n = \frac{V1n11+V2n2+\cdots+VnNn}{V} = \frac{\sum_1^1 V1n1}{\sum_1^1 V1}}$$

مثال03: تاجر مدين بثلاث أوراق تجارية،

ورقة1 قيمتها اسمية 1750 تستحق بعد 20 يوم؛

ورقة2 قيمتها اسمية 3000 تستحق بعد 40 يوم؛

ورقة3 قيمتها اسمية 2500تستحق بعد 60 يوم.

تقدم إلى دائنه بعد 80 يوم لتعويضه بورقة وحيدة لمجموع قيمها الاسمية.

المطلوب : تحديد تاريخ الاستحقاق المتوسط؟

الحل03:

نلاحظ أن : مجموع 3 أوراق = مجموع الورقة الجديدة.

$$V = V1 + V2 + V3 + V4 + \cdots + Vn$$
$$n = \frac{V1n1 + V2n2 + \cdots + VnNn}{V} = \frac{\sum_1^1 V1n1}{\sum_1^1 V1}$$
$$n = \frac{2000*20 + 3000*40 + 2500*60}{7500}$$
$$n = 41j$$

لا يتم استعمال معدل الخصم لحساب مدة الاستحقاق مهما كان.

فغالبا ما يتم في المعاملات التجارية الاتفاق بين الدائن والمدين على استبدال ورقة تجارية أو عدة أوراق تستحق في تاريخ معين أو تواريخ مختلفة بورقة أو أوراق تختلف في قيمتها الاسمية وتواريخ استحقاقها من أجل تأخير تسديد الدين أو تسديده على عدة مبالغ بدل مبلغ واحد أو العكس.

5. تمارين محلولة

التمرين الأول : القيمة الاسمية لورقة تجارية هي 5000 دج مستحقة في 22 ماي 2023 وفي07 ماي من نفس السنة اتفق المدين مع الدائن على تأجيل تاريخ الاستحقاق إلى غاية 06 جوان 2023 . إذا كان معدل الخصم هو5 % .

المطلوب:

- فما هي القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

حل التمرين 01:

لدينا: n1=15, n2=30

القيمة الحالية للورقة الجديدة = القيمة الحالية للورقة القديمة

$$Va1^{-} = Va2^{-}$$
$$V1(1 - \frac{t*n1}{36000}) = V2(1 - \frac{t*n2}{36000})$$
$$5000(1 - \frac{5*15}{36000}) = V2(1 - \frac{5*30}{36000})$$
$$V = 5010.46DA$$

التمرين الثاني: حدد تاريخ تكافؤ الورقتين التجاريتين:

- 7000دج تستحق في 30 ماي.
- 7700دج. تستحق في 09 جويلية.

علما أن معدل الخصم يقدر ب10%.

حل التمرين 02:

المبدأ الأساسي للتكافؤ هو تساوي القيم الحالية:

القيمة الحالية للورقة الجديدة = القيمة الحالية للورقة القديمة

$$Va1^{-} = Va2^{-}$$

$$V1-\frac{t*n1}{36000}=V2-\frac{t*n2}{36000}$$
$$V1-\frac{10*n1}{36000}=V2-\frac{10(n1+40)}{36000}$$
$$7700-\frac{7700*9*n1}{36000}=7780-\frac{7780*9(n1+40)}{36000}$$
$$7700-1.925n=7780-1.945n-77.8$$
$$0.02n=2.2$$
$$n=110j$$

حيث أن هناك فارق 40 يوم بين 30 ماي و 09 جويلية

وبالتالي: n=110j قبل تاريخ 30 ماي إذن فتاريخ التكافؤ هو 09 فيفري.

التمرين الثالث: في 2023/06/16 اتفق مدين مع دائنه على تسديد ديونه المتمثلة في ثلاثة أوراق تج ارية بواسطة ورقة تجارية وحيدة مستحقة يوم11 جويلية 2023 وبواسطة معدل فائدة بسيطة 6% سنويا، كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 2000 دج، مستحقة يوم 29 جوان 2023 ؛
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 2500 دج، مستحقة يوم 16 جويلية 2019 ؛
- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 4000 دج، مستحقة يوم 06 جويلية 2019 ؛

المطلوب:

- فما هي القيمة الاسمية لهذه الورقة التجارية الجديدة؟

حل التمرين03:

لدينا: n=25 ,n1=13, n2=30, n3=20

$$D=\frac{36000}{6}=6000$$
$$V=\frac{V1(D-n1)+V2(D-n2)+\cdots+V3(D-n3)}{(D-n)}$$
$$V=\frac{2000\,(6000-13)+2500\,(6000-30)+4000\,(6000-20)}{(6000-25)}$$
$$V=8505.27DA$$

وبالتالي القيمة الاسمية للورقة الجديدة هي: 8505.27دج.

التمرين الرابع: في 01 ماي قام تاجر باستبدال ورقة تجارية تستحق بتاريخ 31 ماي بورقة تجارية أخرى تستحق بتاريخ 15جويلية. معدل الخصم يقدر ب10 % والقيمة الاسمية للورقة الجديدة تساوي 17000 دج .

المطلوب:

- كم بلغت القيمة الاسمية للورقة بتاريخ الاستحقاق 31 ماي؟

حل التمرين 04:

تاريخ التكافؤ: 01 ماي

المبدأ الأساسي للتكافؤ هو تساوي القيم الحالية:

القيمة الحالية للورقة الجديدة= القيمة الحالية للورقة القديمة

$$Va1^{-}=Va2^{-}$$
$$V-\frac{V\,10.30}{36000}=17000-\frac{17000.10.75}{36000}$$

من العلاقة يمكننا استخراج القيمة الاسمية للورقة حيث: $V = 16785.71\text{DA}$

التمرين الخامس: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 11000 دج نريد استبدالها بثلاث أوراق تجارية:

5000دج مدة استحقاقها 20 يوما.

4000 -دج مدة استحقاقها 30 يوما.

2000 -دج مدة استحقاقها 50 يوما .

معدل الخصم6 % .

المطلوب:

- ما هي مدة استحقاق الورقة الجديدة؟

حل التمرين 05:

مجموع 3 أوراق تجارية= مجموع الورقة الجديدة

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$n = \frac{V_1 n1 + V_2 n2 + V_3 n3}{V} = \frac{\sum_3^1 \text{V3n3}}{\sum_3^1 \text{V3}}$$

$$= \frac{5000.20 + 4000.30 + 2000.50}{11000} = 29j$$

وبالتالي مدة استحقاق الورقة الجديدة 29 يوم.

تمارين مقترحة

التمرين السادس: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 40.000 دج، نريد استبدالها بثلاث أو ا رق تجارية التالية:

- 16000-دج مدة استحقاقها 45 يوما.
- 12000دج مدة استحقاقها 89 يوما.
- 12000دج مدة استحقاقها 90 يوما.

معدل الخصم 6 %.

المطلوب:

- ما هي مدة استحقاق الورقة الجديدة؟

التمرين السابع:

080كانت القيمة الحالية للورقة /06/ **مثال رقم : 24** شخص يملك ورقتين تجاريتين، بتاريخ 2023/06/28، كانت القيمة الحالية للورقة الأولى 4800 تستحق الدفع في تاريخ 2023/08/30،أما الورقة الثانية فقيمتها الحالية بلغت6600 دج تستحق الدفع في تاريخ 2023/09/14، معدل الخصم 6%، أراد هذا الشخص استبدال الورقتين بورقة جديدة تستحق الدفع بعد 130يوم.

المطلوب:

1 - أحسب القيمة الاسمية لكل ورقة؟

2 - أحسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

المحور الرابع: الفائدة المركبة

1. تعريف الفائدة المركبة
2. حساب الجملة (القيمة المكتسبة)
3. حساب عناصر الفائدة المركبة
4. حساب الفائدة في حالة مدة غير مكتملة
5. معدلات الفائدة المتكافئة
6. الجداول المالية واستعمالاتها في حساب الفائدة المركبة(الجدول المالي رقم 01,02 و06)
7. تمارين محلولة

تمهيد: تعتبر الفائدة المركبة من الفوائد التي يعتمد عليها البنوك، وهي تعتمد على معدل فائدة مركبة. و الفائدة المركبة تعتمد على حساب الفائدة لوحدة زمنية معينة، ثم إضافة الفائدة الناتجة في نهاية تلك الوحدة الزمنية إلى أصل المبلغ في نهاية الوحدة الزمنية، حيث خلال الفترة الزمنية اللاحقة نحصل على رأس مال جديد مركب من رأس مال الفترة السابقة زائد فائدة الفترة السابقة، وهذا رأس المال الجديد يكون دوماً أكبر من رأس المال للفترة السابقة بمقدار فائدة الفترة السابقة، وهذا ما يسمى برسملة الفوائد.

1. تعريف الفائدة المركبة: هي فائدة تحتسب على أصل المبلغ وفائدته وتخص القروض طويلة الأجل، على عكس الفائدة البسيطة التي تحتسب على أصل مبلغ فقط، وهي تخص قروض قصيرة الأجل.وهي أيضا تلك الفائدة الناتجة عن إضافة الفائدة البسيطة للفترة إلى الأصل(رأس المال الموظف)لكي تنتج بدورها رأس مال جديد للفترة الموالية يعرف بالجملة.

2. حساب الجملة (القيمة المكتسبة):

تحسب بالقانون التالي:

$$A = \mathrm{a}(1 + i)^n$$

A: الجملة المحصل عليها؛

a: أصل المبلغ؛

i: معدل فائدة مركبة؛

n: مدة الزمنية.

وعليه فإن القانون العام للقيمة المكتسبة يكون على الشكل التالي:

$$A = \mathrm{a} + \frac{atn}{100}$$

وباعتبار أن: $\mathrm{i} = \frac{t}{100}$

سنحصل على المعادلة التالية: $A = \mathrm{a}(1 + i)^n$

- ستعمل الفائدة البسيطة على الاقتراض قصير الأجل.
- تستعمل الفائدة المركبة على الاقتراض طويل الأجل.
- الوحدة الزمنية المستخدمة في الأجل الطويل في غالب الأحيان بي السنة. إلا أنو يمكن استخدام وحدات زمنية أخرى كالسداسي، الثلاثي، الشهري.
- يحسب معدل الفائدة ل 1 دج و ليس ل 100 دج كما هو الحال في الفائدة البسيطة.

الجدول الموالي يوضح جملة المبالغ المتراكمة:

السنوات	رأس المال في بداية السنة	الفائدة	رأس المال في نهاية السنة
1	a	a*i	A1=a+c*i=a(1+i)
2	a (1+i)	a (1+i)i	A2=a(1+i)+a (1+i).i =a (1+i).[1+i]=a.(1+i)2
3	$a\ (1+i)^2$	$a\ (1+i)^2 i$	$A3=a\ (1+i)^2+a\ (1+i)^2.i=a\ (1+i)^2.[1+i]=a.(1+i)^3$
....	....	....	....
n-1	$a\ (1+i)^{n-2}$	$a\ (1+i)^{n-2} i$	$A_{n-1}=a.(1+i)^{n-2}+a.(1+i)^{n-2}.i=a(1+i)^{n-2}.[1+i]=a.(1+i)^{n-1}$
n	$a\ (1+i)^{n-1}$	$a\ (1+i)^{n-1} i$	$A_n=a.(1+i)^{n-1}+a.(1+i)^{n-1}.i=a(1+i)^{n-1}.[1+i]=a.(1+i)^n$

ملاحظات:

- **المقدار $(1+)^n$ يحسب من الجدول المالي رقم (01) أو باستخدام الآلة الحاسبة؛**
- **عند حساب المقدار $(1+)^n$ يجب أن يكون المتغيرينi وn متجانسين، فإذا كان المعدل سنوي يجب أن تكون فترة التوظيف سنوية، قد تكون فترات التوظيف ثلاثية أو سداسية أو شهرية وفي كل الحالات يجب أن يتوافق المعدل مع الفترة.**

مثال01: رأس مال قدره 20000دج أودع لدى بنك التنمية المحلية بمعدل فائدة مركبة سنوية قدره10 %.

المطلوب: - ما المبلغ المحصل عليه بعد ثلاث سنوات؟

حل 01:

الفترات	المبلغ في بداية الفترة	الفائدة	المبلغ في نهاية الفترة
1	20000	I_1=20000*0.1=2000	22000
2	22000	I_2=22000*0.1=2200	24200
3	24200	I3=24200*0.1=2420	26620

3. حساب عناصر الفائدة المركبة

الفائدة المحصل عليها من توظيف رأس المال a من وحدات الزمن تساوي:

$$\mathrm{I}=A-a$$
$$\mathrm{I}=a(1+i)^n-a$$
$$\mathrm{I}=a((1+i)^n-1)$$

ملاحظات هامة

- **مبلغ الفوائد المكتسبة بعد n فترة زمنية هي الفرق بين القيمة المكتسبة(الجملة)ورأس المال الأصلي :**

$$\mathrm{I}=A-a$$

- **فترة رسملة الفوائد البسيطة يمكن أن تكون شهر، ثلاثي، سداسي أو سنة؛**
- **مبلغ القيم المكتسبة $(a_1,a_2,a_3,...,a_n)$ تُشكل متتالية هندسية ذات الأساس (1+i) ؛**
- **الفوائد المركبة تستخدم خاصةً للتوظيفات أو الإيداعات ذات الأجل المتوسط والطويل المدى(أكثر من سنة).**

مثال02: أودع شخص مبلغ مالي قدره 6000 دج في بنك معين بمعدل فائدة مركبة6% ، لمدة ثلاث سنوات. فما هي القيمة المكتسبة المتحصل عليها في نهاية مدة الإيداع؟ وما هي قيمة الفائدة المتحصل عليها؟

حل02:

- حساب قيمة الجملة المتحصل عليها في نهاية المدة:

$$A = a(1+i)^n$$
$$A = 6000(1+0.05)^3$$
$$A = 6945.75DA$$

- حساب قيمة الفائدة المتحصل عليها:

$$\mathrm{I} = A - a$$
$$\mathrm{I} = 6945.75 - 6000$$
$$\mathrm{I} = 945.75\mathrm{DA}$$

- حساب أصل المبلغ:

هي قيمة المبلغ المستثمر في بداية المدة n للحصول على الجملة في نهايتها ونرمزلها بالرمز a .

كما تعرف على أنها القيمة الأصلية لرأس مال عرفت في نهاية مدة توظيفه، وعليه القيمة الحالية تتحدد بطرح الفائدة المركبة من هذا المبلغ.

من العلاقة: $\mathrm{A} = \mathrm{a}(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}$، نجد:

$$a = \frac{\mathrm{A}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}}$$
$$a = A(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}$$

لصعوبة حساب القيمة $(1+i)^{-}$ يدويا، فقد تم إعداد جدول مالي تحت الرقم 02 ولعدد من المعدلات والسنوات المستعملة عادة (المعدلات من 1 %إلى 25 %والسنوات من 1 إلى 50).

مثال03: أودع شخص معين مبلغ مالي في بنك معين، بمعدل فائدة مركبة4% ، وبعد 3 سنوات أصبح في حسابه ما قيمته 4000 دج.

- أوجد قيمة رأس المال المودع لدى البنك؟

حل 03:

- حساب قيمة رأس المال المستثمر:

$$a = A(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}$$
$$a = 4000(1+0.04)^{-5}$$
$$a = 3555.98DA$$

- حساب معدل الفائدة:

ويقصد بها النسبة المطبقة على المبلغ المودع أو المستثمر وقد يرمز له بـi أو t بحيث t=i.100 .

من العلاقة العامة للفائدة المركبة $A = \mathrm{a}(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}$ نستطيع إيجاد علاقة لحساب معدل الفائدة:

$$(1+\mathrm{i}) = \sqrt[\mathrm{n}]{\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{a}}}$$

$$i = \left(\frac{A}{a}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

مثال04: أستثمر رأس مال قيمته 10000 دج في بنك معين، وبعد 06 سنوات أصبح قيمته 13022.6 دج.

- أحسب مدل الفائدة المركبة؟

حل 04:

لدينا:

$$\frac{A}{a} = (1+i)^n$$

$$\frac{13022.6}{10000} = (1+i)^6$$

$$(1+i)^6 = 1.30226$$

من الجدول المالي رقم(01)، نلاحظ أن القيمة: 1.30226محصورة بين قيمتين كمايلي:

1.265319<1,30226<1,340096

i=4% <i=?<i=5%

i=?⟶ $(1+i)^6$= 1,30226

i=5% ⟶$(1,05)^6$=1,340096

i=4% ⟶$(1,04)^6$=1.265319

i−4 ⟶0,03694098

1⟶0,07477662

$$\Rightarrow i-4=\frac{0,03694098}{0,07477662}=0,4940$$

$$\Rightarrow i=4,494 \cong 4,50\%$$

- **حساب المدة الزمنية:** تمثل المدة التي سيتم خلال حساب القيمة المكتسبة.

انطلاقا من القاعدة العامة لحساب الجملة في حالة الفائدة المركبة يمكننا تحديد معدل الفائدة المركبة المجهول كما يلي:

$$A = a(1+i)^n$$

$$(1+i)^n = \frac{A}{a}$$

$$\Rightarrow ln(1+i)^n = \ln\left(\frac{A}{a}\right)$$

$$\Rightarrow n * ln(1+i) = ln\left(\frac{A}{a}\right)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln(A) - \ln(a)}{\ln(1+i)}$$

مثال05: وظف شخص مبلغ قدره بمعدل 22000دج بمعدل 6 %فتم الحصول على جملة بـ 26202,352دج.

- اوجد مدة التوظيف؟

حل05:

لدينا: a=22000DA, A= 26202.352DA, t=6%

$$A = a(1+i)^n$$

$$(1+i)^n = \frac{A}{a}$$

$$(1+0.06)^n = \frac{26202.352}{22000}$$

$$\Rightarrow ln(1.06)^n = \ln 1.191016$$
$$\Rightarrow n * ln(1.06) = \ln 1.191016$$
$$\Rightarrow n = \frac{\ln 1.191016}{\ln(1.06)}$$
$$\Rightarrow n = 3ans$$

4. حساب الفائدة في حالة مدة غير المكتملة

وهي المدة التي تكون تتشكل من سنوات وشهور.

1 - **طريقة المنطقية:** تعتمد هذه الطريقة على استعمال القواعد الرياضية كالتالي؛

$$A = a(1+i)^{n+\frac{m}{n}}$$
$$A = a(1+i)^n(1+i)^{\frac{m}{n}}$$

ويتم حساب $(1+i)^n$ باستعمال الجدول المالي رقم 01، و$(1+i)^{\frac{m}{n}}$ يتم حسابها باستعمال جدول المالي رقم 06.

مثال06: استثمرت مؤسسة مبلغ 24000 لمدة 6 سنوات و 4 أشهر بمعدل فائدة يقدر بـ9.5%

المطلوب : أحسب ما يجمع في نهاية هذه المدة ؟

الحل06:

$$A = a(1+i)^n(1+i)^{\frac{m}{n}}$$
$$A = a(1+i)^n(1+i)^{\frac{m}{12}}$$
$$= 24000(1+0.095)^6(1+0.095)^{\frac{4}{12}}$$

من الجدول رقم 01 لدينا $(1+0.095)^6 = 1.723791$

من الجدول رقم 06 لدينا $(1+0.095)^{\frac{4}{12}} = 1.027600$

ومنه:

$$= 24000 * 1.723791 * 1.027600$$
$$= 41371.487$$

2 - **طريقة التناسب:** تعتمد على الجدول المالي رقم 01 مع تحديد الفائدة الخاصة بالشهور أو بالأيام المعنية بعد n من السنوات الكاملة.

مثال07: تم توظيف مبلغ 50000 دج لمدة 5 سنوات و 5 أشهر بمعدل فائدة سنوي 8 %.

- احسب الرصيد باستخدام طريقة التناسب؟

حل07:

لدينا:

$$t = 8\% ; c = 50000 ; n = 5 + \frac{5}{12}$$

$$A = 50000(1.08)^{5+\frac{5}{12}}$$

$$5 < 5 + \frac{5}{12} < 6 \Rightarrow (1.08)^5 < (1.08)^{5+\frac{5}{12}} < (1.08)^6$$

$A= a[(1+i)^{n^0} + ((1+i)^{n^2} - (1+i)^{n^0})^{\frac{m}{12}}]$

$= 50000\ [(1.08)^5 + ((1.08)^6 - (1.08)^5)^{\frac{5}{12}})]$

$\Rightarrow A= 75915.28$

3 - **طريقة البنكية:** وهي الطريقة المستعملة في البنوك عمليا حيث تحسب الفائدة المركبة للسنوات أما فيما يتعلق بالأيام

أو الأشهر نستخدم الفائدة البسيطة كما يلي:

$$A_{n+\frac{m}{12}} = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} + \mathrm{a}(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} * \mathrm{i} * \frac{\mathrm{m}}{12}$$

$$A_{n+\frac{j}{360}} = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} + \mathrm{a}(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} * \mathrm{i} * \frac{\mathrm{j}}{360}$$

مثال08: باستعمال الطريقة البنكية، أحسب القيمة المكتسبة لأصل قيمته 30000دج فائدة7 % لمدة 4 سنوات و 6 أشهر؟

حل 08:

لدينا: a=30000DA, n=4, m=6, t= 7%

$$A_{n+\frac{m}{12}} = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} + \mathrm{a}(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} * \mathrm{i} * \frac{\mathrm{m}}{12}$$

$$A_{4+\frac{6}{12}} = 30000(1+0.07)^4 + \mathrm{a}(1+\mathrm{i})^4 * 0.07 * \frac{6}{12}$$

$$\mathrm{An} + \frac{\mathrm{m}}{12} = 40700.2161\mathrm{DA}$$

5. معدلات الفائدة المتكافئة

المعدلات المتكافئة هي المعدلات المختلفة التي تعطي نفس الجملة بفائدة مركبة لنفس رأس المال الموظف ولنفس المدة. إذا كان:

- i_a: المعدل السنوي فإن القيمة المكتسبة بمعدل فائدة سنوي لمدة سنة تقدر ب: $A = a(1+\mathrm{i})^1$

is: المعدل السداسي فإن القيمة المكتسبة بمعدل فائدة سنوي لمدة سداسيين تقدر ب: $A = a(1+\mathrm{i}s)^2$

يكون المعدلان متكافئان إذا :

$$A = a(1+\mathrm{i})^1 = a(1+\mathrm{i}s)^2 \quad \text{...........1}$$

ومن المعدلة01:

$$a(1+\mathrm{is}) = \sqrt{1+\mathrm{ia}}$$

$$is = \sqrt{1+\mathrm{ia}} - 1$$

وبالتالي:

$1+\mathrm{is}$ سداسي	$(1+ia)^{\frac{1}{2}}$
$1+\mathrm{it}$ ثلاثي	
$1+\mathrm{im}$ شهري	
$1+\mathrm{iq}$	

مثال09: إذا كان معدل السنوي يقدر بـ9%.

- احسب المعدل السداسي المكافئ؟

الحل09:

$$is = \sqrt{1 + \text{ia}} - 1$$
$$is = \sqrt{1 + 0.09} - 1$$
$$is = 4.403\%$$

6. الجداول المالية واستعمالاتها في حساب الفائدة المركبة(الجدول المالي رقم 01,02 و06)

الجداول المالية عبارة عن جداول جاهزة عادة تتكون من مجموعة من الصفوف و الأعمدة، فالصفوف تشير إلى حاصل سعر الفائدة و العدد الصحيح(1)الذي يمثل جزء من القانون الأساسي للفائدة المركبة، بينما تمثل الأعمدة(أس) أو قوة القوس المذكور. يمكن الاستعانة بهذه الجداول دون الرجوع إلى الآلة الحاسبة؛ والهدف من هذه الجداول هو حساب معامل التجميع $(1 + \text{i})^n$

يتم اللجوء إلى الجداول الدالية في حالة الحصول على العنصرين n و i خاصة i لم يصادفه من حساب للجذور، لهنا فعند اللجوء إلى الجداول الدالية و في حالة عدم وجود i و n المحسوب من العلاقة فإننا نلجأ إلى عمليات التناسب للوصول إلى المدة أو المعدل بشكل دقيق.

- إيجاد الجملة باستخدام جداول الفائدة المركبة(الجدول رقم01)

يمكننا حساب القيمة المكتسبة من العلاقة $\text{A} = a(1 + i)^n$

في حالة المدة غير واردة في الجدول

مثال10: ما هي القيمة المستحقة لرأس مال قدره 14000 دج بفائدة مركبة قدرها5.5 % لمدة 4 سنوات و **4**أشهر ؟

الحل 10: من التطبيق نلاحظ أن الفترة الزمنية عبارة عن كسر $4 + \frac{4}{12}$ و هو ما لا يمكننا حساب و باستخدام الجدول المالي رقم (01) ، و لهذا سنتبع الخطوات التالية:

حساب معامل التجميع (1+i) لأربع 5 سنوات

من الجدول المالي رقم (01) نجد أن: $(1.055)^5 = 1{,}306960$

حساب معامل التجميع(1+i) لأربع 4 سنوات

من الجدول المالي رقم (01) نجد أن: $(1.055)^3 = 1.238824$

نلاحظ أن المدة تتراوح ما بين 4 سنوات و 5 سنوات لهذا سنقوم بحساب الفرق بين القيمتين المحصل عليهما من الجدول المالي ل 5 سنوات و 4 سنوات تمثل 12 شهرا.

$(1{,}055)^5 = 1{,}306960$

$(1{,}055)^4 = 1{,}238824$

12m= 0.068136

للمدة 4 أشهر نتحصل على القيمة: $\frac{0.068136 * 4}{12} = 0.022712$

و بالتالي للحصول على القيمة 4 سنوات و 4 أشهر نقوم ب

$(1{,}055)^4 = 1{,}238824$

0.022712=*4Mois*

1.261536=

وبالتالي فالقيمة المستحقة تقدر ب:

$$\text{A} = \text{a}(1 + \text{i})^\text{n}(1 + \text{i})^{\frac{\text{m}}{12}}$$

$$A = 14000(1+0.055)^4(1+i)^{\frac{4}{12}}$$
$$A = 14000 * 1.261536$$
$$A = 17661.504DA$$

- **في حالة المعدل غير الوارد في الجدول:** وهنا يكون معدل غير موجود في الجداول المالية.

مثال11: ماهي القيمة لرأس مال قدره 20000دج بفائدة مركبة قدرها 5.6 % لمدة 4سنوات؟

حل11:

من الجدول المالي رقم 01 نجد:

$$\left.\begin{array}{l} n=4 \\ i=5.75\% \end{array}\right\} \quad (1.0575)^4=1.250608$$

$$\left.\begin{array}{l} n=4 \\ i=5.5\% \end{array}\right\} \quad (1.0575)^4= 1.238824$$

نقوم بحساب الفرق بين المعدلين:

0.011784= 1.250608-1.238824

الفرق بين المعدلين يقدر ب: 25%

25%..........0.011784

حتى نتحصل على نسبة المعدل المقدرة ب5.6 % علينا حساب القيمة0.10 % لإضافتها للمعدل5.5%.

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}25\%.........\ 0{,}011784 \\ 10\%.............n \end{array}\right\} \quad n=\frac{0.1*0.011784}{0.25} = 0.0047136$$

باختصار للحصول على المعدل5.6 % نقوم بعملية الجمع بين المعدلين المحصل عليهما.

5,50%..................... 1,238824

0,10%..................... 0,004136

5,60%.................... 1,2435376

وبالتالي فإن القيمة المكتسبة بمعدل5.6%

$$A = 20000(1+i)^n = 20000 * 1.2435376 = 24870.752DA$$

- **في حالة المعدل و المدة غير واردين في الجدول:**

مثال12: ماهي القيمة المستحقة لرأس مال قدره 2000دج بفائدة مركبة قدرها 6.2 % لمدة 4 سنوات و **5**أشهر ؟

الحل12:

أولا سنقوم بحساب القيمة 1,06 من الجدول الدالي رقم 01 للمدة 4سنوات و5 أشهر.

$(1.06)^5$=1.338225

$(1.06)^4$=1.262476

12mois=0.075749

ثم سنقوم بحساب القيمة $(1.06)^{4+\frac{5}{12}}$

$$(1.06)^{4+\frac{5}{12}} = 1.262476 + \frac{0.075749*5}{12} = 1.294038$$

أما الآن سنقوم بحساب القيمة (1,0625) من الجدول الدالي رقم (01)للمدة4 سنوات و5 أشهر.

$(1.0625)^5$=1.354081

$(1.0625)^4$=1.274429

12mois=0.079652

ثم سنقوم بحساب القيمة$(1.0625)^{4+\frac{5}{12}}$

$$(1.0625)^{4+\frac{5}{12}} = 1.274429 + \frac{0.079652*5}{12} = 1.307617$$

من العمليات السابقة تحصلنا على:

$$(1.0625)^{4+\frac{5}{12}} = 1.307617$$
$$(1.06)^{4+\frac{5}{12}} = 1.294038$$

القيمة التي يجب علينا الحصول عليها هي $(1.062)^{4+\frac{5}{12}}$

$$(1.0625)^{4+\frac{5}{12}} = 1.307617$$
$$(1.06)^{4+\frac{5}{12}} = 1.294038$$

0.25%.................0.031579 $\Big\}$ n=$\frac{0.20*0.013579}{0.25} = 0.0108632$

0.20%..................n

بالتالي فإن القيمة$(1.062)^{4+\frac{5}{12}}$ تقدر ب

$$1{,}2940380 + 0.0108632 = 1{,}3049012$$
$$A = 2000 * 1{,}3049012 = 1304.9012DA$$

7. تمارين محلولة

تمرين01: وظف شخص مبلغين الأول لمدة10 سنوات،الثاني لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 8%، إذا علمت أن مجموعهما قدر ب 65000 دج، و في نهاية مدة التوظيف تحصلا على نفس الجملة.

المطلوب: - احسب المبلغ الأول و الثاني؟

حل التمرين 01:

لدينا: n1= 8, n2= 6, t=9%, a1+a2=82000 da

$$a1 + a2 = 65000$$
$$a1 = 65000 - a2 \ldots\ldots 1$$
$$A1 = A2$$
$$a1(1 + 0.08)^{10} = a2(1 + 0.08)^5$$
$$a2 = \frac{a1(1+0.08)^{10}}{(1+0.08)^5}$$
$$a2 = a1(1.08)^5 \ldots\ldots.2$$

نعوض قيمة (1) في (2) نجد:

$$a2 = (65000 - a2)(1.08)^5$$
$$a2 = (65000 * (1.08)^5) - a2(1.08)^5$$

$$a2 + a2(1.08)^5 = (65000 * (1.08)^5)$$
$$a2(1 + (1.08)^5) = (65000 * (1.08)^5)$$
$$a2 = (65000 * (1.08)^5)/(1 + (1.08)^5)$$
$$a2 = 38677.05DA$$
$$a1 = 26322.95DA$$

تمرين02: قام مستثمر بإيداع15000 دج لدى البنك بفوائد مركبة، و بعد مرور سنة قام بسحب 15000دج، ثم بعد مرور سنة من بعد سحب هذا المبلغ وجد أن قيمة الفوائد المركبة تقدر ب900دج

المطلوب: أحسب معدل الفائدة المركبة؟

حل التمرين02 :

القيمة المكتسبة خلال السنة الأولى: 15000(1+i)

رأس المال خلال السنة الثانية: 15000(1+i)-15000=15000i

$15000i(1+i)=15000i^2+15000i$

القيمة المكتسبة في نهاية السنة الثانية$15000i^2+15000i=900$

$i^2+i-0.06 =0$

وبالتالي لدينا معادلة من الدرجة الثانية جذرها موجب:

$$i=\frac{-1\pm\sqrt{1+(4.0.080625)}}{2}=\frac{-1+1,15}{2}=0.055$$

i=5,5%

التمرين 03: تم توظيف مبلغ قيمته 50000 دج لمدة4 سنوات بمعدل فائدة مركبة6%.

المطلوب: - إعداد جدول القيم المكتسبة سنويا؟

حل التمرين03:

إعداد جدول القيم المكتسبة سنويا:

السنوات	رأس المال بداية المدة	الفوائد السنوية	الجملة المكتسبة السنوية
1	50000	30000	53000
2	53000	3180	56180
3	56180	3370.8	59550.8
4	59550.8	3573.048	63123.848

تمرين04: لدينا مبلغين(1+2) مج موعهما 10000 دج مودعين لدى البنك:

-الأصل الأول بمعدل فائدة بسيط قدره 10%.

-الأصل الثاني بمعدل فائدة مركب قدره8 % .

في ظرف 9 سنوات تم تحصيل نفس القيمة للأصلين

المطلوب: أحسب قيمة كل من الأصل01 والأصل02؟

حل التمرين04:

لنفرض أن الأصل الأول هوx والأصل 2 هوy .

$$x+\frac{x.10.9}{100}=y.1,08^9$$

باستخراج x=10000-y من المعادلة 1 ونعوضها في المعادلة 2 نجد:

$$1.9(12000 - y) = 1{,}999005y$$

$$y = 5847.65$$

$$x = 12000 - 5847.65$$

$$x = 6152.34$$

تمرين 05: قام شخص بتوظيف مبلغ قدره 300000 دج بمعدل فائدة7 % لمدة 8سنوات.

بعدها قرر الشخص إضافة مبلغ 384544.15 دج لما اكتسبه في نهاية 8 سنوات و توظيفه في بنك آخر بمعدل فائدة مركبة 10%.

فتحصل على جملة تقدر ب 1449459 دج

المطلوب: - حساب القيمة المكتسبة بعد8 سنوات؟

-حساب مدة التوظيف؟

حل تمرين 06:

لدينا: a=300000, t1=7% , n=8 , t2=10% , A2= 1449459

حساب القيمة المكتسبة:

$$An = a1(1 + \mathrm{i})^{\mathrm{n}}$$

$$A8 = 300000(1 + 0.07)^{8}$$

$$A8 = 300000(1.07)^{8}$$

$$A8 = 515455.85DA$$

$$A8 = 515455.85DA$$

$$a2 = 515455.85 + 384544.15 = 900000DA$$

$$A2 = 900000(1 + \mathrm{t2})^{\mathrm{n}}$$

$$1449459 = 900000(1 + 0.1)^{\mathrm{n}}$$

n=5ans

تمرين 06: قام مستثمر بإيداع مبلغ 20000 دج بمعدل فائدة i ومبلغ 50000 بمعدل فائدة i'، لتكون في الأخير وبعد مرور أربع سنوات جملة(رأس المال + الفائدة)تبلغ قيمتها 109199.13دج.

في حين أنه إذا تم إيداع مبلغ 20000 دج بمعدل فائدة i'، ومبلغ 50000 دج بمعدل i لتكون في الأخير وبعد مرور 4 سنوات جملة(رأس المال + الفائدة)تبلغ قيمتها 112159.56دج.

المطلوب: احسب قيمة كل من i و i' ؟

حل تمرين 06:

$$20000(1+i)+50000(1+i')=109199.13$$

$$50000(1+i)+20000(1+i')=112159.56$$

لنفرض: $x=1+i$, $1+i'=y$ وباختزال 10000 نجد:

$$2x+5y=10.919913 \quad .... 1$$

$$5x+2y=11.215956 \quad .... 2$$

وبضرب معادلة 1 في 5 ومعادلة2 في 2 نجد:

ومنه نجد : $y=1.531793$,

من الجدول المالي رقم 1 نجد: $i'=11.25\%$

ونفس الطريقة نجد: $i=13\%$

تمارين مقترحة

تمرين 08: أستثمر مبلغ لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة سنوي معين، فبلغت فوائده المركبة للسنوات الثلاثة 115784,84دج، أما الفرق بين الفائدة المركبة والفائدة البسيطة لنفس المدة بلغ 45484,84 دج.

المطلوب:

1 - أحسب المعدل السنوي المستعمل؟
2 - أحسب قيمة المبلغ المستثمر؟
3 - أحسب المدة اللازمة لنفس المبلغ حتى يعطي جملة بفائدة بسيطة جملته لثلاث سنوات بفائدة مركبة بنفس المعدل السابق؟

تمرين 09: أودع شخص مبلغ معين في أحد البنوك، فبلغت الفائدة المركبة المستحقة عن هذا المبلغ لمدة سنتين 102,5دج، فإذا استثمر هذا الشخص نفس المبلغ وبنفس المدة لبلغت فائدة الاستثمار البسيطة 100 دج.

المطلوب:

1 - أحسب أصل المبلغ؟
2 - أحسب معدل الفائدة الذي حسبت به الفائدة البسيطة والمركبة؟

المحور الخامس: الدفعات

1. تعريف الدفعات
2. مميزات الدفعات
3. أنواع الدفعات
4. القيمة المكتسبة لدفعات نهاية المدة
5. تحديد عناصر جملة الدفعات لنهاية المدة
6. القيمة الحالية للدفعات مؤخرة السداد
7. تحديد عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة
8. الدفعات بداية المدة
9. تحديد عناصر جملة دفعات بداية المدة
10. تمارين محلولة

تمهيد: الدفعات هي مبالغ مالية متساوية تدفع دوريا في فترات متساوية. و تسمى فترة الدفع أو السداد بالمدة، حيث نجدها تخضع إلى تقنيات مالية و تجارية، كما أنها تختلف من ناحية الدورات أو الفترة الفاصلة بين عملية وأخرى، ومن ناحية خضوعها إلى شروط، مثل تطبيق فوائد عليها أو عدمه، و اختلاف معدلات الفوائد إن وجدت.

1. تعريف الدفعات: يقصد بها سلسلة من المبالغ التي تدفع بصفة منتظمة أو متساوية خلال مدة زمنية فاصلة بين دفعة

و دفعة منتظمة(فترة الدفعة)فإذا دفعت كل سنة تسمى دفعة سنوية.

-كل نصف سنة تسمى دفعة نصف سنوية(سداسية.)

-كل ثلاث أشهر تسمى دفعة ثلاثية.

-كل شهر تسمى دفعة شهرية.

2. مميزات الدفعات: تتميز هذه الدفعات بالخصائص التالية:

- دفعات متساوية؛
- الفترة الزمنية بين دفعة و أخرى متساوية ؛
- معدل الفائدة ثابت لكل الدفعات ؛
- تحديد تاريخ أول دفعة و تاريخ آخر دفعة ؛
- عدد الدفعات محدد.

3. أنواع الدفعات: هناك عدة أنواع لدفعات سنذكر منها؛

- **الدفعات الدائمة:** هي الدفعات التي تدفع بانتظام و دون توقف ويستمر دفعها إلى ما لا نهاية وهي ليس لها مدة. أما الدفعات المؤقتة فهي الدفعات التي يتم دفعها لفترة محدودة.
- **الدفعات الثابتة:** التي يكون مبلغ الدفعة فيها ثابت والدفعات المتغيرة التي تتسم بعدم ثبات مبلغ الدفعة وتختلف مبالغ الدفعات بعضها البعض.

وهي الدفعات التي يكون مبلغ الدفعة فيها ثابت في جميع الدفعات حيث يكون مبلغ الدفعة الأولى مساويا لمبلغ الدفعة الثانية مساويا لمبلغ الدفعة الثالثة و هكذا.

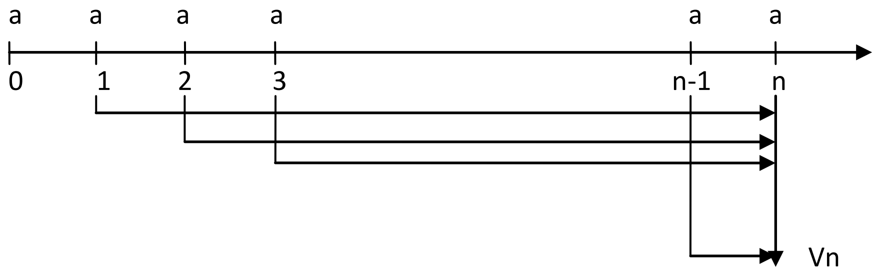
يمكن أن تصب الدفعات في بداية الفترة(مقدمة السداد) أو نهايتها (مؤخرة السداد).

ونميز نوعان من الدفعات وهي:

- **دفعات نهاية المدة(مؤخرة السداد):** تدفع عادة لتسديد الديون، و لذلك تسمى دفعات الاستهلاك و تدفع في نهاية كل فترة سداد؛
- **دفعات بداية المدة(مقدمة السداد):** تدفع في الغالب لتكوين رأسمال و في بداية كل فترة لتكوين رأسمال أو سداد دين.

4. القيمة المكتسبة لدفعات نهاية المدة

دفعات نهاية المدة عادة ما تكون موجهة لتغطية التزام سابق أو الوفاء بدين وجملة دفعات نهاية الفترة هي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد في نهاية عدد من الفترات n بعد أن قدم n دفعة متساوية وهي مجموع جملة كل دفعة من الدفعات كما هو موضح في الشكل أدناه:



إذا رمزنا لعناصر الجملة أو القيمة المكتسبة بفوائد مركبة بالرموز التالية:

Vn: القيمة المكتسبة(الجملة)؛

a: قيمة الدفعة الثابتة؛

i: معدل الفائدة المركبة؛

n: عدد الدفعات.

القيَمة المكتسبة	مدة كل دفعة	قيمة الدفعة	الدفعات
$V1 = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}$	n	a	1
$V2 = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-1}$	n-1	a	2
$V3 = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-2}$	n-2	a	3
....	......	a	....
....	......	a	....
$Vn-1 = a(1+\mathrm{i})^{2}$	2	a	n-1
$Vn = a(1+\mathrm{i})$	1	a	n

لتكن Vn الجملة أو القيمة المكتسبة المتحصل عليها بعد جمع القيم المكتسبة لكل الدفعات بعد المدة n فنحصل على العلاقة الرياضية التالية:

$$Vn = a + a(1+\mathrm{i}) + a(1+\mathrm{i})^2 + \cdots + a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-2} + a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-1} + a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}$$

وبالتالي فإن مجموع هذه القيم المكتسبة للدفعات تشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a وأساسها $(1+\mathrm{i})$، وعدد حدودها n.

وبتطبيق العلاقة الرياضية لحساب مجموع متتالية هندسية متزايدة التي تعطى وفق الصيغة التالية:

$$\mathbf{S = a\frac{r^{n}-1}{r-1}}$$

تكون جملة مجموع الدفعات Vn:

$$\Rightarrow \mathrm{Vn} = a\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}{(1+\mathrm{i})-1}$$

وبالتالي نتحصل على العلاقة التالية:

$$\Rightarrow \mathbf{Vn} = a\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

ملاحظة:

- **عند الزمن 0 لا تكون هناك أي دفعة؛**
- **الدفعة الأخيرة تكون نهاية الدورة الأولى؛**
- **أخر دفعة تكون في الزمن n؛**
- **فالدفعة الأخيرة لا نتج فوائد.**

ولحساب جملة الدفعات نستعين بالجدول المالي رقم 03 الذي يقدم العلاقة $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ بشرط وجود المعدل المستعمل في الجدول، إلا أن هناك مشكل عدم وجود معدل الفائدة في هذا الجدول.

- في حالة وجود المعدل في الجدول

في هذه الحالة يستعمل الجدول رقم 03 بدون مشكل(تطبق قيمة الجدول في معادلة الجملة مباشرة).

مثال01: مؤسسة تودع مبلغ مالي قيمته 6000 دج في بداية كل سنة ولمدة 06 سنوات متتالية.

- فما هي القيمة المكتسبة التي سيتحصل عليها بعد نهاية المدة المتفق عليها إذا كان معدل الفائدة المركبة هو6 %سنويا ؟

حل 01:

في هذه الحالة هناك توافق بين المدة والمعدل وبالتالي فإن عدد الفترات والدفعات في نفس الوقت يكون:

$$Vn = a\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$Vn = 6000\frac{(1+0.06)^6-1}{0.06}$$

$$Vn = 41851.911DA$$

- في حالة عدم وجود المعدل في الجدول:

هذه الحالة يتم حساب الجملة باستعمال طريقة الأجزاء المتناسبة.

مثال02: شخص يدفع لمدة 4 سنوات مبلغ 8000 دج في نهاية كل سنة لتسديد قيمة محل معين.

- أحسب قيمة هذا العقار في نهاية 4 سنوات إذا كان معدل الفائدة المستعمل5.8% ؟

حل02: من الجدول المالي رقم 01 نجد أن معدل 5.8 محصور بين 5.5 و5.75 الموجودان في الجدول:

$$Vn = 8000\frac{(1+0.058)^4-1}{0.058}$$

$$\frac{(1+0.06)^4-1}{0.06} = 4.374616$$

$$\frac{(1+0.0575)^4-1}{0.0575} = 4.358415$$

25%.....................0.016201⟹

$$\frac{(1+0.058)^4-1}{0.058} = 4.358415 + \frac{0.016201*0.2}{0.25} = 4.371375$$

$$\mathrm{Vn} = 8000 * 4.371375$$

$$Vn = 34971DA$$

5. تحديد عناصر جملة الدفعات لنهاية المدة

باستعمال العلاقة العامة لهذه الدفعات نستطيع الوصول إلى حساب مختلف عناصرها.

تحديد قيمة الدفعة الثابتة

لتحقيق ذلك يمكن أن نستعمل طريقتين:

من علاقة الجملة

$$\mathrm{Vn} = a\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}{\mathrm{i}}$$

$$\boldsymbol{a = \mathrm{Vn}\frac{\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}}$$

مثال03: إذا علمت أن جملة 6 دفعات المتحصل عليها قدرت بـ 50000دج بمعدل فائدة7 %.

-أحسب قيمة الدفعة؟

حل 03:

$$a = \mathrm{Vn}\frac{\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}$$

$$a = 50000\frac{0.07}{(1+0.07)^6-1}$$

$$a = 6989.79DA$$

تحديد معدل الفائدة:

انطلاقا من العلاقة العامة للجملة نحصر المقدار $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ و بعد حساب قيمته من العلاقة نبحث في الجدول رقم 03 فنجد i المقابل لها بمعلومية n وفي حالة عدم الحصول على قيمة لهذا المقدار في الجدول نقوم بعملية الحل بالأجزاء المتناسبة للمعدل.

$$\mathbf{\frac{(1+i)^n-1}{i} = \frac{Vn}{a}}$$

مثال04: رأس مال قدره 326431.50دج، تكون من 9 دفعات قيمة كل دفعة 29000دج.

- احسب معدل الذي سمح بتكوين هذه الجملة؟

حل04:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i} = \frac{Vn}{a}$$

$$\frac{(1+i)^n-1}{i} = \frac{326431.50}{29000} = 11.25626$$

بالاستعانة بالجدول رقم 03 نجد: i= 5.5%

- حساب عدد الدفعات:

من القانون الأساسي لجملة دفعات السداد يمكن حساب عدد الدفعات كما يلي:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i} = \frac{Vn}{a}$$

$$\mathbf{(1+i)^n = \frac{Vn}{a} * i + 1}$$

من الجدول المالي رقم 03 على المقدار $\frac{Vn}{a}$ والمعدل i نجد عند الدفعات n، أو باستخدام اللوغاريتم كمايلي:

$$\boldsymbol{n} = \mathbf{\frac{\ln \frac{Vn*i*a}{a}}{\ln(1+i)}}$$

يمكن أيضا استعمال الجدول المالي رقم 01 قيمة n اعتمادا على المعدل i والقيمة $(1+i)^n$ حيث:

$$(1+i)^n = \frac{Vn*i*a}{a}$$

مثال05: دين هو عبارة عن جملة من الدفعات قمته50363.0258، بمعدل فائدة مركبة 6% علما ان قيمة الدفعة 6000دج.

- ماهو عدد الدفعات اللازمة لتسديد هذا الدين؟

حل05:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{Vn}{a}$$

$$\frac{(1+0.06)^n-1}{0.06}=\frac{50363.0258}{6000}=8.393837$$

من الجدول المالي رقم 3 اعتمادا على القيمة 8.393837 والمعدل 6%،نجد n=7.

كما يمكن الاعتماد على اللوغاريتم للحصول على قيمة n.

ملاحظة:

عدد الدفعات يكون دوما عددا طبيعيا وإذا صادفتنا حالة وجود عدد دفعات غير طبيعي فإنه توجد ثلاثة حلول لهذه المشكلة وهي:

- نأخذ الحد الأدنى من الدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية؛

- نأخذ الحد الأقصى من الدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقل من الدفعة النظرية؛

- تعديل في عدد الدفعات(نأخذ الحد الأدنى أو الحد الأقصى)مع الإبقاء على الدفعة النظرية وتعديل في قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى من خلال إضافة المبلغ المكمل الذي يمثل الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة.

مثال06: من اجل تسديد قرض قدره **26000**دج بدفعات ثابتة تدفع خلال نهاية كل سنة بمعدل فائدة مركبة 5% مبلغ كل منها 3000دج.

- ماهو عدد الدفعات التي تحقق ذلك؟

حل06:

$$\frac{(1+0.05)^n-1}{0.05}=\frac{26000}{3000}=8.666666$$

بالبحث في الجدول رقم 03 عند نجد أن هذه القيمة محصورة بين n=7وn=8 وبالتالي فهناك حلان:

- **الحل الأول:** n

=7 , i=0.05 , Vn=24426.0253da

لنحسب قيمة الدفعة الجديدة a´:

$$´a=Vn\frac{i}{(1+i)^n-1}$$

$$´a=26000\frac{0.05}{(1+0.05)^7-1}$$

$$´a = 3193.315DA$$

- **الحل الثاني:** n=8 , i=0.05 , Vn=28647.3266 da

$$´´a = Vn\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$´´a = 26000\frac{0.05}{(1+0.05)^8 - 1}$$

$$´´a = 2722.76DA$$

- **الحل الثالث:**

في هذا الحل يمكن استخدام طريقتين هما:

-الطريقة الأولى: n=7 , i=0.05 , Vn=26000da , a=3000da

لنحسب قيمة الدفعة الأخيرة(الدفعة السابعة):

لدينا الجملة الجديدة بالمعطيات الموضحة أعلاه هي:

$$Vn´ = 3000\frac{(1+0.06)^7 - 1}{0.06} = 24426.0253DA$$

حساب المبلغ المكمل الذي يضاف للدفعة الأخيرة من خلال حساب الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة

$$Vn - Vn´ = 26000 - 24426.0.235 = 1573.9747$$

ومنه:

$$a´ = a + 1573.9747$$

$$a´ = 4573.9747$$

-الطريقة الثانية: n=8 , i=0.05 , Vn=26000da , a=3000da

لنحسب قيمة الدفعة الأخيرة(الدفعة الثامنة):

لدينا الجملة الجديدة بالمعطيات الموضحة أعلاه هي:

$$Vn´´ = 3000\frac{(1+0.06)^8 - 1}{0.06} = 28647.326DA$$

حساب المبلغ المكمل الذي يضاف للدفعة الأخيرة من خلال حساب الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة

$$Vn - Vn´´ = 26000 - 28647.326 = -2647.326$$

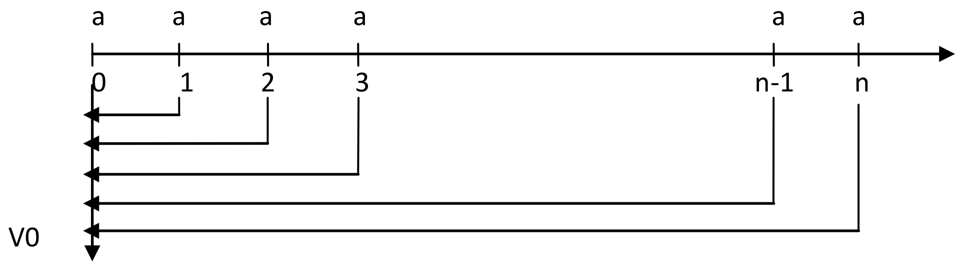
ومنه:

$$a´´ = a - 2647.326$$

$$a'' = 352.674$$

6. القيمة الحالية للدفعات مؤخرة السداد

القيمة الحالية لسلسلة من الدفعات السنوية المتساوية في نهاية المدة، هيمجموع القيم الحالية المعبر عنها في اللحظة 0، أي قبل الدفعة الأولى كما هو موضح في الشكل الموالي:



إذا رمزنا لعناصر الجملة أو القيمة المكتسبة بفوائد مركبة بالرموز التالية:

V_0: القيمة المكتسبة(الجملة)؛

a: قيمة الدفعة الثابتة؛

i: معدل الفائدة المركبة لدينار واحد؛

n: عدد الدفعات.

يوضح الجدول الموالي القيمة الحالية لكل دفعة في اللحظة 0:

الدفعات	القيمة المكتسبة	القيَمة الحالية عند اللحظة 0
1	$V1 = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-1}$	$a(1+\mathrm{i})^{-1}$
2	$V2 = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-2}$	$a(1+\mathrm{i})^{-2}$
3	$V3 = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-3}$	$a(1+\mathrm{i})^{-3}$
....	....	....
p	$Vn-p = a(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-\mathrm{p}}$	$a(1+\mathrm{i})^{-p}$
....	....	... ...
n-1	$Vn-1 = a(1+\mathrm{i})$	$a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}$
n	$Vn = a(1+\mathrm{i})^{0} = a$	$a(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}$

باستعمال مجموع القيم الحالية للدفعات منفصلة بتاريخ 0 كالتالي نتحصل على:

$$V0 = a(1+\mathrm{i})^{-1} + a(1+\mathrm{i})^{-2} + a(1+\mathrm{i})^{-3} + \cdots + a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)} + a(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}$$

وبالتالي فإن مجموع هذه القيم الحاليةللدفعات تشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}$ وأساسها $(1+\mathrm{i})$، وعدد حدودها n .

وبتطبيق العلاقة الرياضية لحساب مجموع متتالية هندسية متزايدة التي تعطى وفق الصيغة التالية:

$$\mathbf{S}=\boldsymbol{a}\frac{\mathbf{r^{n}-1}}{\boldsymbol{r}\mathbf{-1}}$$

تكون جملة مجموع الدفعات V0:

$$\Rightarrow \mathbf{V0}=\boldsymbol{a}(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-\mathbf{n}}\frac{(\mathbf{1+i})^{\mathbf{n}}-\mathbf{1}}{(\mathbf{1+i})-\mathbf{1}}$$

وبالتالي نتحصل على العلاقة التالية:

$$\Rightarrow \mathbf{V0}=\boldsymbol{a}\frac{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}{\mathbf{i}}$$

و قد أعد الجدول الدالي رقم 04 لحساب قيمة الكسر.

و يمكن الوصول إلى نفس هذه العلاقة بحساب القيمة الحالية لجملة الدفعات بحيث:

$$\mathbf{V0}=\boldsymbol{Vn}(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-\mathbf{n}}=\mathbf{a}\frac{\mathbf{(1+i)-1}}{\mathbf{i}}(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-\mathbf{n}}$$

وبالتالي تكتب العلاقة كالأتي: $\mathbf{V0}=\boldsymbol{a}\frac{\mathbf{(1+i)^{-n}}}{\mathbf{i}}$

- في حالة وجود المعدل في الجدول:

في هذه الحالة يستعمل الجدول رقم 04 بدون مشكل(تطبق قيمة الجدول في معادلة الجملة مباشرة).

مثال07: شخص يسدد في نهاية كل سنة مبلغ 8000دج بمعدل 5% سنويا ولمدة 6 سنوات.

- احسب القيمة الحالية لهذه الدفعات ثم جملتها في نهاية الدفع؟

حل07:

- حساب القيمة الحالية لهذه الدفعات

$$V0=a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V0=8000\frac{1-(1+0.05)^{-6}}{0.05}$$

ومنه:

$$V0=40605.47DA$$

- حساب الجملةلهذه الدفعات:

$$Vn=a\frac{(1+i)^{-n}-1}{\mathbf{i}}$$

$$Vn = 8000\frac{(1+0.05)^6 - 1}{0.05}$$

$$Vn = 54415.2DA$$

- في حالة عدم وجود المعدل في الجدول

هذه الحالة يتم حساب الجملة باستعمال طريقة الأجزاء المتناسبة للقيم الجدولية مع المعدلات.

مثال08: تسدد مؤسسة قيمة مواد أولية بالتقسيط بدفعات قدرها 12دفعة، فإذا كانت قيمة الدفعة 3000دج وأن معدل الفائدة المطبق هو 5.1%.

- احسب قيمة شراء هذه المواد الأولية؟

حل 08:

قيمة شراء العتاد تتوافق مع القيمة الحالية للدفعات:

$$V0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V0 = 3000\frac{1-(1+0.051)^{-12}}{0.051}$$

لحساب هذه الجملة سوف نلجأ لاستعمال الأجزاء للمعدل،إذ نلاحظ أن المعدل المطبق هنا بين5 % و5,25% الموجودان في الجدول.

من الجدول المالي رقم 04 نجد:

5%.........8.863251

5.25%.....8.739594

0.25%......0.123657

0.10%.....n

نلاحظ أنه بارتفاع المعدل تنخفض قيمة الكسر الجدولية. وبالتالي كلما زادت المدة و المعدل تطرح القيمة الكسرية، و هنا يجب البحث عن الفرق في قيمة الكسر المقابلة للفرق في المعدل بين5.10 % و5.25 % و الذي يقدر ب 0,10%باستعمال العلاقة الثلاثية و بوجوده يطرح من القيمة الكسرية المقابلة للمعدل5 %.

$$8.863251 - \frac{0.10*0.123657}{0.25} = 8.813789$$

$$V0 = 3000 * 8.813789 = 26441.367$$

7. تحديد عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة

باستعمال العلاقة العامة لهذه الدفعات(المؤخرة السداد)نستطيع الوصول إلى حساب مختلف عناصرها .

- تحديد قيمة الدفعة الثابتة:

$$\mathbf{a = V0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

من علاقة القيمة الحالية نستخرج a ، والكسر $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ قيمة موجودة في الجدول المالي رقم 05.

مثال 09: احتاج مواطن ل 6 دفعات لتسديد قيمة بضائعه بمعدل فائدة مركبة 5%وكانت قيمتها الحالية22000 دج.

- احسب قيمة الدفعة؟

حل 09:

$$a = V0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = 22000\frac{0.05}{1-(1+0.05)^{-6}}$$

$$a = 4334.394DA$$

- تحديد معدل الفائدة

انطلاقا من العلاقة V_0نحصر المقدار $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ ونبحث عن i في الجدول المالي رقم 05، وعند الحصول على قيمة هذا الكسر بمعلومية nنقوم بعملية الحل بالأجزاء المتناسبة للمعدل.

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{V0}{a}$$

مثال10: اشترى شخص آلة بمبلغ 19095.031 دج على أن يتم التسديد بأقساط متساوية عددها 7 علما أن قيمة القسط الثابت هو3300 دج.

- ما هو معدل الفائدة المطبق؟

حل10:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{V0}{a}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-7}}{i} = \frac{19095.031}{3300} = 5.786373$$

باستخدام الجدول المالي رقم 04 عند n=7 و5.786373 نجد أن: i=5%.

- حساب عدد الدفعات:

يمكن استخراج طريقة حساب الدفعات من قانون القيمة الحالية لدفعات السداد على النحو التالي:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=\frac{V0}{a}$$

باستخدام الجدول المالي 04 اعتمادا على القيمة $\frac{V0}{a}$ والمعدل i يمكن استخراج قيمة n

يمكن أيضا استخدام اللوغاريتم لحساب قيمة n كما يلي :

$$(1+i)^{-n}\ \frac{a-V0*i}{a}$$

بإدخال اللوغاريتم على الطرفين نجد:

$$\boldsymbol{n=\frac{\ln a-\ln(a-V0*i)}{\ln(1+i)}}$$

ملاحظة:

في حالة إيجاد عدد الدفعات قيمة عشرية نقترح الحلول التالية:

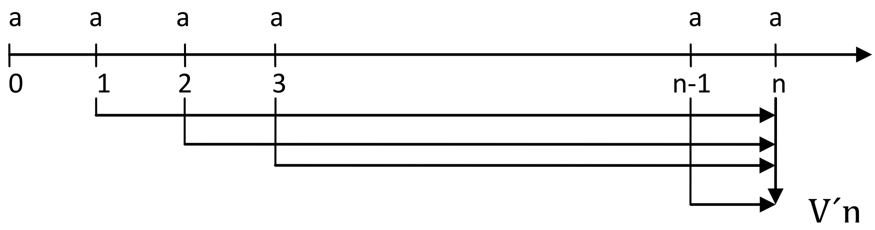
- **نأخذ الحد الأدنى من الدفعات ونفس القيمة الحالية مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية؛**
- **نأخذ الحد الأقصى من الدفعات ونفس القيمة الحالية مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقلمن الدفعة النظرية؛**
- **تعديل في عدد الدفعات(نأخذ الحد الأدنى أو الحد الأقصى)مع الإبقاء على الدفعة النظرية و تعديل في قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى من خلال إضافة المبلغ المكمل الذي يمثل الفرق بين القيمة الحالية القديمة والقيمة الحالية الجديدة.**

8. الدفعات بداية المدة

دفعات بداية المدة الثابتة هي المبالغ التي تودع دوريا في بداية كل سنة أو فترة أقل من ذلك أو أكثر وتدفع بعد إبرام العقد مباشرة، تهدف إلى تكوين رأس المال في نهاية مدة الإيداع.

-القيمة المكتسبة للدفعات(مقدمة السداد)

هذه الجملة هي عبارة عن ما ترسمل(تجمع)من الدفعات المتتالية في تاريخ نهاية مدة الإيداع أي بعد سنة أو فترة واحدة عن آخر دفعة. في الشكل أدناه:



إذا رمزنا لعناصر الجملة أو القيمة المكتسبة بفوائد مركبة بالرموز التالية:

$V'n$: القيمة المكتسبة(الجملة)؛

a: قيمة الدفعة الثابتة؛

i: معدل الفائدة المركبة لدينار واحد؛

n: عدد الدفعات.

- باستعمال مجموع جمل الدفعات منفصلة

يوضح الجدول الموالي جملة عدد من دفعات بداية المدة نحسب مجموع الدفعات منفصلة:

الجملة	المدة	الدفعات
$a(1+i)^n$	n	1
$a(1+i)^{n-1}$	n-1	2
$a(1+i)^{n-2}$	n-2	3
....	....	....
$a(1+i)^2$	2	n-1
$a(1+i)$	1	n

لتكن $V'n$ الجملة أو القيمة المكتسبة المتحصل عليها بعد جمع القيم المكتسبة لكل الدفعات بعد المدة n فنحصل على العلاقة الرياضية التالية:

$$V'n = a(1+i) + a(1+i)^2 + \cdots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^n$$

وبالتالي فإن مجموع هذه القيم المكتسبة للدفعات تشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+i)$ وأساسها $(1+i)$، وعدد حدودها n.

وبتطبيق العلاقة الرياضية لحساب مجموع متتالية هندسية متزايدة التي تعطى وفق الصيغة التالية:

$$S = a\frac{r^n-1}{r-1} = a(1+i)\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1}$$

تكون جملة مجموع الدفعات $V'n$:

$$\Rightarrow V'n = a(1+i)\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$V'n = Vn(1+i)$$

وبالتالي نتحصل على العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{V'n = a\left(\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} - 1\right)}$$

فحسب هذه العلاقة الأخيرة نستطيع استعمال الجدول المالي رقم 03 بإضافة فترة إلى الـ n وعند استخراج القيمة الجدولية يطرح منها 1 صحيح و نطبق على a للحصول على $V'n$.

- باستعمال جملة دفعات نهاية المدة

باعتبار أن مدة دفعات بداية الفترة تزيد في زمنها عن دفعات نهاية الفترة بفترة واحدة، فهذا يعني أن جملة الأولى هي جملة الثانية بعد فترة واحدة، و نصل إلى نفس النتيجة السابقة. و في حساب هذه الجملة قد نصادف حالتين؛ حالة وجود المعدل في الجدول و حالة عدم وجود المعدل في الجدول، حيث أنه في هذه الحالة نلجأ إلى الأجزاء المتناسبة بنفس الطريقة في دفعات التسديد.

مثال11: قام خص بدفع 6 دفعات سنوية مبلغ الواحدة 2300دج في حالتين: تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى وتدفع الثانية بداية السنة الأولى. علما أن معدل الفائدة المركبة في الحالتين هو5%.

- احسب جلة هذه الدفعات؟

حل11:

حساب الجملة في حالة دفعات نهاية المدة:

$$Vn = a\frac{(1+i)^n-1}{i}$$
$$Vn = 2300\frac{(1+0.05)^6-1}{0.05}$$

حساب الجملة في حالة دفعات بداية المدة:

$$V'n = Vn(1+i)$$
$$V'n = 15644.37(1+0.05)$$
$$V'n = 16426.58$$

ويمكن حسابها بالعلاقة التالية:

$$V'n = a(1+i)\frac{(1+i)^n-1}{i}$$
$$V'n = 2300(1+0.05)\frac{(1+0.05)^6-1}{0.05}$$
$$V'n = 16426.58$$

9. تحديد عناصر جملة دفعات بداية المدة

باستعمال العلاقة الخاصة بحساب جملة هذه الدفعات يمكن حساب مختلف عناصرها وفقا لما يلي:

- تحديد قيمة الدفعة :

يمكن تحديد قيمة الدفعة من العلاقة التالية:

$$V'n = a(1+i)\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$\mathbf{a = V'n(1+i)^{-1}\frac{i}{(1+i)^n-1}}$$

مثال12: أحسب مبلغ الدفعة الثابتة التي تسمح بتكوين رأس مال قدره 50000 دج بعد 7 سنوات بمعدل فائدة سنوي5 % مع العلم أن الدفعة الأولى تكون مباشرة في بداية السنة.

الحل12:

$$a = V'n(1+i)^{-1}\frac{i}{(1+i)^{n}-1}$$

$$a = 50000(1+0.05)^{-1}\frac{0.05}{(1+0.05)^{7}-1}$$

$$a = 5848.523DA$$

- تحديد معدل الفائدة:

$$V'n = a(1+i)\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$\frac{V'n}{a} = (1+i)\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$\frac{V'n}{a}+1 = \frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$$

من الجدول المالي رقم 03واعتمادا على القيمة$\frac{V'n}{a}+1$ وعدد الدفعات n نجد قيمة المعدل i .

مثال13: كون أحد المستثمرين28567.98 دج بواسطة 6 دفعات استثمار قيمة كل منها 4000دج.

- ما هو معدل الفائدة المعمول به؟

الحل13:

$$\frac{V'n}{a}+1 = \frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$$

$$\frac{28567.98}{4000}+1 = \frac{(1+i)^{6+1}-1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^{6+1}-1}{i} = 8.141995$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد أن: $i = 0.05$

- تحديد عدد الدفعات:

$$V'n = a(\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1)$$

$$\frac{V'n}{a}+1 = \frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$$

من الجدول المالي رقم 03 اعتمادا على المقدار $\frac{V'n}{a}+1$ وقيمة i ثم نطرح منها 1 للحصول على قيمة n .

مثال14: يريد تاجر معرفة المدة اللازمة لتكوين رأس مال قدره 35710.04دج سنة بعد الدفعة الأخيرة بدفعات متساوية تدفع في كل بداية سنة قدرها5000 دج بمعدل فائدة سنوي 5%.

- ماهو عدد الدفعات اللازمة؟

الحل14:

$$\frac{V'n}{a}+1=\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$$

$$\frac{35710.04}{5000}+1=\frac{(1+0.05)^{n+1}-1}{0.05}$$

$$8.142008=\frac{(1+0.05)^{n+1}-1}{0.05}$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد أن: $n=6$

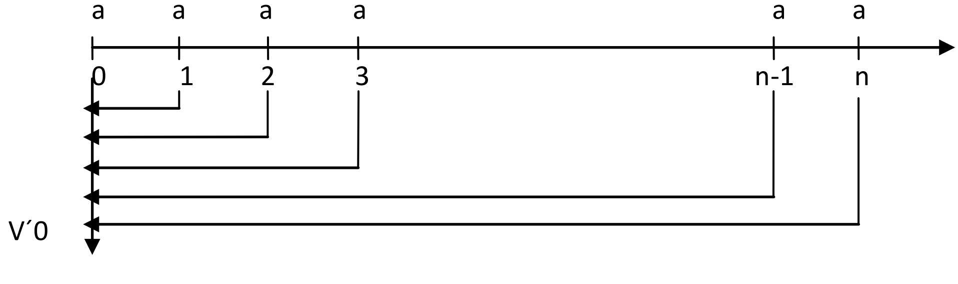
ملاحظة:

في حالة إيجاد عدد الدفعات عددا غير طبيعي نقترح الحلول التالية:

- **نأخذ الحد الأدنى من الدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية؛**
- **نأخذ الحد الأقصى من الدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقل من الدفعة النظرية؛**
- **تعديل في عدد الدفعات(نأخذ الحد الأدنى أو الحد الأقصى)مع الإبقاء على الدفعة النظرية وتعديل في قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى من خلال إضافة المبلغ المكمل الذي يمثل الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة.**

- القيمة الحالية للدفعات مؤخرة السداد

القيمة الحالية لسلسلة من الدفعات السنوية المتساوية في بداية المدة، هيمج موع القيم الحالية المعبر عنها في اللحظة0، أي تاريخ إيداع أول الدفعة من سلسلة الدفعات، كما هو موضح في الشكل الموالي:



إذا رمزنا لعناصر الجملة أو القيمة المكتسبة بفوائد مركبة بالرموز التالية:

V'_0: القيمة المكتسبة(الجملة)؛

a: قيمة الدفعة الثابتة؛

i: معدل الفائدة المركبة لدينار واحد؛

n: عدد الدفعات.

ويوضح الجدول الموالي القيمة الحالية لكل دفعة في اللحظة 0:

الدفعات	المدة	الجملة
1	0	$a(1+\mathrm{i})^{0}=a$
2	1	$a(1+\mathrm{i})^{-1}$
3	2	$a(1+\mathrm{i})^{-2}$
....	....	....
n-1	n-2	$a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-2)}$
n	n-1	$a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}$

باستعمال مجموع القيم الحالية للدفعات نحسب زمن الدفعات من تاريخ تقديمها إلى نقطة0 أو بداية مدة الإيداع:

$$V'0=a(1+\mathrm{i})^{0}+a(1+\mathrm{i})^{-1}+a(1+\mathrm{i})^{-2}+a(1+\mathrm{i})^{-3}+\cdots+a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}$$

$$V'0=a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}+a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-2)}+\cdots+a(1+\mathrm{i})^{-2}+a(1+\mathrm{i})^{-1}+a$$

وبالتالي فإن مجموع هذه القيم الحالية للدفعات تشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}$ وأساسها $(1+\mathrm{i})$، وعدد حدودها n.

وبتطبيق العلاقة الرياضية لحساب مجموع متتالية هندسية التي تعطى وفق الصيغة التالية:

$$V'0=a(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}\left(\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}{(1+i)-1}\right)$$

$$=a\left(\frac{(1+\mathrm{i})-(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}}{i}\right)$$

$$=a\left(\frac{i}{i}+\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}}{i}\right)$$

ومنه نتحصل على العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{V'0=a\left(1+\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}}{i}\right)}$$

- باستعمال علاقة جملة دفعات بداية المدة

نقوم بالبحث عن القيمة الحالية بتقديم قيمة الجملة إلى نقطة الصفر حسب العلاقة العامة:

$$V'0=V'n(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}$$

$$\boldsymbol{V'0=a\left(1+\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}}{i}\right)}$$

باستعمال علاقة القيمة الحالية لدفعات بداية المدة

باعتبار أن الفرق بين النوعين هو فترة زمنية واحدة، فيمكن الحصول على $V'0$ من $V0$ كمايلي:

$$V'0=V0(1+i)$$

$$V'0 = a(1+i)\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$$

مثال15: استثمر شخص 04 دفعات والتي كانت قيمة كل دفعة منها 4500 دج ومعدل الفائدة المركبة الثلاثي6%.

- ما هي القيمة الحالية لهذه الدفعات ؟

حل15:

$$V'0 = a(1+i)\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$
$$V'0 = 4500(1+0.06)\ \frac{1-(1+0.06)^{-4}}{0.06}$$
$$V'0 = 16528.527DA$$

- تحديد عناصر القيمة الحالية لدفعات بداية المدة

باستعمال العلاقة العامة لهذه الدفعات(المؤخرة السداد)نستطيع الوصول إلى حساب مختلف عناصرها مع احترام الفروقات أو الاختلافات بين العلاقتين.

- تحديد قيمة الدفعة الثابتة

من علاقة القيمة الحالية نصل إلى استخراج الدفعة، و العلاقة $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ تستخرج من الجدول رقم05 أما القوس $(1+i)^{-1}$فمن الجدول رقم 02 :

$$V'0 = a(1+i)\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$$

وبالتالي نحصل على العلاقة التالية:

$$a = V'0\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}(1+i)^{-1}$$

مثال16: القيمة الحالية لـ 04 دفعات سنوية متساوية مبلغها 85000دج تدفع الأولى في زمن 0 بمعدل فائدة مركبة6%.

- احسب قيمة الدفعة؟

حل16:

$$a = V'0\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}(1+i)^{-1}$$
$$a = 85000\,\frac{0.06}{1-(1+0.06)^{-4}}(1+0.6)^{-1}$$
$$a = 23141.913DA$$

- تحديد معدل الفائدة:

للوصول إلى ذلك نحصر علاقة كسرية لها جداول ثم نستعين بهذه الجداول لاستخراج المعدل بمعلومية المدة.

$$\frac{V'0}{a} - 1 = \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$$

باستعمال الجدول المالي رقم 04 نستخرج قيمة .

مثال07: بلغت قيمة الحالية11724.832دج لـ6 دفعات سنوية متساوية قيمة كل منها 2200دج.

ماهي قيمة معدل الفائدة المركبة المطبق؟

حل17:

$$\frac{V'0}{a}-1=\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-(\mathrm{n}-1)}}{i}$$

$$\frac{11724.832}{2200}-1=\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-(6-1)}}{i}=4.329469$$

من الجدول المالي رقم 04 نجد: $i=0.05$

- تحديد عدد الدفعات:

من نفس العلاقات نحصر الكسر ثم نبحث عن نفس القيمة في الجدول أمام i المعلومة لنجد n المطلوبة.

$$\frac{V'0}{a(1+i)}=\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}{i}$$

نستخرج قيمة n باستخدام الجدول المالي رقم 04 أو باستخدام اللوغاريتم.

مثال18: ما هو عدد الدفعات المخصومة بمعدل فائدة مركبة5 % للحصول على قيمة حالية 34641.549دج، علما إذا كانت قيمة الدفعة 6500دج

حل17:

$$\frac{V'0}{a(1+i)}=\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}{i}$$

$$\frac{34641.549}{6500(1+0.05)}=\frac{1-(1+0.05)^{-\mathrm{n}}}{0.05}$$

$$n=6$$

ملاحظة:

في حالة إيجاد عدد الدفعات قيمة عشرية نقترح الحلول التالية:

- **نأخذ الحد الأدنى من الدفعات ونفس القيمة الحالية مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية؛**
- **نأخذ الحد الأقصى من الدفعات ونفس القيمة الحالية مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقل من الدفعة النظرية؛**
- **تعديل في عدد الدفعات(نأخذ الحد الأدنى أو الحد الأقصى)مع الإبقاء على الدفعة النظرية وتعديل في قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى من خلال إضافة المبلغ المكمل الذي يمثل الفرق بين القيمة الحالية القديمة والقيمة الحالية الجديدة.**

10. تمارين محلولة

تمرين 01: الدفعات المتساوية ذات القيمة 2500 دج للدفعة الواحدة والتي تسدد في نهاية كل شهر حتى نتحصل على قيمة مكتسبة قدرها 52537,6648 دج مع العلم أن معدل الفائدة المركبة المتفق عليه هو6% سنوي.

المطلوب: - ماهو عدد هذه الدفعات المتساوية؟

حل01:

لدينا: a=2500, i= 6%, Vn=52537,6648da

عدد هذه الدفعات المتساوية:

$$n = \frac{\ln(\frac{Vn.i}{a}+1)}{\ln(1+i)}$$

$$n = \frac{\ln(\frac{52537,6648 * 0.06}{2500}+1)}{\ln(1+0.06)}$$

$$n = 14$$

تمرين02: اشترى تاجر بضاعة وأمامه 3 طرق للتسديد:

1- 96000 دج تدفع عند تاريخ الشراء؛

2- 11000دج تدفع بعد 4 سنوات ؛

3-دفعات متساوية مبلغ الواحدة 5300دج، في آخر كل سنة لمدة 6 سنوات.

المطلوب :

- اختيار أحسن طريقة للتسديد مع العلم أن معدل الفائدة6 % ؟

حل02:

تحديد أفضل طريقة لتسديد لتاجر:

طريقة التسديد الأولى:

$$V0 = 96000\mathrm{DA}$$

طريقة التسديد الثانية:

$$V0 = a(1+\mathrm{i})^{-n}$$
$$V0 = 51000(1+0.06)^{-4}$$

$$V0 = 40396.794DA$$

طريقة التسديد الثالثة:

$$V0 = a\,\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}{i}$$

$$V0 = 5300\frac{1-(1+0.06)^{-6}}{0.06}$$

$$V0 = 26061.813DA$$

أحسن طريقة للتسديد هي الطريقة الثالثة اقل قيمة حالية.

تمرين03: اشترى زبون سيارة بقيمة 220000 دج واقترح عليه المورد طريقتين للتسديد و بمعدل 5%

1 - دفعتين متساويتين الأولى بعد 5 سنوات، والثانية بعد 7 سنوات من تاريخ الشراء.
2 - 7 دفعات سنوية متساوية، الأولى بعد 3 سنوات من تاريخ الشراء.

المطلوب:

- أي اقتراح أفضل؟

حل03:

حساب قيمة الدفعة:

الاقتراح الأول:

$$V0 = a(1+\mathrm{i})^{-n} + a(1+\mathrm{i})^{-n}$$

$$220000 = a(1+0.05)^{-5} + a(1+0.05)^{-7}$$

$$a = 147235.289DA$$

الاقتراح الثاني:

$$V0 = a\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}{i}(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}$$

$$22000 = a\frac{1-(1+0.05)^{-7}}{0.05}(1+0.05)^{-3}$$

$$a = 44013.3DA$$

أحسن اقتراح هو الاقتراح الثاني.

تمارين مقترحة

تمرين 04: اشترى شخص قطعة أرض فدفع 20 %من قيمة الأرض نقدا وفورا والباقي بواسطة 7 دفعات ثابتة

ومتساوية إبتداءا من نهاية السنة الثالثة حيث أن الدفعات الثلاثة الأولى بقيمة 25000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي 11 %والدفعات المتبقية بقيمة 30000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي10% .

المطلوب:

1 - ما قيمة قطعة الأرض؟

2 - بعد تسديد الدفعة الثالثة طلب المقترض تسديد الباقي على دفعتين ما قيمة كل دفعة؟

تمرين 05: في نهاية كل سنة نوظف مبلغ 10000 دج لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة سنوي5 % وبعد آخر دفعة وفي نهاية السنة الخامسة التي تليها نسحب دفعة مبلغها 10000 دج لمدة 10 سنوات.

المطلوب:

1- ما المبلغ الذي نحصل عليه مباشرة بعد آخر سحبة ؟

2- ما مبلغ السحبة الثابت لكي تكون النتيجة عند آخر سحبة معدومة؟

المحور السادس: اهتلاك القروض

1. تعريف القرض
2. خصائص القروض
3. مفهوم القرض العادي(ذات المصدر الوحيد)
4. طرق تسديد القروض ذات المصدر الوحيد
5. جدول استهلاك القرض
6. ا لقرض أو الدين المدفوع
7. العلاقة بين الدفعات والقرض
8. القروض السندية
9. خصائص القروض السندية
10. قوانين عامة للقروض السندية
11. تمارين محلولة

تمهيد: عندما يقوم الأشخاص أو المؤسسات باتخاذ القرار بالاقتراض، يكون الهدف غالبا توفير السيولة الضرورية لحل مشاكل التمويل. يتم توثيق القرض عادة من خلال وثيقة قانونية تحتوي على معلومات حيوية مثل المبلغ المستعار، وتاريخ القرض، ونسبة الفائدة، ونوع الضمان المقدم. هناك أنواع مختلفة من القروض التي تتوفر للمؤسسات مثل القروض السندية والقروض ذات المصدر الوحيد. وعملية سداد القروض تعرف في الأوساط المالية والتجارية بمصطلح "استهلاك القروض"، والذي يشمل سداد قيمة القرض بالإضافة إلى الفوائد المستحقة، سواء كان ذلك بشكل دفعة واحدة أو أقساط منتظمة.

1. تعريف القرض: هو عهد يتعهد بمقتضاه المقرض– البنك -أن يسلم عميله المقترض مبلغا من النقود أو يقيده في حسابه،وذلك مقابل التزام العميل برد هذا المبلغ عند حلول الأجل المتفق عليه بالإضافة إلى عوائد القرض وعمولة البنك.

2. خصائص القروض: يتميز القرض بالخصائص التالية؛

- **مبلغ القرض:** وهو القيمة المالية التي يتضمنها القرض، ويجب أن يتناسب مع حجم نشاط العميل التجاري لذلك يجب على البنك دراسة حاجة العميل التمويلية وتحديد المبلغ الذي يتناسب مع حجم نشاطه ويؤدي إلى تحميل العميل انخفاض قدرته على خدمة دينه بالإضافة ارتفاع نفقات التمويل لديه، كما أن منحه مبلغ يقل عن حجم نشاطه يؤدي وقوعه في عسر مالي أو يؤدي إلى مزيد من طلبات اقتراض العميل؛
- **مدة القرض:** هو الأجل الذي بعد نهايته العميل ملزم بتسديد القرض ، وتفضل البنوك بشكل عام القروض قصيرة الأجل والتي تسد نفسها بنفسها إلا أن البنوك تقدم قرض طويل ومتوسط الأجل وذلك لتمويل شراء الأصول الغالية أو تمويل التوسيع؛
- **الفائدة:** هي ذلك العائد الذي يتحصل عليه البنك المقترض عند منحه قرض معين، وتختلف حسب مدة القرض ويتحملها المقترض نظرا لتجميد أموال البنك لمدة معينة وكمصدر لتحقيق الربح؛
- **الضمانات**: عينية أو شخصية؛
- **طريقة السداد:** وهنالك عدة برامج لعملية سداد القرض من أهمها:
  - يقوم المقترض بتسديد مبلغ الفائدة وأقساط القرض بمبلغ ثابت طيلة فترة الاستحقاق؛
  - أسعار فائدة متغيرة طيلة فترة الاستحقاق إما بتسديد جزء مهم من الدفعة بسعر فائدة ثابت وجزء آخر بسعر فائدة متغير.

3. مفهوم القرض العادي(ذات المصدر الوحيد)

القرض العادي هو قرض يتم بين طرفين طبيعيين أو اعتباريين، ويسمى هذا النوع من القروض بالقروض غير المجزئة (Emprunts indivis)حيث يحتوي عقد القرض على مقرض واحد.

في القرض العادي يلتزم المقترض عادة بالشروط الآتية:

- تسديد فوائد بصفة دورية على رأس المال المقترض(أصل القرض)وغير المسدد؛
- تسديد رأس المال المقترض، ويُسمى هذا التسديد ب" :استهلاك القروض"، وقد يتم تسديد القرض دفعة واحدة أو على عدة دفعات في أغلب الأحيان.
- فالمدين أو المقترض يقوم دورياً بتسديد دفعة تحتوي على فائدة رأس المال المتبقي مضافا إليه الاستهلاك، كمايلي: **الدفعة أو القسط السنوي = فائدة رأس المال المتبقي + الاستهلاك**

$$a = \mathbf{Ii} + \mathbf{Mi}$$

حيث:

a: الدفعة الثابتة أو القسط الثابت؛

: استهلاك السنة i ؛

I_i: الفائدة في السنة i ؛

وتتشابه عملية استهلاك القروض بالأقساط الثابتة أو المتساوية مع عملية تسديد القروض بدفعات نهاية المدة، حيث أن في نهاية مدة القرض يكون مجموع الدفعات مساوياً لجملة القرض المدفوع، أما أصل القرض أو قيمته الحالية في بداية أول سنة تسديد فتساوي القيمة الحالية للدفعات،

4. طرق تسديد القروض ذات المصدر الوحيد

يتم تسديد القروض بطرق مختلفة متفق عليها بين المتعاقدين ومن أهم هذه الطرق نجد:

- استهلاك القروض بدفعات ثابتة:

يتم في هذه الطريقة تسديد القرض دوريا بدفعات متساوية يتألف كل منها من جزء من رأس المال الأصلي ويسمى الاهتلاك وجزء يتمثل في الفائدة على القرض المتبقي، مع العلم أن مبالغ الاستهلاكات تتزايد باستمرار أما الفائدة فتتناقص، لأنها تحسب على المبلغ الباقي من القرض بعد تخفيض مبلغ الاستهلاك المسدد في كل فترة حيث:

جملة القرض في نهاية المدة = مجموع الدفعات

الدفعة = الاهتلاك + الفائدة على القرض المتبقي

- القانون العام الاهتلاكات بواسطة الدفعات الثابتة:

عملية استهلاك القرض بالدفعات الثابتة يكون فيها مجموع الدفعات مساويا لجملة القرض المدفوع في نهاية مدة القرض أما أصل القرض أو قيمته الحالية في بداية أول سنة تسديد فتساوي القيمة الحالية للدفعات أي:

$$A = V0(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}$$

حيث :

$$\boldsymbol{V0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

علما ان:

A: يمثل جملة القرض؛

V_0: قيمة أصل القرض في اللحظة أو الزمن صفر، أي بداية السنة الأولى للتسديد؛

a: الدفعة الثابتة أو القسط الثابت والذي يتكون من الاستهلاك و الفائدة؛

n: مدة القرض(عدد الدفعات)؛

i: معدل القرض.

اعتمادا على العلاقة الخاصة بحساب القيمة الحالية للقرض يمكن استخراج العلاقة الخاصة بحساب قيمة الدفعة.

$$\boldsymbol{a = V0\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

ويستعمل الجدول المالي رقم 05 لحساب القيمة الكسرية:

ملاحظات هامة:

بالنسبة لكل سطر من جدول استهلاك القرض:

- **تحسب الفائدة بضرب القرض المتبقي في بداية السنة في المعدل i؛**
- **يحسب الاستهلاك بضرب الاستهلاك السابق لو في $(1+i)$؛**
- **القرض المتبقي في نهاية الوحدة الزمنية يساوي القرض المتبقي في بداية الوحدة الزمنية ناقص لاستهلاك.**

5. جدول استهلاك القرض

لتسهيل عملية متابعة تطور القرض واستهلاكه بواسطة الدفعات الثابتة يتم الاعتماد على جدول يسمى جدول استهلاك القروض تستخرج منه عدة عناصر كتحديد رصيد الدين، اهتلاك وفائدة كل فترة ويكون الجدول على الشكل التالي:

الفترات	أصل القرض في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة	اهتلاك الفترة	أصل القرض في نهاية الفترة
1	$V0$	$I1 = V0i$	a	$D1 = a - I1$	$V1 = V0 - D1$
2	$V1$	$I2 = V1i$	a	$D2 = a - I2$	$V2 = V1 - D2$
3	$V2$	$I3 = V2i$	a	$D3 = a - I3$	$V3 = V2 - D3$
.....	....	....	....	....	....
n-1	$Vn - 2$	$In - 1 = Vn - 2i$	a	$Dn - 1 = a - In - 1$	$Vn - 1 = Vn - 2 - Dn - 1$
n	$Vn - 1$	$In = Vn - 1i$	a	$Dn = a - In$	$Vn = Vn - 1 - Dn = 0$
		$\sum I$	$\sum a$	$\sum D$	

- الخصائص العامة لجدول الاستهلاك

من خلال هذا الجدول يمكن استخراج علاقات بين مختلف عناصره منها:

-العلاقة بين الدفعات والقرض:

أصل القرض في بداية أول فترة دفع = القيمة الحالية للدفعات.

أي أن V_0 تحسب من العلاقة:

$$\boldsymbol{V0 = a\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)}$$

جملة الدفعات = جملة القرض.

$$\sum_{S=1}^{n} \text{as} = V0 + \sum_{S=1}^{n} \text{I}$$

$$n * a = \sum M + \sum I$$

مجموع الدفعات= أصل القرض + مجموع الفوائد.

$$a = \frac{\sum M + \sum I}{n}$$

- العلاقة بين الاستهلاكيات

من تساوي الدفعات نجد:

$$a1 = a2 - I1 = D1 + V0 * i = D2 + (V0 - D1)i$$

بتبسيط العلاقة نجد:

$$D2 = D1(1 + i)$$

وبالمثل إذا ساوينا بين الدفعتين الثانية والثالثة نجد:

$$D3 = D2(1 + i)$$

بتعويض $D2$ بما يساويه نجد:

$$D3 = D2(1 + i)^2$$

وبالتالي نستنتج أن الاهتلاكات تشكل فيما بينها حدود متتالية هندسية أساسها $(1 + i)$ وبالتالي يمكن كتابة الاهتلاك الأخير الذي يمثل الحد الأخير في المتتالية الهندسية بدلالة الاهتلاك الأول كما يلي:

$$\boldsymbol{Dn = D1(1 + i)^{n-1}}$$

- العلاقة بين الاستهلاكات وأصل القرض:

$$V0 = D1 + D2 + D3 + \cdots + Dn$$
$$V0 = D1 + D1(1 + i) + D1(1 + i)^2 + \cdots + D1(1 + i)^{n-1}$$

هذه العبارة تشكل مجموع متتالية هندسية حدها الأول $D1$ وأساسها $(1 + i)$ وعدد حدودها n وعليه:

$$\boldsymbol{V0 = D1\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)}$$

- الفرق بين استهلاكيين متتاليين:

$$D_{n+1} - D_n = (a - I_{n+1}) - (a - I_n)$$

$$D_{n+1} - D_n = I_n - I_{n+1}$$

- الفرق بين فائدتين متتاليين:

$$In - In + 1 = (a - Dn) - (a - Dn + 1)$$
$$= Dn + 1 - Dn$$
$$= Dn(1 + i) - Dn$$
$$= Dni$$
$$= Dn - 1i(1 + i)$$
$$In - In + 1 = Dn - si(1 + i)^s$$

من الفرق بين فائدتين نجد أن:

$$\boldsymbol{(1 + i) = \frac{In}{In - 1 - In}}$$

فيمكن حساب معدل الفائدة المطبق على القرض بمعلومية الفائدة الأخيرة و الفرق بين الفائدتين الاخيرتين.

6.القرض أو الدين المدفوع

هو مجموع الاهتلاكات التي تكون هذا القرض من Vn المبلغ المدفوع من القرض ويرمز له بالرمز الفترة الأولى حتى الفترة كما يلي:

$$Vn = V0\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

واعتمادا على علاقة أصل القرض والاهتلاك نصل إلى العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{Vn = D1\left(\frac{(1+i)^m - 1}{(1+i)^n - 1}\right)}$$

- المبلغ المتبقي بعد دفع دفعة ما:

المبلغ المتبقي V_{nR} يساوي أصل القرض مطروحا منه قيمة المبلغ المدفوع وعليه :

$$\boldsymbol{VnR = V0 - Vm}$$

واعتمادا على العلاقة الخاصة بحساب Vm يمكن تبسيط هذه العلاقة وصولا إلى:

$$\boldsymbol{Vn = V0\left(\frac{(1+i)^n - (1+i)^m}{(1+i)^n - 1}\right)}$$

يمكن أيضا حساب المبلغ المتبقي باستخدام الدفعات كما يلي:

$$\boldsymbol{VnR = a\frac{1-(1+i)^{m-n}}{i}}$$

- الدفعة الثابتة من السطر الأخير للجدول و استعماله

من علاقة الدفعة في أي سطر :

$$a = Dn + In$$
$$a = Dn + Dni$$
$$\boldsymbol{a = Dn(1 + i)}$$

وعند السطر الأخير $\boldsymbol{n}$ الأخير يتميز بـ:

$$a = Vn - 1 + Vn - 1i$$
$$a = Vn - 1(1 + i)$$
$$\boldsymbol{In = Dni = Vn - 1i}$$

و من نفس العلاقة يمكن أن نستخرج معدل الفائدة بمعلومية العناصر الأخرى فيها:

$$\boldsymbol{(1 + i) = \frac{a}{Dn} = \frac{a}{Vn-1}}$$

مثال01: تحل شخص على قرض يقدر بـ30000دج يسدد خلال 6 سنوات بدفعات ثابتة بمعدل فائدة5 % ابتداء من نهاية سنة العقد.

- قم بإعداد جدول استهلاك القرض؟

حل01:

- حساب قيمة الدفعة الثابتة

$$a = V0\frac{i}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}$$

$$a = 30000\frac{0.05}{1-(1+0.05)^{-6}} = 5910.538$$

7. العلاقة بين الدفعات والقرض

أصل القرض في بداية أول فترة دفع = القيمة الحالية للدفعات.

أي أن V_0تحسب من العلاقة:

$$V0 = a(\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}{i})$$

جملة الدفعات = جملة القرض

$$\sum_{S=1}^{n} \mathrm{as} = V0 + \sum_{S=1}^{n} \mathrm{I}$$

$$\boldsymbol{n * a = \sum M + \sum I}$$

مجموع الدفعات= أصل القرض + مجموع الفوائد.

- **العلاقة بين الاستهلاكات**

$$I = V0 * i = 30000 * 0.05 = 1500DA$$

$$\mathrm{D1} \ = \mathrm{a} - \mathrm{I}$$

$$\mathrm{D1} = 5910.538 - 1500 = 4410.538$$

$$\mathrm{D}n \ = \mathrm{D1}(1 + \mathrm{i})^{\mathrm{n}-1}$$

$$\mathrm{D2} \ = \mathrm{D1}(1 + i)$$

$$4410.538 * (1 + 0.05) = 4631.0649$$

$$\mathrm{D3} \ = \mathrm{D2}(1 + 0.05)$$

$$4631.0649(1 + 0.05) = 4862.6181DA$$

- **مجموع الاستهلاكات**

$$\sum_{S=1}^{n} \mathbf{Ds} = \mathbf{D1}\,\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

الفرق بين استهلاكين متتالين

$$\mathrm{Dn}+1-\mathrm{Dn}=\mathrm{In}-\mathrm{In}+1$$

$$\mathrm{D3}-\mathrm{D2}=\mathrm{I2}-\mathrm{I3}$$

$$4862.6181-4631.0649=231.5532$$

الفرق بين فائدتين:

$$In-In+1=Dn-s*i(1+\mathrm{i})^{\mathrm{s}}$$
$$I2-I3=D2i=4631.0649*0.05=231.5532$$

الفرق بين فائدتين متتاليين:

$$I2-I3=D1i=(1+i)$$

$$\frac{231.5532}{4410.538(0.05)}=1.05$$

و الآن يمكن حساب معدل الفائدة المطبق على القرض بمعلومية الفائدة الأخيرة و الفرق بين الفائدتين الأخيرتين.

$$I3-I4=D1\,i(1+\mathrm{i})^{2}$$

$$\frac{I3-I4}{D1\,i}=\frac{243.1308}{4410.538(0.05)}=1.1024$$

- **القرض المدفوع:**

$$VR=\sum_{S=1}^{n}\mathrm{Ds}$$

$$\mathrm{VR}=\mathrm{D1}\,\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}{i}$$

$$\mathrm{V5}=4410.538\,\frac{(1+0.05)^{5}-1}{0.05}=24371.006$$

- **القرض أو الدين المتبقي**

نفس العلاقات حتى سنة $\mathrm{V}n\mathrm{R}=\mathrm{R}$

$$VnR = DR + 1\,\frac{(1+\mathrm{i})^{(\mathrm{n}-\mathrm{R})}-1}{i}$$

$$VnR = 4862.6181\,\frac{(1+0.05)^{(2)}-1}{0.05} = 9968.3671DA$$

- حساب الدفعة الثابتة

من علاقة الدفعة في أي سطر

$$a = Dn(1+i) = Vn - 1(1+i)$$

$$a = 4862.6181(1+\mathrm{i})^{1} = 5105.749DA$$

ومن نفس العلاقة يمكن أن نستخرج معدل الفائدة بمعلومية العناصر الأخرى فيها:

$$(1+i) = \frac{\mathrm{a}}{Dn} = \frac{5105.749\mathrm{a}}{4862.6181} = 1.05$$

$$1.05 - 1 = 5\%$$

- استهلاك القروض بدفعات متغيرة واهتلاكات متساوية:

حسب هذه الطريقة يتم تسديد الدين دوريا بدفعات متغيرة تشمل جزء ثابت من أصل القرض وجزء آخر يمثل فائدة على القرض المتبقي كل فترة، وبالتالي تكون الاستهلاكيات ثابتة والدفعات متناقصة ويتم حساب الجزء الثابت بقسمة أصل القرض على عدد دفعاته وعليه:

$$\boldsymbol{D = \frac{\mathbf{V0}}{n}}$$

- جدول استهلاك القرض:

في هذه الطريقة يأخذ جدول اهتلاك القرض نفس الشكل مقارنة مع طريقة اهتلاك القرض بالأقساط الثابتة مع أخذ الفرق بعين الاعتبار في خصائص محتوياته واختلافها عنها كما هو موضح في الجدول الموالي:

الفترات	أصل القرض في بداية الفترة	فائدة الفترة	الاستهلاك	الدفعة	أصل القرض في نهاية الفترة
1	$V0$	$I1 = V0i$	D	$a1 = D + I1$	$V1 = V0 - D$
2	$V1$	$I2 = V1i$	D	$a2 = D + I2$	$V2 = V1 - D$
3	$V2$	$I3 = V2i$	D	$a3 = D + I3$	$V3 = V2 - D$
.....			D		
n-1	$Vn - 2$	$In - 1 = Vn - 2i$	D	$an - 1 = D + In - 1$	$Vn - 1 = Vn - 2 - D$
n	$Vn - 1$	$In = Vn - 1i$	D	$an = D + In$	$Vn = Vn - 1 - D = 0$
		$\sum I$	$nD = V0$		

- مختلف العلاقات بين عناصر جدول الاهتلاك :

-أصل القرض:

كما هو موضح في الجدول أعلاه أصل القرض يساوي جداء الاستهلاك في عدد الاستهلاكات:

$$V0 = nD$$

- العلاقة بين الدفعات:

$$a1 = D + I1 = \frac{V0}{n} + V0i$$

$$an - 1 = D + In - 1 = \frac{V0}{n} + Vn - 2i$$

$$an = D + In = \frac{V0}{n} + Vn - 1i$$

$$an = \frac{V0}{n} + \left(Vn - 2 - \frac{V0}{n}\right) i$$

$$\mathbf{an = an - 1 - \frac{V0}{n} i}$$

نلاحظ في جدول اهتلاك القرض أعلاه أن الدفعة في أي تاريخ محدد يساوي الدفعة ما قبلها ناقص منها فائدة الاستهلاك وبهذا فإن الأقساط فيما بينها تشكل متتالية حسابية وبذلك يكون مجموع الدفعات هو:

$$\boldsymbol{\sum_{S=1}^{n} ai = \frac{n}{2}(a1 + an)}$$

ولدينا أيضا:

$$an - 1 - an = In - 1 - In$$

- مجموع الفوائد المدفوعة:

$$\sum_{m=1}^{n} Im = \frac{n}{2}(I1 + In)$$

$$\sum_{m=1}^{n} Im = \frac{n}{2}\left(V0i + \frac{V0i}{n}\right)$$

$$\sum_{m=1}^{n} Im = \frac{n+1}{2} V0i$$

- **فائدة الفترة:**

$$Im = \frac{V0i}{n}(n-(m-1))$$

مثال02: حصلت شركة على قرض قيمته 420000دج معدل فائدة10% سنويا يسدد على 4 دفعات سنوية متغيرة وأقساط ثابتة تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى من توقيع عقد القرض.

- إعداد جدول استهلاك هذا القرض؟

حل 02:

حساب قيمة الاستهلاك الثابت:

$$D = \frac{V0}{n} = \frac{420000}{5} = 84000DA$$

جدول استهلاك القرض:

السنوات	أصل القرض في بداية السنة	الفائدة السنوية(Vn*i)	الاهتلاك	الدفعة	أصل القرض غي نهاية السنة
1	420000	42000	84000	126000	336000
2	336000	33600	84000	117600	252000
3	252000	25200	84000	109200	168000
4	168000	16800	84000	100800	84000
5	84000	8400	84000	92400	0
n	-	126000	-	546000	-

8. القروض السندية

عندما يكون مبلغ القرض مرتفع جدا، يجبر المقترض للحصول عليه التوجه إلى عدة مقترضين. في الواقع يتم تقسيم مبلغ القرض إلى أجزاء متساوية القيمة قابلة للتداول تسمى السندات. كل مؤسسة معنية بالمشاركة في القرض تكتسب عددا من السندات.

والمقترض قد يكون دولة أو شركة مساهمة لذلك نميز بين السندات الحكومية و سندات شركات المساهمة، ويعتبر حامل السند مقرضا يستحق فائدة ثابتة سنوية مقابل استثمار أمواله في شكل سندات. ويتميز التمويل بالسندات مقارنة بالقرض التقليدي بالسيولة العالية لحامله بوجود سوق للأوراق المالية، فضل عن إمكانية تحقيق المكاسب الرأسمالية

خلال عمليات التداول و يحصل أصحاب السندات على فوائد سنوية من الشركة المصدرة بمعدلات محددة و مبنية على هذه السندات حتى تاريخ الاستحقاق.

9. خصائص القروض السندية

السند صك أو وثيقة مالية تصدرها المؤسسات التي هي في حاجة إلى أموال وتتميز السندات بمجموعة من الخصائص منها:

- القيمة الاسمية: تكون القيمة الاسمية للسند متساوية لجميع سندات نفس القرض ويتم على أساسها حساب الفوائد وتكوين جدول الاهتلاكات؛

- قيمة الإصدار: هو الثمن المؤدى من طرف المكتتب ونتحدث عن إصدار بالتكافؤ إذا أصدرت سندات الاقتراض بالقيمة الاسمية ويمكن لأن تصدر السندات بأقل من التكافؤ ويشكل الفرق مع القيمة الاسمية منحة تسمى منحة الإصدار ويمكن للإصدار أن يتم بأكثر من التكافؤ؛

- قيمة التسديد: هي قيمة المبلغ المسدد من قبل المقترض عند سداد السندات، هذا المبلغ قد يكون مساويا أو مختلفا عن القيمة الاسمية يتم تسديد سندات الاقتراض إما بالتكافؤ(بالقيمة الاسمية)أو بسعر أكبر ويكون ثابتا أو متغيرات (منحة التسديد)، قد يكون التسديد:

- دفعة واحدة: تسدد جميع الأورا ق دفعة واحدة عند تاريخ الاستحقاق؛
- اهتلاكات ثابتة: نفس العدد من السندات يتم اختياره عشوائيا ويتم سداده عند نهاية كل عام؛
- دفعات متساوية نسبيا: السندات يتم تسديدها عن طريق الاختيار العشوائي كل عام والدفعات ليست ثابتة بدقة بسبب الاهتلاك الذي ينبغي أن يغطي عددا كاملا من السندات؛
- إعادة شراء السندات في السوق المالية التي ضعها أصحابها للبيع مع إلغاء السندات الموافقة لها المعدل الاسمي : وهو معدل مردودية السند يطبق على القيمة الاسمية لحساب مقدار الفائدة (القسيمة أو الكوبون)؛
- تاريخ الاكتتاب: وهو تاريخ تسوية شراء السند من المكتتب؛
- تاريخ الاستحقاق: وهو التاريخ الذي يبدأ فيه استحقاق الفوائد؛
- القسيمة أو الكوبون: مقدار الفائدة المدفوعة عند تاريخ استحقاق السند.

10. قوانين عامة للقروض السندية

قيمة القرض: $V0$

القيمة الاسمية للسند الواحد: C

عدد السندات: N

قيمة أو سعر الإصدار للسند الواحد: E

قيمة تسديد السند: R

مدة القرض: n

عدد السندات المسددة في السنة: S_X

معدل الفائدة المطبق على القرض: i

معدل الفائدة الحقيقي: i'

- قيمة الدفعة المتساوية:

$$a = V0\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

- القيمة الاسمية للسند الواحد:

$$C = \frac{V0}{N}$$

- الاه تلاك المتضمن في الدفعة المتساوية:

$$Dx = a - Ix$$

عدد السندات المتضمنة في الاهتلاكات حسب الدفعات:

$$Sx = Sx - 1(1 + i)$$

مثال03: قام مورد بإصدار قرض بسندات بقيمة 20000دج موزعة على 50 سند وتسدد بقيمتها الاسمية بدفعات متساوية خلال 5 سنوات وبمعدل فائدة يقدر ب5 %

- إعداد جدول استهلاك القرض؟

حل03:

حساب قيمة المتساوية:

$$a = V0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = 20000 \frac{0.05}{1-(1+0.05)^{-5}} = 4619.513DA$$

القيمة الاسمية للسند الواحد:

$$C = \frac{V0}{N} = \frac{20000}{50} = 400DA$$

لاستهلاك المتضمن في الدفعة المتساوية

$$Dx = a - Ix = 4619.513 - 20000 * 0.05 = 3619.513DA$$

عدد السندات المتضمنة في الاستهلاكيات حسب الدفعات من الأولى إلى الخامسة:

$$Sx = Sx - 1(1 + i) = \frac{3619.513}{400} = 9.048$$

$$Sx = Sx - 1(1 + i) = 9.048(1.05) = 9.501$$

$$Sx = Sx - 1(1 + i) = 9.501(1.05) = 9.976$$

$$Sx = Sx - 1(1 + i) = 9.976(1.05) = 10.475$$

$$Sx = Sx - 1(1 + i) = 10.475(1.05) = 10.998$$

و هكذا يكون جدول استهلاك القرض حسب ما يلي:

الدفعات a	الفوائد المقدمة I	المبلغ المسددة	عدد السندات المسددة N	باقي الدين في بداية السنة	السنوات
4600	1000	3600	9	20000	1
4619	819	3800	9.5	16400	2
4630	630	4000	10	12600	3
4630	430	4200	10.5	8600	4
4620	220	4400	11	4400	5
23099	3099	20000	50	0	-

10. تمارين محلولة

تمرين01: من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

فائدة السنة الأولى 1000 = دج

الاستهلاك الثاني 3087.37 = دج.

الفرق بين فائدة السنة الأولى وفائدة السنة الثانية 147.02 = دج.

المطلوب : أحسب على الترتيب:

1 - معدل القرض؟
2 - مبلغ الدفعة الثابتة؟
3 - مبلغ القرض؟

حل01:

لدينا:

$$I1 = 1000 \dots \dots \dots 1$$

$$M2 = 3087.37 \dots . .2$$

$$I1 - I2 = 147.02 \dots \dots \dots 3$$

حساب معدل القرض

من المعادلة 1 و3 نجد ان:

$$1000 - I2 = 147.02$$

$$I2 = 852.98DA$$

لدينا:

$$In - 1 - In = Dn - 1 * i$$

$$I1 - I2 = D1 * i$$

$$D1 * i = 147.02 \ldots\ldots 4$$

ولدينا:

$$Dn = Dn - 1(1 + i)$$

$$D2 = D1(1 + i)$$

$$\mathrm{D1} = \frac{\mathrm{D2}}{(1+\mathrm{i})} \ldots\ldots 5$$

من المعادلة 4 و5 نجد أن:

$$\frac{\mathrm{D2}}{(1+\mathrm{i})}\mathrm{i} = 147.02$$

$$D2 * i = 147.02(1 + i)$$

$$3087.37 * i = 147.02(1 + i)$$

$$i = 5\%$$

حساب مبلغ الدفعة الثابتة

لدينا:

$$a = Ii + Di$$

$$a = I2 + D2$$

$$a = I2 + D2$$

$$a = 852.98 + 3087.37$$

$$a = 3940.35DA$$

حساب مبلغ القرض

$$I1 = V0 * i$$

$$\mathrm{V0} = \frac{\mathrm{I1}}{\mathrm{i}} = \frac{1000}{0.05} = 20000\mathrm{DA}$$

تمرين 02: أصدرت مؤسسة قرض سندي متكون من 6000 سند القيمة الاسمية للسند الواحد هي 100 دج تم تسديده من خلال 5 مسحوبات بمعدل فائدة سنوي 6% علما أن قيمة السند عند السداد هو 120 دج والسداد كان بدفعات ثابتة ومتساوية.

المطلوب:- إعداد جدول الاهتلاكات؟

حل02:

لدينا قيمة الإصدار أكبر من القيمة الاسمية وبالتالي:

$$t = \frac{\mathrm{V0}}{V}\mathrm{i} = \frac{100}{120}0.06 = 0.05$$

$$D1 = N\frac{\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}$$

$$D1 = 6000\frac{0.05}{(1+0.05)^{5}-1} = 1085.85$$

ومنه فالسحب الأول يشمل 1086سند

ولدينا:

$$a = V * N\frac{\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}-1}$$

$$a = 120 * 6000\frac{\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}-1} = 166302.494\mathrm{DA}$$

وعليه يمكن إعداد جدول اهتلاك القرض كما يلي:

السنوات	باقي الدين في بداية السنة	عدد السندات المسددة N	المبلغ المسددة	الفوائد المقدمةI	الدفعات a
1	720000	1086	130320	36000	166320
2	589680	1140	136800	29484	166284
3	452880	1197	143640	22644	166284
4	309240	1257	150840	15462	166302
5	158400	1320	158400	7920	166320
المجموع	0	6000	720000	111510	831510

تمارين مقترحة

تمرين03: اقترضت المؤسسة في فاتح جانفي 2022 مبلغا قدره 150000 يسدد بواسطة دفعات ثابتة خلال5 سنوات بمعدل10% سنويا

المطلوب:

1 - أحسب مبلغ الدفعة الثابتة؟
2 - أنجز جدول استهلاك هدا القرض؟

تمرين 04: كانت مؤسسة مدينة بسندات عددها 2000 سند قيمة كل منها 1000 دج بمعدل فائدة 6 % سنويا، بحيث تسدد بقيمة 1010 دج لكل سند و باستهلاكات متساوية سنويا لمدة 5 سنوات.

المطلوب:

1 - إعداد جدول استهلاك القرض؟
2 - حساب معدل الإيداع المتوسط عند الإصدار؟
3 - حساب معدل الإيداع المحقق من مكتتب يسدد لو سنداتهفي السحب الأول و آخر في السحب الأخير؟

المحور السابع: تقنيات البورصة

1. أهمية البورصة
2. تقييم الأسهم و السندات
3. النموذج الأساسي لتقييم الأسهم و السندات
4. تقييم السندات
5. تعريف الأسهم
6. تقييم الأسهم
7. تمارين محلولة

تمهيد: سوق البورصة يعتبر واحداً من أهم الأسواق المالية في العالم، حيث يتم تداول مجموعة واسعة من الأوراق المالية مثل الأسهم والسندات والسلع. تعتبر البورصة بيئة مهمة للشركات والمستثمرين للحصول على رؤية حول أداء السوق واتجاهات الأسعار. كما تساهم البورصة في تعزيز الشفافية والنزاهة في عمليات التداول، وتوفر فرص استثمارية متنوعة للمستثمرين الذين يسعون لتحقيق عوائد مالية مجزية.

1. أهمية البورصة: تتمثل في:

- أداة فعل غير محدودة في الاقتصاد؛
- تدبير الموارد و الأموال للمشروعات؛
- أداة إشباع للمستثمر الصغير و الكبير؛
- ترشيد الإنفاق و توفر قنوات سليمة للاستثمار؛
- جذب الفائض غير المعبأ؛
- توظيف الأموال بفعالية؛
- زيادة حيوية المشروعات؛
- توجيه مجالات الاستثمار؛
- أداة تحذير و تنبيه للمخاطر.

2. تقييم الأسهم والسندات

واحدة من هذه النماذج الشهيرة هي نموذج تسعير أسهم. يعتمد هذا النموذج على مفهوم أساسي يقول إن قيمة أي شركة تعتمد على قدرتها على توليد الدخل في المستقبل. يُحسب هذا النموذج من خلال معادلة تأخذ بعين الاعتبار عوائد الأصول الخالية من المخاطر ومخاطرة الاستثمار. يهدف النموذج إلى تحديد سعر السهم الذي يعكس قيمته الحقيقية بناءً على التحليل الاقتصادي والمالي للشركة.

3. النموذج الأساسي لتقييم الأسهم و السندات

يحدد النموذج الأساسي لتقييم الأسهم و السندات قيمة السند،السهم الممتاز و العادي في الوقت الحالي .و يتضمن النموذج العوائد المتوقعة على الأصل، توقيتها، و درجة مخ اطرتها و التي تنعكس في معدل العائد المطلوب من طرف المستثمر. حيث:

$$\mathbf{P0} = \sum_{t=1}^{n} \frac{\mathbf{Ct}}{(1+k)^{t}}$$

P_0: القيمة الحالية للأصل؛

Ct: العائد المتوقع في الفترة الزمنية؛

k: معدل العائد المطلوب من طرف المستثمر ؛

n: فترة الاحتفاظ بالأصل.

4. تقييم السندات:

وفي ضوء ذلك، تعد عوامل مثل معدل الفائدة وفترة السداد لهذه السندات أمورا حاسمة لتقدير القيمة الحالية لها. كما ينبغي أيضا مراعاة عوامل أخرى مثل المخاطر المحتملة والتغيرات المستقبلية في الاقتصاد والسوق المالية. تحليل جميع هذه الجوانب يساعد في اتخاذ قرارات مدروسة وموضوعية عن استثمارات في السندات وضمان الحصول على عوائد مستقرة ومجزية للمستثمرين.

- تقييم السندات بفائدة سنوية:

يتم التقييم بحساب القيمة الحالية للسند بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{V0 = I\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + C(1+i)^{-n}}$$

حيث:

V_0: القيمة الحالية للسند؛

I: الفائدة المدفوعة سنويا؛

C: القيمة الاسمية للسند المطلوب في الفترةn ؛

n: فترة الاحتفاظ بالأصل أو مدة استحقاق السند؛

i: معدل العائد المطلوب من طرف المستثمر؛

كما يمكن تقييم السند بالعلاقة الموالية:

$$\mathbf{P0 = I(PVIAt.n) + (PVIFt.n)}$$

حيث:

PVIA: عامل الفائدة لقيمة حالية لدفعات متدفقة متساوية.

PVIF: عامل الفائدة لقيمة حالية.

مثال:01: ما هي القيمة الحالية لسند قيمته الاسمية 10000 دج يستحق الدفع بعد 5 سنوات بمعدل فائدة سنوي 5% علما أن معدل العائد المطلوب على السند هو 5%.

حل01:

$$I = 10000 * 0.05 = 500$$

$$V0 = I\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + C(1+i)^{-n}$$

$$V0 = 500\frac{1-(1+0.05)^{-5}}{0.05} + 10000(1+0.05)^{-5}$$

$$V0 = 9999.99DA$$

من خلال حساب قيمة السند يلاحظ أن السند يجب أن يباع بخصم على أساس أن قيمته أقل من قيمته الاسمية 10000دج ليعطي حافز للمستثمر لشراء هذا السند بدل الاستثمار في قنوات أخرى كالودائع لدى البنوك مثلا.

- تقييم السندات بفائدة نصف سنوية:

تحسب القيمة الحالية بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{V0 = \sum_{k=1}^{2n} \frac{I/2}{(1+i/2)^k} + \frac{C}{(1+i/2)^{2n}}}$$

أو بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{V0 = \frac{I}{2} * \frac{1-(1+i/2)^{2n}}{i} + C(1+i)^{-2n}}$$

مثال02: من المثال السابق يمكن حساب القيمة الحالية اعتمادا على الفائدة نصف السنوية.

حل02:

$$V0 = \frac{I}{2} * \frac{1-(1+i/2)^{-2n}}{i} + C(1+i)^{-2n}$$

$$V0 = \frac{500}{2} * \frac{1-(1+0.05/2)^{-10}}{0.05} + 10000(1+0.05)^{-10}$$

$$V0 = 8905.99$$

5. تعريف الأسهم

السهم هو أداة مالية مهمة في عالم الأعمال، حيث يمثل حق ملكية قابل للتداول للمساهمين في الشركة. يصدر السهم عند تأسيس الشركة كمشاركة نقدية أو عينية للمساهمين، ويصدر أيضا عند رغبة الشركة في زيادة رأس المال الاجتماعي أو عند إدماج الأرباح والاحتياطات في رأس المال. يتمتع صاحب السهم بحق المشاركة في اتخاذ القرارات الهامة بالشركة والمشاركة في التسيير اليومي. وتتميز الأسهم بمجموعة من الخصائص منها:

- التساوي في القيمة؛
- قابلية الأسهم للتداول؛
- عدم قابلية السهم للتجزئة.

6. تقييم الأسهم

يتم تقييم الأسهم وفقا لطرق سنذكر أهمها فيما يلي:

- تقييم السهم وفق معادلة معامل السعر إلى الإيراد:

تهدف هذه الطريقة لمعرفة نسبة معامل السعر بالنسبة للربح وتبين ماهو السعر الذي تقدمه السوق لهم مقارنة مع دخله ويحسب عن طريق تقسيم سعر السهم الحالي P في السوق على ربحية السهم B الشركة أي:

$$\frac{P}{B}$$

مثال03: إذا كان سعر السهم 1500 دج وربحه في نهاية الفترة 500 دج فإن معامل السعر إلى الربح هو:

حل03:

$$\frac{P}{B} = \frac{1200}{200} = 6$$

هنا نسبة سعر السهم إلى الإيراد هو6 % وكلما ارتفعت النسبة دل ذلك على رغبة المستثمرين في شراء أسهم الشركة وذلك بالمقارنة مع شركات أخرى، لكن هذه النسبة لا تعطي أي مدلول عن الكيفية التي يقيم بها المروق سهم الشركة لذا يتم احتساب نسبة سعر السهم إلى الإيرادات لمعرفة ما هي القيمة التي يكون بها المستثمر مستعد لدفعها مقابل سهم الشركة.

- تقييم السهم وفق دخله والعائد عليه:

دخل السهم هو جزء من الأرباح الذي توزعه الشركة على المساهمين حسب عدد الأسهم التي يملكونها، وعليه يحسب عائد السهم بتقسيم ربح السهم B على سعر السهم P وهو يمثل نسبة مئوية من الأرباح الناتجة عن شراء السهم، أي:

$$R = \frac{B}{P}$$

مثال04: إذا كانت شركة توزع أرباحا سنوية بمقدار 50دج عن كل سهم وكان سعر السهم وقت الشراء 5000 دج فإن عائد السهم هو:

حل04:

$$R = \frac{B}{P} = \frac{50}{1000} = 0.05$$

تكون هذه النسبة مرتفعة في الشركات الكبيرة التي تدفع توزيعات أرباح وتكون أقل في الشركات الناشئة وربما لا تكون هذه النسبة لدى الشركات المنشأة حديثا كونها لا تقوم بتوزيع الأرباح.

- نسبة سعر السهم إلى نمو الإيرادات:

وبناءا على هذه الطريقة، يتم تقدير قيمة السهم بشكل متوازن ومنطقي، مع مراعاة العوامل المؤثرة على سعر السهم، مثل تطور الشركة وقدرتها على تحقيق الأرباح في المستقبل. يجب على المستثمرين أن يكونوا حذرين ويدرسوا بعناية هذه العوامل قبل اتخاذ أي قرار استثماري. بالتالي يعد تقييم السهم بناءا على نسبة نموه ومعامل السعر إلى الربح أداة مهمة للمساعدة في اتخاذ القرارات المالية الصائبة والمدروسة.

تحسب نسبة سعر السهم إلى نمو الإيرادات PCR بقسمة نسبة سعر السهم إلى إيراداته P على نسبة النمو المتوقع في الإيرادات للسنة القادمة CR، أي:

$$PCR = \frac{P}{CR}$$

مثال05: إذا كانت نسبة السعر إلى الإيرادات هو50 % ونسبة نمو الإيرادات25 % فإن نسبة سعر السهم إلى نمو الإيرادات هو:

حل05:

$$\mathrm{PCR} = \frac{P}{\mathrm{CR}} = \frac{50}{25} = 2$$

كلما كانت قيمة PCR أقل كلما كانت قيمة السهم أفضل لأن المستثمر يدفع أقل في هذا السهم مقابل كل وحدة من نمو الإيرادات.

- نسبة سعر السهم بالنسبة لمبيعاته:

تستعمل هذه الطريقة لتقييم أسهم الشركات الجديدة التي تكون أرباحها منخفضة أو منعدمة، إلا أنها بالمقابل تشهد نمو في نشاطاتها ومبيعاتها وتنتظر في المستقبل نموا في أرباحها.

تحسب النسبة RPV بتقسيم سعر سهم الشركة P على حصة كل سهم من المبيعات V على النحو التالي:

$$\mathrm{RPV} = \frac{P}{\mathrm{V}}$$

عندما تكون هذه النسبة أقل من الواحد فهي المفضلة للاستثمار.

مثال06: إذا كانت المبيعات السنوية لشركة ما مليار دينار ومجموع قيمة أسهم الشركة 800 مليون دينار فإن:

حل06:

$$\mathrm{RPV} = \frac{P}{\mathrm{V}} = \frac{600}{1000} = 0.8$$

هذه النسبة تعني أن المستثمر يدفع 60 سنتيم عن كل دينار من المبيعات.

- تقييم السهم بطريقة التحليل الأساسي:

يعتمد التحليل الأساسي على دراسة عوامل اقتصادية وصناعية تؤثر على أداء الشركة، مثل الاستجابة للتطورات الاقتصادية العالمية والمحلية وقدرتها على التكيف مع التغيرات في السوق. ومن خلال تحليل البيانات المالية والاقتصادية بشكل شامل، يمكن للمستثمرين اتخاذ قرارات استثمارية مدروسة ومبنية على أسس قوية لتحقيق أهدافهم المالية بنجاح.

بعد إجراء التحليل الأساسي وتقدير قيمة السهم، يمكن للمستثمرين استخدام النتائج لاتخاذ القرارات المالية الصائبة. يساعد التحليل الأساسي على فهم أداء الشركة والتنبؤ بمستقبلها بناءً على البيانات المتاحة. من المهم أن يكون لدى المستثمرين فهم جيد لعوامل النجاح والتحديات التي تواجه الشركة قبل اتخاذ أي قرار استثماري. يعد التحليل الأساسي أداة قيمة لتحسين القرارات المالية وزيادة فرص النجاح في سوق الأوراق المالية.

- تقييم السهم بطريقة التحليل الفني:

يعتمد التحليل الفني على التنبؤ بحركة السهم صعودا أو هبوطا في المستقبل وهو أسلوب يعتمد على الوقت الحالي وينصب اهتمام المحلل على الحركة الحالية للسوق و الأسهم، فقرار الشراء والبيع يقوم على حركة السوق والأسهم صعودا أم هبوطا.

7. تمارين محلولة

تمرين 01: إذا كانت قيمة سند 84000 دج وبمعدل فائدة سنوية12 % تدفع كل 6 أشهر،معدل العائد المطلوب12 %، مدة الاستحقاق 4 سنوات فما هي قيمته الحالية؟

حل01:

$$V0 = \frac{\mathrm{I}}{2} * \frac{1-(1+i/2)^{-2\mathrm{n}}}{\mathrm{i}} + \mathrm{C}(1+i)^{-2\mathrm{n}}$$

$$V0 = \frac{84000 * 0.12}{2} * \frac{1-(1+0.12/2)^{-8}}{0.12} + 84000(1+0.12)^{-8}$$

$$V0 = 49574.87$$

تمارين مقترحة

تمرين 02: سند قمته الاسمية 200000دج و يستهلك بعد 12 سنوات من الآن بنسبة قدرها100 % من القيمة الاسمية، فإذا علمت أن السند يمنح فائدة سنوية بمعدل4 % ،

المطلوب:

1- تحديد علاوة أو خصم الشراء إذ كان المشتري يرغب في استثمار أمواله بمعدل قدره6 % سنويا؟

2- تحديد ثمن الشراء؟

تمرين03: شركة أرادت زيادة رأسمالها بمبلغ مليون دج فقررت إصدار سندات من خلال بنك القيمة الاسمية للسند 200دج و يستهلك بنفس القيمة الاسمية بعد خمسة سنوات من الآن فإذا علم أن معدل الفائدة للسند سنويا8 % .

عرض احد خبراء المال على مجلس إدارة الشركة الصورة التالية لاستهلاك هذا القرض، استهلاك السندات بدفع قسط من أصل القرض و الفوائد معا و تكون هذه الأقساط متساوية بقدر المستطاع.

المطلوب:

1 - إيجاد عدد السندات الواجب استهلاكها آخر كل عام؟

2 - عمل جدول الاستهلاك؟

المحور الثامن: معايير اختيار وتقييم الاستثمارات

1. تعريف الاستثمار
2. العناصر المميزة للاستثمار
3. أهداف الاستثمار
4. أنواع الاستثمارات
5. ظروف ومعايير اختيار الاستثمارات
6. أنواع طرق تقيم واختيار الاستثمارات
7. تمارين محلولة

تمهيد: تعتبر تقنيات التقييم المالي والرياضيات المالية أدوات حيوية لمساعدة المستثمرين على تحليل وتقييم الفرص الاستثمارية بشكل دقيق وموضوعي. يعتمد اتخاذ قرارات الاستثمار الناجحة على القدرة على تقدير العوائد المتوقعة وقياس المخاطر المحتملة بدقة. من خلال توظيف تلك الأدوات بشكل صحيح، يمكن للمستثمرين اتخاذ قرارات مدروسة تسهم في تحقيق النجاح والاستدامة في مجال الاستثمار.

1. تعريف الاستثمار: يقصد بالاستثمار اقتصاديا عملية صرف أموال في الوقت الحالي من أجل الحصول من ورا ئها على نتائج في المستقبل، حيث يشمل الاستثمار كل الموارد والمواد والأشياء المحصل عليها لهذا الغرض لفترات متوسطة وطويلة.

2. العناصر المميزة للاستثمار

الاستمارات المنقولة غالبا ما تحتاج لوسائل مالية ضخمة مما يستلزم دراسة نظرية بدقة لاختيار هذه الاستثمارات، وفي اقتصاد المؤسسة القرارات المتعلقة بالاستثمارات هي الأكثر مخاطرة. وبعد الفصل في درجة الحاجة إلى الاستثمار تأتي مرحلة الاختيار التي غالبا ما تنصب على دراسة مؤشر المردودية رغم وجود عدة طرق مستعملة. حيث تأخذ في الحسبان العناصر المميزة للاستثمار والمتمثلة في:

- **تكلفة اقتناء الاستثمار:** وتعبر عن التكلفة الكلية للاستثمار غير متضمنة الرسم على القيمة المضافة؛
- **العمر الإنتاجي :** في أغلب الأحيان يعبر عن مدة الاهتلاك المحاسبي؛
- **القيمة الباقية:** وتعبر عن قيمة الاستثمار في نهاية فترة الاستعمال؛
- **قدرة التمويل الذاتي:** وتسمى أيضا بالتدفق الصافي للخزينة حيث يعبر عن الموارد الصافية المحققة الناتجة عن الاستثمار.

وإن الهدف من الاستثمار هو الأمل أن تكون الإيرادات الصافية المحصلة خلال فترات استعمال الاستثمار أكبر من نفقات الاستثمار. وعليه، فإن تحليل الاستثمار يتطلب إعداد التقديرات السنوية المتعلقة بالإيرادات الصافية الناتجة عن تشغيل الاستثمار أي قدرة التمويل الذاتي أو التدفق النقدي المنتظر لكل سنة.

3. أهداف الاستثمار

قد تكون هذه الأهداف من أجل النفع العام كالمشروعات العامة التي تقوم بها الدولة أومن أجل تحقيق العائد أو الربح كالمشروعات الخاصة، ومن الأهداف أيضا:

- تحقيق عائد مناسب يساعد على استمرارية المشروع؛
- المحافظة على قيمة الأصول الحقيقية؛
- استمرارية الحصول على الدخل والعمل على زيادته؛
- ضمان السيولة اللازمة.

4. أنواع الاستثمارات

الاستثمار الحقيقي والاستثمار الدالي :الاستثمار الحقيقي هو الاستثمار في الأصول الحقيقية(المفهوم الاقتصادي)، أما الاستثمار الدالي فهو الذي يتعلق بالاستثمار في الأوراق الدالية كالأسهم والسندات وشهادات الإيداع وغيرها.

- ا لاستثمار طويل الأجل والاستثمار قصير الأجل: الاستثمار طويل الأجل هو الذي يأخذ شكل الأسهم والسندات ويطلق عليه الاستثمار الرأسمالي .أما الاستثمار قصير الأجل فيتمثل بالاستثمار في الأوراق الدالية التي تأخذ شكل، أذونات الخزينة والقبولات البنكية أو بشكل شهادات الإيداع ويطلق عليه الاستثمار النقدي؛

- ا **الاستثمار المستقل والاستثمار المحفز:** الاستثمار المستقل هو الأساس في زيادة الدخل و الناتج القومي من قبل قطاع الأعمال أو الحكومة أومن استثمار أجنبي. أما الاستثمار المحفز فهو الذي يأتي نتيجة لزيادة الدخل(العلاقة بينهما طردية.)

- ا **الاستثمار المادي والاستثمار البشري:** الاستثمار المادي هو الذي تمثل الشكل التقليدي للاستثمار أي الاستثمار الحقيقي، أما الاستثمار البشري فيتمثل بالاهتمام بالعنصر البشري من خلال التعليم و التدريب؛

- ا **الاستثمار في مجالات البحث والتطوير:** يحتمل هذا النوع من الاستثمار أهمية خاصة في الدول المتقدمة حيث تخ صص لو هذه الدول مبالغ طائلة لأنو يساعد على زيادة القدرة التنافسية لمنتجاتها في السوق العالمية وأيضا إيجاد طرق جديدة في الإنتاج.

5. ظروف ومعايير اختيار الاستثمارات

تتمثل فيمايلي:

- ظروف التأكد: هي الظروف التي يكون متخذ القرار متأكدا من الدخل المستقبلي للمشروع، كان يؤجر محلا لقاء مبلغ شهري معلوم، وشراء سندات أو يودع مبلغ في البنك.

- ظروف المخاطرة: هي الظروف التي يمكن فيها لمتخذ القرار وضع احتمالات للأحداث المستقبلية، أي العوائد تقوم بتوزيع احتمالي لتلك القيم، ومجموع الاحتمالات يساوي 1، أما المفاضلة بين البدائل تكون على أساس القيمة المتوقعة منها.

البدائل/ ظروف السوق المستقبلية	تحسن سوق العقار 0.7	تدهور سوق العقار 0.3
شراء الشقق	1.5	0.5
شراء ارض	2	-0.5
شراء محلات	1.5	1

القيمة المتوقعة للبديل1=(1.5*0.7)+(0.5*0.3)=1.20

القيمة المتوقعة للبديل2=(2*0.7)+(0.5*0.3)=1.25

القيمة المتوقعة للبديل3=(1.5*0.7)+(1*0.3)=1.35

يتضح حسب التقديرات المتوقعة أن البديل 3 هو الأفضل.

- ظروف عدم التأكد: يكون متخذ القرار عاجزا عن التنبؤ بالإحداث ولن يكون قادرا حتى على وضع توزيع احتمالي ما لتلك الأحداث، وفي حال تبقى الخبرة والعوامل السيكولوجية لمتخذ القرار صاحبة الموقف.

معايير اختيار الاستثمارات: تتمثل هذه المعايير فيمايلي:

- من حيث طبيعة المشروع: ربحي(ربحية، فترة الاسترداد، درجة المخاطرة) أو غير ربحي، وطبيعة مردوديته تجارية أو اجتماعية (مشاريع تتبناها الجمعيات أو الدولة).

- من حيث حجم المشروع: كلما كان المشروع ضخما كانت تكاليف والمخاطرة كبيرة ودراسات جدوى تتطلب شهور.

- من حيث أهداف المشروع: كلما كانت الأهداف متنوعة تتعد المعاير والعكس.

6. أنواع طرق تقيم واختيار الاستثمارات

الطرق التقليدية لاختيار الاستثمارات

الطرق التقليدية والتي لا تأخذ القيمة الزمنية للتدفقات بالحسبان وهي طرق محاسبية تعتمد على استعمال تكاليف الاستثمار المسجلة في الدفاتر المحاسبية مثل تكلفة الحصول على الاستثمار(النفقة الأولية)، القيمة المتبقية محاسبيا والإيرادات المحاسبية من استعمال الاستثمار، وتشمل هذه الطرق على

معيارين أساسيين للمفاضلة بين الاستثمارات وهما:

- **معيار فترة الاسترداد**: طبقا لهذه الطريقة يفضل المشروع الاستثماري الذي يمكن المشروع من استرداد تكاليفه الاستثمارية في أسرع وقت ممكن، ويقصد بفترة الاسترداد تلك الفترة الزمنية اللازمة لكي يسترد المشروع خلالها التكاليف الاستثمارية التي أنفقت على المشروع. ونميز منها حالتين:

- **حالة التدفقات الثابتة(متساوية):**

وفق الصيغة التالية :
$$DR = \frac{I0}{CFN}$$

حيث:

DR: فترة الاسترداد؛

$I0$: تكلفة الاستثمار؛

CFN: التدفق النقدي السنوي الصافي.

مثال01: يقوم مستثمر بدراسة مشروعين لاختيار أحسنهما حسب طريقة مدة الاسترجاع حيث:

- المشروع الأول: التدفقات النقدية السنوية 30000 دج القيمة الأصلية 120000 دج؛
- المشروع الثاني:التدفقات النقدية السنوية35000 دج القيمة الأصلية 125000دج؛

حل01:

حساب DR:

$$DR1 = \frac{I0}{CFN} = \frac{120000}{30000} = 4ans$$

$$DR2 = \frac{I0}{CFN} = \frac{125000}{35000} = 3.5ans$$

إذن فأحسن مشروع هو المشروع الثاني لأنه يسترجع تكاليفه في مدة أقل من المشروع الأول.

- **حالة عدم تساوي التدفقات**: في هذه الحالة تحسب فترة الاسترداد وفق طريقة الاقتطاع حيث يتم حساب فترة الاسترداد من خلال التدفقات المتراكمة إبتداءا من السنة أولى حتى نحصل على مبلغ مستثمر في حالتين:

حالة فترة بسيطة: " **DRS**: **D**élais de **R**ecuperation **S**imple

$$I0 = \sum_{T=1}^{DRS} CFt$$

حالة فترة الاسترداد المخصومة:DRA

حيث نقوم بخصم التدفقات:

$$I0 = \sum_{T=1}^{DRA} \frac{CFt}{(1+i)^t}$$

مثال02: إليك قيمة التدفقات النقدية الصافية السنوية لمشروعين التالية:

السنوات	المشروع 01	المشروع02
1	4000	5000
2	5000	7000
3	6000	8000
4	7000	6000

علما ن قيمة التكلفة الأولية لكلا مشروعين هي 16000دج.

حل02:

$$DR = I0 = \sum_{T=1}^{DRS} CFt$$

السنوات	المشروع01 تدفقات	التدفقات المتراكمة	المشروع02 تدفقات	التدفقات المتراكمة
1	4000	**4000**	5000	**5000**
2	5000	**9000**	7000	**12000**
3	6000	**15000**	8000	**20000**
4	7000	**22000**	6000	**26000**

$$DR1 = 3ans + \frac{1000}{7000} * 360 = 3ans + 252j$$

$$DR1 = 2ans + \frac{4000}{8000} * 360 = 2ans + 180j$$

إذن فأحسن مشروع هو المشروع الثاني لأنه يسترجع تكاليفه في مدة أقل من المشروع الأول.

- **معيار معدل العائد المحاسبي:TRC**: لا يستخدم كثيرا لأنه يعطي نفس القيمة لكل التدفقات النقدية السنوية دون اخذ بعين الاعتبار الزمن، ويمثل في نسبة التالية:

$$TRC = \frac{1/n \sum_{i=1}^{n} CFNi}{I0}$$

حيث:

TRC: معدل العائد المحاسبي؛

$\sum_{i=1}^{n} CFNi$: متوسط مجموع التدفقات؛

$I0$: تكلفة الاستثمار.

وقاعدة القرار في ظل هذه الطريقة تقتضي أنه كلما كان معدل العائد المحاسبي أعلى كلما كان ذلك أفضل وفي حال المفاضلة بين عدة مشاريع يفضل المشروع الذي يكون معدل العائد المتوقع منه أكبر.

مثال03: قام مؤسسة بمشروع استثماري خلال مدة 4 سنوات فكانت حجم النفقات هو2000، 1000، 3000، 2000، علما ان تكلفته الابتدائية هي 6000دج.

- حساب معدل العائد المحاسبي؟

حل03:

حساب معدل العائد المحاسبي:

$$TRC = \frac{1/n \sum_{i=1}^{n} CFNi}{I0}$$

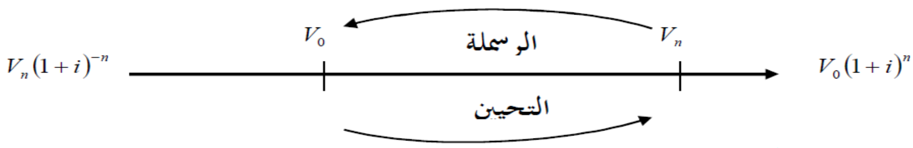
$$TRC = \frac{1/4(2000+100+3000+2000)}{6000} = 0.33$$

- **الطرق الحديثة في تقييم المشاريع**

جاءت هذه الطرق للقضاء على أهم عيوب الطرق القديمة في تقييم المشاريع لأنها لا تأخذ القيمة الزمنية للنقود بعين الاعتبار، حيث تركز هذه الطرق الحديثة على تقييم مختلف التدفقات النقدية الداخلة والخارجة في الوقت الحالي وتدخل ضمن أساليب التقييم الحالي ثلاث مقاييس نذكرها فيما يلي:

- **معيار القيمة الحالية الصافية: " Valeur Actuelle Nette VAN**: تندرج أهمية هذا أسلوب القيمة الحالية من إدراجه لقيمة الزمن في الحسبان، وذلك يتم تحديد تاريخ مرجعي وهو عادة تاريخ الإنفاق الاستثماري t_0 وتحين كل التدفقات إلى هذا التاريخ.

وستند منطق الخصم على أساس معدل الفائدة السائد إلى فرضية إمكانية توظيف المبلغ المستثمر بمعدل فائدة بدلا من استثمار هذا المبلغ في مشروع استثماري، ولتذكير فان عملية الخصم (ACTUALISTAION) هي العملية العكسية للرسملة (CAPITALISTION)حيث أن عملية الرسملة تعني توظيف مبلغ لمدة معينة بمعدل فائدة ثابت او متغير، في حين أن عملية الخصم تعني تحويل المبلغ المرسل إلى أصله، أي البحث عن المبلغ الذي تم توظيفه كمايلي في الشكل:



نتحدث عن قيمة حالية صافية (VAN) إذا كانت القيمة المحنية صافية من كل التكاليف، وفي حالة تقييم المشاريع نتحدث عن تدفقات نقدية حالية صافية.

إذا كانت لدينا مجموعة من التدفقات النقدية ومجموع القيم الحالية لهذه التدفقات بمعدل خصم هي:

$$\text{VA} = \sum_{t=1}^{n} Ft(1+i)^{-n} = -I0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^n}$$

$$\mathbf{VAN = -I0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^n}}$$

وفي حالة تساوي التدفقات النقدية وتكون صيغة القيمة الحالية كمايلي:

$$\mathbf{VAN = -I0 + Ft\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

وإذا كان للاستثمار قيمة متبقية Zn في نهاية عمره الإنتاجي فإن:

$$\mathbf{VAN = -I0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{F}{(1+i)^n} + \frac{Zn}{(1+i)^n}}$$

ملاحظة: معدل الخصم (سنوي، نصف سنوي، فصلي...)؛ فترة حصول التدفقات (سنوية، سداسية، فصلية، أو كل عدد من الأشهر)؛ زمن حصول التدفق (نهاية الفترة، بداية الفترة، منتصف الفترة...).

مثال04: أما الشركة مشروعين احدهما بالتدفقات المتساوية وأخر بالتدفقات غير الثابتة كما هو موضح في الجدول التالي:

السنوات	المشروع 01	المشروع02
1	2000	1000
2	2000	3000
3	2000	5000
4	2000	7000

علما ان التكلفة الأولية كانت 8000دج ومعدل الفائدة 10%.

حل04:

حساب القيمة الحالية لكلا المشروعين:

$$VAN1 = -I0 + Ft\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$
$$VAN1 = -8000 + 2000\frac{1-(1+0.1)^{-4}}{0.1}$$
$$VAN1 = -1660.26DA$$
$$VAN2 = -I0 + \sum_{t=1}^{n}\frac{Ft}{(1+i)^{t}}$$
$$VAN2 = -8000 + \frac{1000}{(1+0.1)^{1}} + \frac{3000}{(1+0.1)^{2}} + \frac{5000}{(1+0.1)^{3}} + \frac{7000}{(1+0.1)^{4}}$$
$$VAN2 = 3926.28DA$$

إذن فأحسن مشروع هو المشروع الثاني لأنه قيمة الحالية الصافية اكبر من المشروع الأول.

-معيار العائد الداخلي: Taux Interne de Rentabilité TIR : معيار معدل العائد الداخلي هو الخصم أو معدل التحيين الذي يجعل القيمة الحالية الصافية للمشروع معدومة، أي أنه المعدل الذي تكون عنده القيمة الحالية للتدفقات تساوي إلى الإنفاق الاستثمارين ويسمى بالعائد الداخلي لأنه يعبر عن العائد (أو المردودية) الذي يحققه المشروع نفسه ولا مجال لاستخدام معدل خارجي في عملية حساب القيمة الحالية.

فمعدل العائد الداخلي يعني r =TIRبحيث VAN (r, I0, CFt) = 0ونكتب:

$$\boldsymbol{VAR} = VAD$$

أو باعتبار قيمة بيعية للاستثمار في نهاية المدة:

$$\boldsymbol{TIR = \frac{C}{R} = (\frac{1-(1+i)^{-n}}{t})}$$

حيث:

R: التدفق النقدي الصافي؛

C: قيمة حيازة الاستثمار؛

i: معدل العائد الداخلي؛

n: عدد السنوات.

إذا كانت التدفقات CF_t موجبة فإن VAN تكون متناقصة في r ويكون لمعدل العائد الداخلي TIR=rقيمة وحيدة، أما إذا كانت CF_t تضم قيما سالبة فإنTIR يمكن أن يكون له أكثر من قيمة.

مثال05: قررت مؤسسة تطوير قدراتها الإنتاجية من خلال شراء تجهيزات جديدة فاقترح علها نوعين من التجهيزات حيث كانت تكلفة الحيازة والإيرادات السنوية الممكنة لكل نوع كما يلي:

- التجهيزات من النوع الأول: تكلفة الشراء 100000 دج والإيرادات السنوية المتوقعة لمدة 4 سنوات هي 24063.456دج
- التجهيزات من النوع الثاني: تكلفة الشراء 150000 دج والإيرادات السنوية المتوقعة لمدة 4 سنوات هي 38563.871 دج

إذا كانت نسبة الفائدة المطبقة في السوق المالية هي10 % ما هي التجهيزات التي تختارها المؤسسة باستعمال طريقة معدل العائد الداخلي؟

حل05:

حساب معدل العائد الداخلي للتجهيزات من النوع الأول:

$$\frac{C}{R} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{t}$$
$$\frac{100000}{24063.456} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{t} = 4.155679$$

من الجدول المالي رقم 04 نجد: t=6.5%

بما أن قيمة المعدل أقل معدل الفائدة السائد في السوق المالية فسيرفض النوع الأول من التجهيزات.

حساب معدل العائد الداخلي للتجهيزات من النوع الثاني:

$$\frac{150000}{38563.871} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{t} = 3.889651$$

من الجدول المالي رقم 04 نجد: t=9%

بما أن قيمة المعدل أكبر معدل الفائدة السائد في السوق المالية نقبل النوع الثاني من التجهيزات.

- **معيار دليل الربحية IR, Indice de Rentabilité :** يدل دليل الربحية الأموال المستثمرة، إذ أنه يحسب بنسبة التدفقات النقدية المحولة (أو المخصومة) إلى الاستثماري الأولي.

وتتجلى أهمية هذا المعيار من كون معيار القيمة الحالية الصافية وحده قد لا يكون كافيا في بعض الأحيان، أو لدى بعض الجهات(لا سيما جهات التمويل) لتقييم المشروع ماليا.

يحسب دليل الربحية بالصيغة التالية:

-إذا كانت الإيرادات السنوية غير متساوية فإن:

$$\boldsymbol{IR = \frac{\sum_{s=1}^{n} \mathrm{Rs}(1+i)^{-s}}{\mathrm{I0}}}$$

-إذا كانت الإيرادات السنوية متساوية فإن:

$$\boldsymbol{IR = \frac{R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}{\mathrm{I0}}}$$

حيث:

IR: مؤشر الربحية؛

Rs: صافي التدفق النقدي للسنة s؛

n: عدد سنوات الاستثمار أو مدة حياته؛

Zn: القيمة الباقية للاستثمار في آخر سنة من استعماله؛

i : معدل الفائدة الطبق.

مثال06: قدمت لمؤسسة مشروعين1 و2 لاختيار فيما بينهما وهما موضحان في الجدول التالية:

الاستثمار	تكلفة الحيازة	الإيرادات السنوية الصافية	المدة
الاستثمار1	80000	45000	4سنوات
الاستثمار 2	88000	48000	4سنوات

إذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 10% ما هو أفضل استثمار حسب مؤشر الربحية؟

حل06:

بما ان الإيرادات السنوية متساوية فان:

$$IR1 = \frac{R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}{\mathrm{I0}}$$

$$IR1 = \frac{45000\frac{1-(1+0.1)^{-4}}{0.1}}{80000}$$

$$IR1 = 1.78$$

$$IR2 = \frac{48000\frac{1-(1+0.1)^{-4}}{0.1}}{88000}$$
$$IR1 = 1.72$$

نلاحظ أن كل الاستثمارات مقبولة لأن مؤشر الربحية أكبر من الواحد وبما أن مؤشر الربحية للاستثمار الأول هو الأكبر فسيتم اختياره حسب هذه الطريقة.

7. تمارين محلولة

تمرين01: تختص مؤسسة X في صناعة الملابس الجاهزة، وبعد عدة سنوات من التطور والنمو التجاري قرر مسيرو المؤسسة تجديد آلات الإنتاج من أجل تحسين القدرة الإنتاجية للورشات، قبل معاينة العروض المقترحة من قبل الموردين اختار المسيرون المفاضلة بين بديلين يلبيان احتياجات المؤسسة وذلك بتكلفة استثمار قدرها 60 مليون وحدة نقدية لكلاهما.

التقديرات المالية التي أنجزت للمشروعين مختصرة في الجدول التالي:

البيان		البديل الأول	البديل الثاني
التكلفة الأولية للاستثمار		60	60
القدرة على	1	20	10
التمويل	2	20	10
لسنوات انجاز	3	20	30
المشروع	4	20	40

المطلوب: احسب كل منTRC, DR, VAN ؟

حل01:

حساب معدل العائد الداخليTRC :

البيان	البديل الأول	البديل الثاني
I_0	60	60
1	20	10
2	20	10
3	20	30
4	20	40
$1/n \sum_{i=1}^{n} \mathrm{CFNi}$ متوسط التدفقات	20	90/4=22.5
TRC	0.33(%33)	0.375(%37.5)

في هذه الحالة يفضل البديل 2 لأنه يحقق عائدا أعلى من الذي يحققه البديل 1

2- حساب مدة الاسترجاع:

البيان	البديل الأول		البديل الثاني	
السنوات	Ft	ftالمتراكمة	Ft	Ft المتراكمة
I_0	60		60	
1	20	20	10	10
2	20	40	10	20
3	20	60	30	50
4	20	80	40	90
اجل الاسترداد	DR=3 ans		DR=3ans+10/40*360 DR=3ans+90 jrs	
TRC	0.33(%33)		0.375(%37.5)	

المشروع2 حقق تأخرا في تحقيق العوائد الأمر الذي جعل المشروع يتطلب فترة أطول لاسترجع رأس المال وعلى هذا الأساس تم تفصيل البديل 1.

3- معيار القيمة الحالية الصافية:

3-1 بمعدل خصم 10%:

يوضح الجدولين التالين طريقة حساب VANللبديلين 1 و2 على الترتيب:

$VAN\,1(\%10)$

السنوات	ft	القيم المخصومة للتدفقات المتوقعة(10%)
0	-60	-60
1	20	$20(1.1)^{-1}$=18.18
2	20	$20(1.1)^{-2}$=16.52
3	20	$20(1.1)^{-3}$=15.02
4	20	$20(1.1)^{-4}$=13.66
مجموع القيم المخصومة للتدفقات المتوقعة		63.38
$VAN\,1(\%10)$		$VAN\,1(\%10) = -60 + 63.38 = 3.38$

$VAN2(\%10)$

السنوات	ft	القيم المخصومة للتدفقات المتوقعة(10%)
0	-60	-60
1	10	$10\ (1.1)^{-1}=9.09$
2	10	$10\ (1.1)^{-2}=8.264$
3	30	$30\ (1.1)^{-3}=22.53$
4	40	$40\ (1.1)^{-4}=27.33$
مجموع القيم المخصومة للتدفقات المتوقعة		67.212
$VAN2(\%10)$		$VAN2(\%10) = -60 + 67.212 = 7.212$

والجدول الموالي يتضمن عملية المفاضلة بين البديلين على أساس القيمة الحالية الصافية:

	البديل 1	البديل 2
VAN	$VAN1(\%10) = 3.38$	$VAN2(\%10) = 7.212$
التصنيف	البديل$2 > 1$ بديل	

يتضح من الجدول أعلاه أن المشروع 2 هو البديل الأنسب لأنه يحقق موجبة والأكبر مقارنة بالمشروع 1 عند معدل تحيين 10%. ك

تمرين02: قدمت إليك إحدى المؤسسات التالية والمتعلقة بمشروعين استثمارين لهما نفس الأهداف الإنتاجية:

المشروع A	المشروع B
التكلفة الحيازة = 2900000 دج العمر الإنتاجي 05 سنوات تدفقات النقدية: 700 829، 200 708، 200 708، 200 708، 200 958. القيمة المتبقية للاستثمار في نهاية السنة 5 =250000دج	التكلفة الحيازة = 3100000 دج العمر الإنتاجي 05 سنوات تدفقات النقدية: 500 884، 500 884، 500 722، 500 722، 1 384 500. القيمة المتبقية للاستثمار في نهاية السنة 5 =500000دج

المطلوب: 1- باستخدام معيار فترة الاسترداد DR حدد أي المشروعين ستختار المؤسسة علما أن: معدل الخصم السنوي 10 %؟

حل02:

1- حساب فترة الاسترداد لكل مشروع:

المشروع الأولA:

حساب التدفقات النقدية المحينة والمتراكمة:

السنوات	CF_t		CF_t المخصومة		CF_t المتراكمة
1	829 700	CF1. (1+i) -1	829 700. $(1,1)^{-1}$	754 272. 727	754 272. 727
2	708 200	CF2. (1+i) -2	708 200. $(1,1)^{-2}$	585 289. 256	1 339 561.98
3	708 200	CF3. (1+i) -3	708 200. $(1,1)^{-3}$	532 081. 142	1 871 643.13
4	708 200	CF4. (1+i) -4	708 200. $(1,1)^{-4}$	483 710 .126	2 355 353. 25
5	958 200	CF5. (1+i) -5	958 200. $(1,1)^{-5}$	594 966. 812	2 950 320 .07

نلاحظ من الجدول أن قيمة الاستثمار (2900000) تكون محصورة في الجدول أعلاه بين 2355353.25و 2950320.07 وباستعمال طريقة الاقتطاع نحصل على:

- الفرق الجزئي: (الفرق بين قيمة الاستثمار والقيمة الصغرى) في الجدول هو:2900000-2355353.25=544646.75دج
- الفرق الكلي (الفرق بين القيمة الكبرى والقيمة الصغرى) في الجدول هو:2950320.07-2355353.25=594966.82دج

إن الفرق الكلي يخص سنة كاملة (360 يوم) وتكلفة الاستثمار بين السنة الرابعة والخامسة وتحسب فترة الاسترداد كمايلي:

فترة الاسترداد=السنة السابقة + الفرق الجزئي/الفرق الكلي*360

DR=4+544646.75/594966.82x360=(329.55=330j)

DR=4ans+330j

المشروع الأولB:

حساب التدفقات النقدية المحينة والمتراكمة:

السنوات	CF_t		CF_t المخصومة		CF_t المتراكمة
1	884 500	CF1. (1+i) -1	884 500. (1,1) -1	804 090. 909	804 090. 909
2	884 500	CF2. (1+i) -2	884 500. (1,1) -2	730 991. 736	1 535 082.64
3	722 500	CF3. (1+i) -3	722 500. (1,1) -3	542 824. 944	2 077 907. 59
4	722 500	CF4. (1+i) -4	722 500. (1,1) -4	493 477. 222	2 571 384 .81
5	1 384 500	CF5. (1+i) -5	1 384 500. (1,1) -5	859 665.572	3 431 050.38

نلاحظ من الجدول أن قيمة الاستثمار (3100000) تكون محصورة في الجدول أعلاه بين 2571384.81 و3431050.38وباستعمال طريقة الاقتطاع نحصل على:

- الفرق الجزئي: (الفرق بين قيمة الاستثمار والقيمة الصغرى) في الجدول هو:3100000-2571384.81=528615.19دج
- الفرق الكلي (الفرق بين القيمة الكبرى والقيمة الصغرى) في الجدول هو:3431050.38-2571384.81=859665.57دج

إن الفرق الكلي يخص سنة كاملة (360 يوم) وتكلفة الاستثمار بين السنة الرابعة والخامسة وتحسب فترة الاسترداد كمايلي:

فترة الاسترداد=السنة السابقة + الفرق الجزئي/الفرق الكلي*360

DR=4+528615.19/859665.57x360=(221.37=222j)

DR=4ans+222j

وعليه فان المشروع المختار هو المشروع ذو اقصر فترة استرداد والموافق للمشروعB.

تمارين مقترحة

تمرين03: تفكر المؤسسة بتنفيذ أحد مشروعين بديلين . يتطلب كل من المشروعين استثمارا أوليا مقداره 5000دج. ولكل مشروع حياة إنتاجية قدرت 4 سنوات. وتدفع الشركة ضرائب بنسبة20 %، و تشترط عائد مقداره10 %. وسيتم استهلاك المشروعين بإتباع طريقة القسط الثابت مع افتراض عدم وجود أية قيمة للخردة لكل من المشروعين و من المتوقع أن تكون التدفقات النقدية قبل الاستهلاك و الضريبة من المشروعين كما يلي:

السنوات	المشروع الأول	المشروع الثاني
1	2000	3000
2	2000	2000
3	2000	4000
4	2000	1000
المجموع	8000	10000

المطلوب : حساب ما يلي للمشروعين:

- مدة استرجاع الاستثمار؟
- صافي القيمة الحالية؟
- دليل الربحية ؟
- معدل العائد الداخلي؟

تمرين04: تلقت مؤسسة عرضين بهدف تجديد جزء من تجهيزاتها حيث:

- العرض الأول سعر شراء العتاد 22000دج مصاريف النقل10 % من سعر الشراء مدة استعماله 4 سنوات وقيمته المتبقية السوقية هي5 % من تكلفة شرائه والإيرادات الصافية المتوقعة في نهاية السنة هي 5000 دج للسنتين الأوليتين و 2000 دج للسنوات المتبقية.

- العرض الثاني : تكلفة شراء العتاد 22500دج ومدة استعماله 4 سنوات مصاريف الصيانة المنتظرة في نهاية كل من السنة الثانية والسادسة هي 500 دج أما الإيرادات الصافية المتوقعة في نهاية السنة هي 2500 دج للسنتين الأوليتين و 3600 دج للسنوات الأربعة الموالية 3200دج للسنة الأخيرة.

المطلوب :

- بمعدل6 %سنويا أي عرض تنصح به المؤسسة اعتمادا على طريقة القيمة الحالية الصافية؟

قائمة المراجع

1. مناضل الجواري، **مقدمة في الرياضيات المالية**، دار اليازوري، الأردن، 2013.
2. منصور بن عوف عبد الكريم، **الرياضيات المالية(99 تمارين محلولة)**، ديوان المطبوعات الاجتماعية، الجزائر،2003.
3. بن طلحة صليحة ، **الرياضيات المالية**، منشورا ت الدار الجزائرية، الجزائر، 2015 .
4. شقيري موسى نوري و آخرون، الرياضيات المالية، الطبعة الأولى ، دار وائل المعرفة، الجزائر،2016 .
5. تحي خليل حمدان، الرياضيات المالية مع تطبيقاتها في الحاسوب، دار وائل للطباعة و النشر و التوزيع، الأردن، 2010.
6. ثائر فيصل شاهر، سامر محمد عكور، **الرياضيات في العلوم المالية و الإدارية**، الطبعة الأولى، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان،2007 .
7. خالد أمين عبد الله إسماعيل، إبراهيم الطرد، **إدارة العمليات المصرفية المحلية والدولية**، دار وائل للنشر، عمان، 2006.
8. مصطفى طويطي،**اختيار الاستثمارات في المؤسسة** ، دار النشر الجامعي الجديد للنشر و الطباعة والتوزيع، الجزائر، 2017.
9. ناصر دادي عدون، **تقنيات مراقبة التسيير، الرياضيات المالية**، الجزء الأول، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1995.
10. مدحت صادق، **أدوات وتقنيات مصرفية** ، دار غريب للنشر والتوزيع، مصر، 2001.
11. بن يوب فاطمة، **الرياضيات المالية**، مطبوعة دروس منشورة، جامعة قالمة، الجزائر، 2017-2018.
12. بن عميروش صليحة، **الرياضيات المالية**، مطبوعة دروس منشورة، جامعة الجزائر3، الجزائر، 2022-2023.
13. بوعريري فاطمة، **محاضرات في الرياضيات المالية**، مطبوعة دروس منشورة، جامعة سطيف1، الجزائر، 2020-2021.
14. بوجنان خالدية، **محاضرات في الرياضيات المالية**، مطبوعة دروس منشورة، جامعة تيارت، الجزائر، 2016-2017.
15. خليفة الحاج، **دروس وتمارين محلولة في الرياضيات المالية**، مطبوعة دروس منشورة، جامعة مستغانم، الجزائر، 2019-2020.
16. A.Boughaba, **Analyse et Evaluation des Projets**, Edition Berti, France, 2005.
17. Benjamin Lagro, **Mini Manuel de Mathématiques Financières**, Edition Dunod, France, 2011.
18. Catherine Maurice-BAUMONT, **Méthode des Mathématiques** Appliquée à l'économie, ellipses.
19. Patrick Epingard, **Investir face aux enjeux technologiques et informationnels**, Edition Ellipses, Paris, 1991.